

Inhaltsverzeichnis

1 Die Maxwellschen Gleichungen

1.1	Einleitung	1
1.2	Der Begriff der Ladung und das Coulombsche Gesetz	2
1.3	Die elektrische Feldstärke E und die dielektrische Verschiebung D	4
1.4	Der elektrische Fluß	5
1.5	Die Divergenz eines Vektorfeldes und der Gaußsche Integralsatz	9
1.6	Arbeit im elektrischen Feld	12
1.7	Die Rotation eines Vektorfeldes und der Stokessche Integralsatz	15
1.8	Potential und Spannung	20
1.9	Elektrischer Strom und Magnetfeld: Das Durchflutungsgesetz	24
1.10	Das Prinzip der Ladungserhaltung und die 1. Maxwellsche Gleichung	28
1.11	Das Induktionsgesetz	32
1.12	Die Maxwellschen Gleichungen	33
1.13	Das Maßsystem	37

2 Die Grundlagen der Elektrostatik

2.1	Grundlegende Beziehungen	43
2.2	Feldstärke und Potential für gegebene Ladungsverteilungen	44
2.3	Spezielle Ladungsverteilungen	47
2.3.1	Eindimensionale, ebene Ladungsverteilungen	47
2.3.2	Kugelsymmetrische Verteilungen	48
2.3.3	Zylindersymmetrische Verteilungen	51
2.4	Das Feld von zwei Punktladungen	54
2.5	Ideale Dipole	60
2.5.1	Der ideale Dipol und sein Potential	60
2.5.2	Volumenverteilungen von Dipolen	62
2.5.3	Flächenverteilungen von Dipolen (Doppelschichten)	65
2.5.4	Liniendipole	71
2.6	Das Verhalten eines Leiters im elektrischen Feld	73
2.6.1	Metallkugel im Feld einer Punktladung	75
2.6.2	Metallkugel im homogenen elektrischen Feld	78
2.6.3	Metallzylinder im Feld einer Linienladung	81
2.7	Der Kondensator	82
2.8	E und D im Dielektrikum	85
2.9	Der Kondensator mit Dielektrikum	89
2.10	Randbedingungen für E und D und die Brechung von Kraftlinien	91

2.11	Die Punktladung in einem Dielektrikum	95
2.11.1	Homogenes Dielektrikum	95
2.11.2	Ebene Grenzfläche zwischen zwei Dielektrika	96
2.12	Dielektrische Kugel im homogenen elektrischen Feld	98
2.12.1	Das Feld einer homogen polarisierten Kugel	98
2.12.2	Äußeres homogenes Feld als Ursache der Polarisation	101
2.12.3	Dielektrische Kugel (ϵ_i) und dielektrischer Außenraum (ϵ_a)	102
2.12.4	Verallgemeinerung: Ellipsoide	105
2.13	Der Polarisationsstrom	107
2.14	Der Energiesatz	109
2.14.1	Der Energiesatz in allgemeiner Formulierung	109
2.14.2	Die elektrostatische Energie	112
2.15	Kräfte im elektrischen Feld	115
2.15.1	Kräfte auf die Platten eines Kondensators	115
2.15.2	Kondensator mit zwei Dielektrika	116
3	Die formalen Methoden der Elektrostatik	118
3.1	Koordinatentransformation	118
3.2	Vektoranalysis für krummlinige, orthogonale Koordinaten	122
3.2.1	Der Gradient	122
3.2.2	Die Divergenz	122
3.2.3	Der Laplace-Operator	123
3.2.4	Die Rotation	124
3.3	Einige wichtige Koordinatensysteme	126
3.3.1	Kartesische Koordinaten	126
3.3.2	Zylinderkoordinaten	126
3.3.3	Kugelkoordinaten	128
3.4	Einige Eigenschaften der Poissonschen und der Laplaceschen Gleichung (Potentialtheorie)	129
3.4.1	Die Problemstellung	129
3.4.2	Die Greenschen Sätze	129
3.4.3	Der Eindeutigkeitsbeweis	131
3.4.4	Modelle	133
3.4.5	Die Diracsche δ -Funktion	133
3.4.6	Punktladung und δ -Funktion	136
3.4.7	Das Potential in einem begrenzten Gebiet	137
3.5	Separation der Laplaceschen Gleichung in kartesischen Koordinaten	140
3.5.1	Die Separation	140
3.5.2	Beispiele	143
3.5.2.1	Ein Dirichletsches Randwertproblem ohne Ladungen im Gebiet	143
3.5.2.2	Dirichletsches Randwertproblem mit Ladungen im Gebiet	148
3.5.2.3	Punktladung im unendlich ausgedehnten Raum	154
3.5.2.4	Anhang zum Abschnitt 3.5: Fourier-Reihen und Fourier-Integrale	156
3.6	Vollständige orthogonale Systeme von Funktionen	161
3.7	Separation der Laplaceschen Gleichung in Zylinderkoordinaten	167
3.7.1	Die Separation	167

