

Inhaltsverzeichnis

Analysis

I Funktionen und ihre Ableitungen

- 1 Wiederholung und Ausblick 10
 - 2 Die Potenzfunktion $f: x \mapsto x^{-n}; n \in \mathbb{N}$ und ihre Ableitung 13
 - 3 Die Ableitungen der Sinus- und der Kosinusfunktion 15
 - 4 Verkettung von Funktionen 19
 - 5 Die Kettenregel 22
 - 6 Die Produktregel 24
 - 7 Die Quotientenregel 26
 - 8 Vermischte Aufgaben 28
- Mathematische Exkursionen
- Exoten unter den Funktionen 30
- Rückblick 32
- Aufgaben zum Üben und Wiederholen 33

II Funktionen in Sachzusammenhängen

- 1 Ganzrationale Funktionen in Sachzusammenhängen 34
 - 2 Einfache Extremwertprobleme 38
 - 3 Komplexere Extremwertprobleme 41
 - 4 Vermischte Aufgaben 44
- Mathematische Exkursionen
- Marktpreis – Besteuerung – Subventionen 47
- Rückblick 50
- Aufgaben zum Üben und Wiederholen 51

III Einführung in die Integralrechnung

- 1 Beispiele, die zur Integralrechnung führen 52
 - 2 Näherungsweise Berechnung von Flächeninhalten 54
 - 3 Bestimmung von Flächeninhalten 58
 - 4 Einführung des Integrals 60
 - 5 Integralfunktionen 62
 - 6 Stammfunktionen 64
 - 7 Der Hauptsatz der Differenzial- und Integralrechnung 67
 - 8 Flächen oberhalb und unterhalb der x-Achse 70
 - 9 Flächen zwischen zwei Graphen 72
 - 10 Eigenschaften des Integrals 75
 - 11 Produktsummen in realen Zusammenhängen 77
 - 12 Vermischte Aufgaben 79
- Mathematische Exkursionen
- CAVALIERI entdeckt eine Integralformel 82
- Rückblick 84
- Aufgaben zum Üben und Wiederholen 85

IV Exponential- und Logarithmusfunktionen

1	Eigenschaften der Funktion $f: x \mapsto c \cdot a^x$	86
2	Die eulersche Zahl e	89
3	Ableitung und Stammfunktionen der Funktion $f: x \mapsto e^x$	91
4	Ableiten und Integrieren zusammengesetzter Funktionen	93
5	Die natürliche Logarithmusfunktion als Umkehrfunktion	95
6	Funktionen mit beliebigen Basen, Gleichungen	97
7	Untersuchung von Exponentialfunktionen	99
8	Exponentielle Wachstums- und Zerfallsprozesse	103
9	Halbwerts- und Verdoppelungszeit	106
10	Beschränktes Wachstum	108
11	Funktionsanpassungen	110
12	Vermischte Aufgaben	113
	Mathematische Exkursionen	
	Die Differenzialgleichung des exponentiellen Wachstums	116
	Rückblick	118
	Aufgaben zum Üben und Wiederholen	119

V Weiterführung der Integralrechnung

1	Rauminhalte von Rotationskörpern	120
2	Mittelwerte von Funktionen	123
3	Numerische Integration, Trapezregeln	125
4	Uneigentliche Integrale	127
5	Vermischte Aufgaben	130
	Mathematische Exkursionen	
	Näherungsweise Berechnung von Integralen – Die Fassregel von KEPLER	132
	Rückblick	134
	Aufgaben zum Üben und Wiederholen	135

VI Gebrochenrationale und trigonometrische Funktionen

1	Definition von gebrochenrationalen Funktionen	136
2	Nullstellen, Verhalten in der Umgebung von Definitionslücken	138
3	Verhalten für $x \rightarrow \pm \infty$, Näherungsfunktionen	141
4	Skizzieren von Graphen	144
5	Beispiele von vollständigen Funktionsuntersuchungen	146
6	Funktionsanpassungen	151
7	Untersuchung trigonometrischer Funktionen	153
8	Vermischte Aufgaben	158
	Mathematische Exkursionen	
	Das Schluckvermögen einer Straße	161
	Der Stau aus dem Nichts	163
	Rückblick	164
	Aufgaben zum Üben und Wiederholen	165
	Anregungen für Projekte	
	Untersuchung zum Bevölkerungswachstum	166

Lineare Algebra und analytische Geometrie

VII Lineare Gleichungssysteme

- 1 Beispiele von linearen Gleichungssystemen 172
 - 2 Das GAUSS-Verfahren zur Lösung von LGS 174
 - 3 Lösungsmengen linearer Gleichungssysteme 177
 - 4 Anwendungen linearer Gleichungssysteme 181
 - 5 Vermischte Aufgaben 184
- Mathematische Exkursionen
- Lineare Gleichungssysteme auf dem Computer 186
 - Computertomographie 188
- Rückblick 190
- Aufgaben zum Üben und Wiederholen 191

