

# Inhaltsverzeichnis

---

## Analysis

### I Funktionen und ihre Ableitungen

- 1 Wiederholung und Ausblick 10
- 2 Die Potenzfunktion  $f: x \mapsto x^{-n}$ ;  $n \in \mathbb{N}$  und ihre Ableitung 13
- 3 Die Ableitungen der Sinus- und der Kosinusfunktion 15
- 4 Verkettung von Funktionen 19
- 5 Die Kettenregel 22
- 6 Die Produktregel 24
- 7 Die Quotientenregel 26
- 8 Vermischte Aufgaben 28
- Mathematische Exkursionen
  - Exoten unter den Funktionen 30
- Rückblick 32
- Aufgaben zum Üben und Wiederholen 33

### II Funktionen in Sachzusammenhängen

- 1 Ganzrationale Funktionen in Sachzusammenhängen 34
- 2 Einfache Extremwertprobleme 38
- 3 Komplexere Extremwertprobleme 41
- 4 Vermischte Aufgaben 44
- Mathematische Exkursionen
  - Marktpreis – Besteuerung – Subventionen 47
- Rückblick 50
- Aufgaben zum Üben und Wiederholen 51

### III Einführung in die Integralrechnung

- 1 Beispiele, die zur Integralrechnung führen 52
- 2 Näherungsweise Berechnung von Flächeninhalten 54
- 3 Bestimmung von Flächeninhalten 58
- 4 Einführung des Integrals 60
- 5 Integralfunktionen 62
- 6 Stammfunktionen 64
- 7 Der Hauptsatz der Differenzial- und Integralrechnung 67
- 8 Flächen oberhalb und unterhalb der x-Achse 70
- 9 Flächen zwischen zwei Graphen 72
- 10 Eigenschaften des Integrals 75
- 11 Produktsummen in realen Zusammenhängen 77
- 12 Vermischte Aufgaben 79
- Mathematische Exkursionen
  - CAVALIERI entdeckt eine Integralformel 82
- Rückblick 84
- Aufgaben zum Üben und Wiederholen 85

#### IV Exponential- und Logarithmusfunktionen

- 1 Eigenschaften der Funktion  $f: x \mapsto c \cdot a^x$  86
- 2 Die eulersche Zahl  $e$  89
- 3 Ableitung und Stammfunktionen der Funktion  $f: x \mapsto e^x$  91
- 4 Ableiten und Integrieren zusammengesetzter Funktionen 93
- 5 Die natürliche Logarithmusfunktion als Umkehrfunktion 95
- 6 Funktionen mit beliebigen Basen, Gleichungen 97
- 7 Untersuchung von Exponentialfunktionen 99
- 8 Exponentielle Wachstums- und Zerfallsprozesse 103
- 9 Halbwerts- und Verdoppelungszeit 106
- 10 Beschränktes Wachstum 108
- 11 Funktionsanpassungen 110
- 12 Vermischte Aufgaben 113
- Mathematische Exkursionen
  - Die Differenzialgleichung des exponentiellen Wachstums 116
- Rückblick 118
- Aufgaben zum Üben und Wiederholen 119

#### V Weiterführung der Integralrechnung

- 1 Rauminhalte von Rotationskörpern 120
- 2 Mittelwerte von Funktionen 123
- 3 Numerische Integration, Trapezregeln 125
- 4 Uneigentliche Integrale 127
- 5 Vermischte Aufgaben 130
- Mathematische Exkursionen
  - Näherungsweise Berechnung von Integralen – Die Fassregel von KEPLER 132
- Rückblick 134
- Aufgaben zum Üben und Wiederholen 135

#### VI Gebrochenrationale und trigonometrische Funktionen

- 1 Definition von gebrochenrationalen Funktionen 136
- 2 Nullstellen, Verhalten in der Umgebung von Definitionslücken 138
- 3 Verhalten für  $x \rightarrow \pm \infty$ , Näherungsfunktionen 141
- 4 Skizzieren von Graphen 144
- 5 Beispiele von vollständigen Funktionsuntersuchungen 146
- 6 Funktionsanpassungen 151
- 7 Untersuchung trigonometrischer Funktionen 153
- 8 Vermischte Aufgaben 158
- Mathematische Exkursionen
  - Das Schluckvermögen einer Straße 161
  - Der Stau aus dem Nichts 163
- Rückblick 164
- Aufgaben zum Üben und Wiederholen 165
- Anregungen für Projekte
  - Untersuchung zum Bevölkerungswachstum 166

## **Lineare Algebra und analytische Geometrie**

### **VII Lineare Gleichungssysteme**

- 1 Beispiele von linearen Gleichungssystemen 172
- 2 Das GAUSS-Verfahren zur Lösung von LGS 174
- 3 Lösungsmengen linearer Gleichungssysteme 177
- 4 Anwendungen linearer Gleichungssysteme 181
- 5 Vermischte Aufgaben 184
- Mathematische Exkursionen
  - Lineare Gleichungssysteme auf dem Computer 186
  - Computertomographie 188
- Rückblick 190
- Aufgaben zum Üben und Wiederholen 191