3.7.2	Einige Eigenschaften von Zylinderfunktionen	169
3.7.3	Beispiele	173
3.7.3.1	Zylinder mit Flächenladungen	173
3.7.3.2	Punktladung auf der Achse eines dielektrischen Zylinders	177
3.7.3.3	Ein Dirichletsches Randwertproblem und die Fourier-Bessel-Reihen	179
3.7.3.4	Rotationssymmetrische Flächenladungen in der Ebene $z = 0$ und die Hankel-Transformation	183
3.7.3.5	Nichtrotationssymmetrische Ladungsverteilungen	186
3.8	Separation der Laplaceschen Gleichung in Kugelkoordinaten	191
3.8.1	Die Separation	191
3.8.2	Beispiele	195
3.8.2.1	Dielektrische Kugel im homogenen elektrischen Feld	195
3.8.2.2	Kugel mit beliebiger Oberflächenladung	197
3.8.2.3	Das Dirichletsche Randwertproblem der Kugel	201
3.9	Vielleitersysteme	203
3.10	Ebene elektrostatische Probleme und die Stromfunktion	208
3.11	Analytische Funktionen und konforme Abbildungen	212
3.12	Das komplexe Potential	219
4	Das stationäre Strömungsfeld	235
4.1	Die grundlegenden Gleichungen	235
4.2	Die Relaxationszeit	239
4.3	Die Randbedingungen	240
4.4	Die formale Analogie zwischen D und g	245
4.5	Einige Strömungsfelder	246
4.5.1	Die punktförmige Quelle im Raum	246
4.5.2	Linienquellen	249
4.5.3	Ein gemischtes Randwertproblem	251
5	Die Grundlagen der Magnetostatik	259
5.1	Grundgleichungen	259
5.2	Einige Magnetfelder	269
5.2.1	Das Feld eines geradlinigen, konzentrierten Stromes	269
5.2.2	Das Feld rotationssymmetrischer Stromverteilungen in zylindrischen Leitern	276
5.2.3	Das Feld einfacher Spulen	277
5.2.4	Das Feld eines Kreisstromes und der magnetische Dipol	279
5.2.5	Das Feld einer beliebigen Stromschleife	286
5.2.6	Das Feld ebener Leiterschleifen in der Schleifenebene	289
5.3	Der Begriff der Magnetisierung	291
5.4	Kraftwirkungen auf Dipole in Magnetfeldern	297
5.5	B und H in magnetisierbaren Medien	298
5.6	Der Ferromagnetismus	304
5.7	Randbedingungen für B und H und die Brechung magnetischer Kraftlinien	310
5.8	Platte, Kugel und Hohlkugel im homogenen Magnetfeld	313
5.8.1	Die ebene Platte	313
5.8.2	Die Kugel	314

5.8.3	Die Hohlkugel	317
5.9	Spiegelung an der Ebene	319
5.10	Ebene Probleme	327
5.11	Zylindrische Randwertprobleme	328
5.11.1	Separation	328
5.11.2	Die Struktur rotationssymmetrischer Magnetfelder	330
5.11.3	Beispiele	332
5.11.3.1	Zylinder mit azimuthalen Flächenströmen	332
5.11.3.2	Azimutale Flächenströme in der x-y-Ebene	335
5.11.3.3	Ringstrom und magnetisierbarer Zylinder	337
5.12	Magnetische Energie, magnetischer Fluß und Induktivitätskoeffizienten	341
5.12.1	Die magnetische Energie	341
5.12.2	Der magnetische Fluß	345
6	Zeitabhängige Probleme I (Quasistationäre Näherung)	349
6.1	Das Induktionsgesetz	349
6.1.1	Induktion durch zeitliche Veränderung von $\mathbf{B}$	349
6.1.2	Induktion durch Bewegung des Leiters	350
6.1.3	Induktion durch gleichzeitige Änderung von $\mathbf{B}$ und Bewegung des Leiters	353
6.1.4	Die Unipolarmaschine	355
6.1.5	Der Versuch von Hering	357
6.2	Die Diffusion von elektromagnetischen Feldern	359
6.2.1	Die Gleichungen für $\mathbf{E}$, $\mathbf{g}$, $\mathbf{B}$ und $\mathbf{A}$	359
6.2.2	Der physikalische Inhalt der Gleichungen	360
6.2.3	Abschätzungen und Ähnlichkeitsgesetze	364
6.3	Die Laplace-Transformation	367
6.4	Felddiffusion im beiderseits unendlichen Raum	371
6.5	Felddiffusion im Halbraum	376
6.5.1	Allgemeine Lösung	376
6.5.2	Die Diffusion des Feldes von der Oberfläche ins Innere des Halbraumes (Einfluß der Randbedingung)	378
6.5.3	Die Diffusion des Anfangsfeldes im Halbraum (Einfluß der Anfangsbedingung)	382
6.5.4	Periodisches Feld und Skineffekt	384
6.6	Felddiffusion in der ebenen Platte	389
6.6.1	Allgemeine Lösung	389
6.6.2	Die Diffusion des Anfangsfeldes (Einfluß der Anfangsbedingung)	390
6.6.3	Der Einfluß der Randbedingungen	393
6.7	Das zylindrische Diffusionsproblem	398
6.7.1	Die Grundgleichungen	398
6.7.2	Das longitudinale Feld B_z	399
6.7.3	Das azimuthale Feld B_ϕ	404
6.7.4	Der Skineffekt im zylindrischen Draht	407
6.8	Grenzen der quasistationären Theorie	411
7	Zeitabhängige Probleme II (Elektromagnetische Wellen)	413
7.1	Die Wellengleichungen und ihre einfachsten Lösungen	413
7.1.1	Die Wellengleichungen	413

7.1.2	Der einfachste Fall: Ebene Wellen im Isolator	414
7.1.3	Harmonische ebene Wellen	419
7.1.4	Elliptische Polarisation	423
7.1.5	Stehende Wellen	425
7.1.6	TE- und TM-Wellen	426
7.1.7	Energiedichte in und Energietransport durch Wellen	430
7.2	Ebene Wellen in einem leitfähigen Medium	431
7.2.1	Wellengleichungen und Dispersionsbeziehung	431
7.2.2	Der Vorgang ist harmonisch im Raum	433
7.2.3	Der Vorgang ist harmonisch in der Zeit	435
7.3	Reflexion und Brechung von Wellen	439
7.3.1	Reflexion und Brechung bei Isolatoren	439
7.3.2	Die Fresnelschen Beziehungen für Isolatoren	441
7.3.3	Nichtmagnetische Medien	444
7.3.4	Totalreflexion	447
7.3.5	Reflexion an einem leitfähigen Medium	449
7.4	Die Potentiale und ihre Wellengleichungen	450
7.4.1	Die inhomogenen Wellengleichungen für $\mathbf{A}$ und ϕ	450
7.4.2	Die Lösung der inhomogenen Wellengleichungen (Retardierung)	454
7.4.3	Der elektrische Hertzsche Vektor	456
7.4.4	Vektorpotential für $\mathbf{D}$ und magnetischer Hertzscher Vektor	457
7.4.5	Hertzsche Vektoren und Dipolmomente	459
7.4.6	Hertzsche Vektoren für homogene leitfähige Medien ohne Raumladungen	462
7.5	Der Hertzsche Dipol	464
7.5.1	Die Felder des schwingenden Dipols	464
7.5.2	Das Fernfeld und die Strahlungsleistung	470
7.6	Die Rahmenantenne	473
7.7	Wellen in zylindrischen Hohlleitern	476
7.7.1	Grundgleichungen	476
7.7.2	TM-Wellen	479
7.7.3	TE-Wellen	480
7.7.4	TEM-Wellen	481
7.8	Der Rechteckhohlleiter	486
7.8.1	Die Separation	486
7.8.2	TM-Wellen im Rechteckhohlleiter	487
7.8.3	TE-Wellen im Rechteckhohlleiter	489
7.8.4	TEM-Wellen	491
7.9	Rechteckige Hohlraumresonatoren	492
7.10	Der kreiszylindrische Hohlleiter	496
7.10.1	Die Separation	496
7.10.2	TM-Wellen im kreiszylindrischen Hohlleiter	498
7.10.3	TE-Wellen im kreiszylindrischen Hohlleiter	500
7.10.4	Das Koaxialkabel	502
7.10.5	Die Telegraphengleichung	504
7.11	Das Problem des Hohlleiters als Variationsproblem	506
7.12	Rand- und Anfangswertprobleme	509
7.12.1	Das Anfangswertproblem des unendlichen, homogenen Raumes	510
7.12.2	Das Randwertproblem des Halbraumes	514