### **VIII Vektoren**

- 1 Der Begriff des Vektors in der Geometrie 192
- 2 Punkte und Vektoren im Koordinatensystem 195
- 3 Addition von Vektoren 199
- 4 Multiplikation eines Vektors mit einer Zahl 203
- 5 Lineare Abhängigkeit und Unabhängigkeit von Vektoren 208
- 6 Anwendungen der linearen Unabhängigkeit 212
- 7 Vermischte Aufgaben 214
- Mathematische Exkursionen
  - Vektoren – mehr als Verschiebungen 216
- Rückblick 218
- Aufgaben zum Üben und Wiederholen 219

### **IX Geraden und Ebenen**

- 1 Vektorielle Darstellung von Geraden 220
- 2 Gegenseitige Lage von Geraden 224
- 3 Vektorielle Darstellung von Ebenen 228
- 4 Koordinatengleichungen von Ebenen 232
- 5 Gegenseitige Lage einer Geraden und einer Ebene 236
- 6 Gegenseitige Lage von Ebenen 240
- 7 Vermischte Aufgaben 244
- Mathematische Exkursionen
  - Grundriss und Aufriss 246
- Rückblick 248
- Aufgaben zum Üben und Wiederholen 249

### **X Längen, Abstände, Winkel**

- 1 Betrag eines Vektors, Länge einer Strecke 250
- 2 Skalarprodukt von Vektoren, Größe von Winkeln 252
- 3 Eigenschaften der Skalarmultiplikation 258
- 4 Anwendungen des Skalarproduktes 260
- 5 Normalenform der Ebenengleichung 262

6 Orthogonalität von Geraden und Ebenen	266
7 Abstand eines Punktes von einer Ebene	271
8 Die HESSE'sche Normalenform	273
9 Abstand eines Punktes von einer Geraden	277
10 Abstand windschiefer Geraden	280
11 Schnittwinkel	282
12 Vermischte Aufgaben	287
Mathematische Exkursionen	
Das Vektorprodukt – oder: Der kurze Weg zum Normalenvektor	290
Rückblick	292
Aufgaben zum Üben und Wiederholen	293

## **XI Geometrische Abbildungen und Matrizen**

1 Geometrische Abbildungen und Abbildungsgleichungen	294
2 Affine Abbildungen	297
3 Darstellung affiner Abbildungen mithilfe von Matrizen	300
4 Matrixdarstellungen spezieller Kongruenz- und Ähnlichkeitsabbildungen	304
5 Verkettung von affinen Abbildungen, Multiplikation von Matrizen	306
6 Parallelprojektionen	308
7 Vermischte Aufgaben	312
Mathematische Exkursionen	
Perspektive	314
Rückblick	316
Aufgaben zum Üben und Wiederholen	317

## **XII Prozesse und Matrizen**

1 Beschreibung von Prozessen durch Matrizen	318
2 Zweistufige Prozesse und Multiplikation von Matrizen	322
3 Austauschprozesse und Gleichgewichtsverteilungen	324
4 Stochastische Matrizen	326
Mathematische Exkursionen	
Input-Output-Analyse	330
Rückblick	332
Aufgaben zum Üben und Wiederholen	333
Anregungen für Projekte	
Perspektive in der Kunst	334

## Stochastik

### XIII Von der Pfadregel zur Binomialverteilung

- 1 Beschreibung von Zufallsexperimenten 338
- 2 Relative Häufigkeiten und Wahrscheinlichkeiten 340
- 3 Mehrstufige Zufallsexperimente 342
- 4 BERNOULLI-Ketten, Binomialverteilungen 345
- 5 Tabellen und Tabellenkalkulation bei Binomialverteilungen 350
- 6 Der Erwartungswert einer Zufallsgröße 354
- 7 Standardabweichung – Sigmaregeln 357
- 8 Vermischte Aufgaben 361
- Mathematische Exkursionen
  - Dartpfeile, der Zufall und die Zahl  $\pi$  363
  - Die Gesetze der großen Zahlen 364
- Rückblick 366
- Aufgaben zum Üben und Wiederholen 367

### XIV Beurteilende Statistik

- 1 Testen der Hypothese  $p = p_0$  368
- 2 Schätzen 372
- 3 Einseitiges Testen 376
- 4 Fehler beim Testen – eine Vertiefung 379
- 5 Vermischte Aufgaben 382
- Mathematische Exkursionen
  - Aus dem „Rezeptbuch“ der Statistik: die Chi-Quadrat-Tests 384
- Rückblick 386
- Aufgaben zum Üben und Wiederholen 387

### XV Vertiefungen und weitere Verteilungen

- 1 Die Näherungsformel von DE MOIVRE-LAPLACE 388
- 2 Histogramme und ihre Glockenform 392
- 3 Die Normalverteilung – Modell und Wirklichkeit 396
- 4 Hypergeometrische Verteilung 399
- 5 Geometrische Verteilung 402
- 6 Exponentialverteilung 404
- 7 Vermischte Aufgaben 406
- Mathematische Exkursionen
  - Wahrscheinlichkeitsverteilung bei Permutationen 408
- Rückblick 410
- Aufgaben zum Üben und Wiederholen 411
  
- Anregungen für Projekte „Allgemeinbildung“ – ein statistischer Test 412
  
- Aufgaben zur Vorbereitung des schriftlichen Abiturs 416
- Tabellen 422
- Lösungen der Aufgaben zum Üben und Wiederholen 434
- Register 446