8 Numerische Methoden	517
8.1 Einleitung	517
8.2 Potentialtheoretische Grundlagen	518
8.2.1 Randwertprobleme und Integralgleichungen	518
8.2.2 Beispiele	521
8.2.2.1 Das eindimensionale Problem	521
8.2.2.2 Das Dirichletsche Randwertproblem der Kugel	524
8.2.3 Die Mittelwertsätze der Potentialtheorie	527
8.3 Randwertprobleme als Variationsprobleme	528
8.3.1 Variationsintegrale und Eulersche Gleichungen	528
8.3.2 Beispiele	532
8.3.2.1 Poisson-Gleichung	532
8.3.2.2 Helmholtz-Gleichung	536
8.4 Die Methode der gewichteten Residuen	540
8.4.1 Die Kollokationsmethode	541
8.4.2 Die Methode der Teilgebiete	543
8.4.3 Die Momentenmethode	544
8.4.4 Die Methode der kleinsten Fehlerquadrate	544
8.4.5 Die Galerkin-Methode	545
8.5 Random-Walk-Prozesse	548
8.6 Die Methode der finiten Differenzen	552
8.6.1 Die grundlegenden Beziehungen	552
8.6.2 Ein Beispiel	557
8.7 Die Methode der finiten Elemente	561
8.8 Die Methode der Randelemente	568
8.9 Ersatzladungsmethoden	573
8.10 Die Monte-Carlo-Methode	575
Anhänge	581
A.1 Elektromagnetische Feldtheorie und Photonenruhmasse	581
A.1.1 Einleitung	581
A.1.2 Beispiele	586
A.1.2.1 Gleichmäßig geladene Kugeloberfläche	586
A.1.2.2 Der ebene Kondensator und seine Kapazität	587
A.1.2.3 Der ideale elektrische Dipol	589
A.1.2.4 Der ideale magnetische Dipol	590
A.1.2.5 Ebene Wellen	591
A.1.3 Messungen und Schlußfolgerungen	594
A.1.3.1 Magnetfelder der Erde und des Jupiter	594
A.1.3.2 Schumann-Resonanzen	595
A.1.3.3 Grundsätzliche Grenzen – die Unschärferelation	596
A.2 Magnetische Monopole und Maxwellsche Gleichungen	597
A.2.1 Einleitung	597
A.2.2 Duale Transformationen	599
A.2.3 Eigenschaften von magnetischen Monopolen	603
A.2.4 Die Suche nach magnetischen Monopolen	604
A.3 Über die Bedeutung der elektromagnetischen Felder und Potentiale (Bohm-Aharonov-Effekte)	605

A.3.1	Einleitung	605
A.3.2	Die Rolle der Felder und Potentiale	608
A.3.3	Die Ehrenfest'schen Theoreme	610
A.3.4	Magnetfeld und Vektorpotential einer unendlich langen idealen Spule . . .	611
A.3.5	Elektronenstrahlinterferenzen am Doppelspalt	612
A.3.6	Schlußfolgerungen	616
A.4	Die Liénard-Wiechertschen Potentiale	616
A.5	Das Helmholtz'sche Theorem	620
A.5.1	Ableitung und Interpretation	620
A.5.2	Beispiele	624
A.5.2.1	Homogenes Feld im Inneren einer Kugel	624
A.5.2.2	Punktladung im Inneren einer leitfähigen Hohlkugel	628
Literatur		629
Sachverzeichnis		631