VIII Vektoren

- 1 Der Begriff des Vektors in der Geometrie 192
 - 2 Punkte und Vektoren im Koordinatensystem 195
 - 3 Addition von Vektoren 199
 - 4 Multiplikation eines Vektors mit einer Zahl 203
 - 5 Lineare Abhängigkeit und Unabhängigkeit von Vektoren 208
 - 6 Anwendungen der linearen Unabhängigkeit 212
 - 7 Vermischte Aufgaben 214
- Mathematische Exkursionen
- Vektoren – mehr als Verschiebungen 216
- Rückblick 218
- Aufgaben zum Üben und Wiederholen 219

IX Geraden und Ebenen

- 1 Vektorielle Darstellung von Geraden 220
 - 2 Gegenseitige Lage von Geraden 224
 - 3 Vektorielle Darstellung von Ebenen 228
 - 4 Koordinatengleichungen von Ebenen 232
 - 5 Gegenseitige Lage einer Geraden und einer Ebene 236
 - 6 Gegenseitige Lage von Ebenen 240
 - 7 Vermischte Aufgaben 244
- Mathematische Exkursionen
- Grundriss und Aufriss 246
- Rückblick 248
- Aufgaben zum Üben und Wiederholen 249

X Längen, Abstände, Winkel

- 1 Betrag eines Vektors, Länge einer Strecke 250
- 2 Skalarprodukt von Vektoren, Größe von Winkeln 252
- 3 Eigenschaften der Skalarmultiplikation 258
- 4 Anwendungen des Skalarproduktes 260
- 5 Normalenform der Ebenengleichung 262

6 Orthogonalität von Geraden und Ebenen	266
7 Abstand eines Punktes von einer Ebene	271
8 Die HESSE'sche Normalenform	273
9 Abstand eines Punktes von einer Geraden	277
10 Abstand windschiefer Geraden	280
11 Schnittwinkel	282
12 Vermischte Aufgaben	287
Mathematische Exkursionen	
Das Vektorprodukt – oder: Der kurze Weg zum Normalenvektor	290
Rückblick	292
Aufgaben zum Üben und Wiederholen	293

XI Geometrische Abbildungen und Matrizen

1 Geometrische Abbildungen und Abbildungsgleichungen	294
2 Affine Abbildungen	297
3 Darstellung affiner Abbildungen mithilfe von Matrizen	300
4 Matrixdarstellungen spezieller Kongruenz- und Ähnlichkeitsabbildungen	304
5 Verketten von affinen Abbildungen, Multiplikation von Matrizen	306
6 Parallelprojektionen	308
7 Vermischte Aufgaben	312
Mathematische Exkursionen	
Perspektive	314
Rückblick	316
Aufgaben zum Üben und Wiederholen	317

XII Prozesse und Matrizen

1 Beschreibung von Prozessen durch Matrizen	318
2 Zweistufige Prozesse und Multiplikation von Matrizen	322
3 Austauschprozesse und Gleichgewichtsverteilungen	324
4 Stochastische Matrizen	326
Mathematische Exkursionen	
Input-Output-Analyse	330
Rückblick	332
Aufgaben zum Üben und Wiederholen	333
Anregungen für Projekte	
Perspektive in der Kunst	334

Stochastik

XIII Von der Pfadregel zur Binomialverteilung

- 1 Beschreibung von Zufallsexperimenten 338
 - 2 Relative Häufigkeiten und Wahrscheinlichkeiten 340
 - 3 Mehrstufige Zufallsexperimente 342
 - 4 BERNOULLI-Ketten, Binomialverteilungen 345
 - 5 Tabellen und Tabellenkalkulation bei Binomialverteilungen 350
 - 6 Der Erwartungswert einer Zufallsgröße 354
 - 7 Standardabweichung – Sigmaregeln 357
 - 8 Vermischte Aufgaben 361
- Mathematische Exkursionen
- Dartpfeile, der Zufall und die Zahl π 363
 - Die Gesetze der großen Zahlen 364
- Rückblick 366
- Aufgaben zum Üben und Wiederholen 367

XIV Beurteilende Statistik

- 1 Testen der Hypothese $p = p_0$ 368
 - 2 Schätzen 372
 - 3 Einseitiges Testen 376
 - 4 Fehler beim Testen – eine Vertiefung 379
 - 5 Vermischte Aufgaben 382
- Mathematische Exkursionen
- Aus dem „Rezeptbuch“ der Statistik: die Chi-Quadrat-Tests 384
- Rückblick 386
- Aufgaben zum Üben und Wiederholen 387

XV Vertiefungen und weitere Verteilungen

- 1 Die Näherungsformel von DE MOIVRE-LAPLACE 388
 - 2 Histogramme und ihre Glockenform 392
 - 3 Die Normalverteilung – Modell und Wirklichkeit 396
 - 4 Hypergeometrische Verteilung 399
 - 5 Geometrische Verteilung 402
 - 6 Exponentialverteilung 404
 - 7 Vermischte Aufgaben 406
- Mathematische Exkursionen
- Wahrscheinlichkeitsverteilung bei Permutationen 408
- Rückblick 410
- Aufgaben zum Üben und Wiederholen 411
- Anregungen für Projekte „Allgemeinbildung“ – ein statistischer Test 412
- Aufgaben zur Vorbereitung des schriftlichen Abiturs 416
- Tabellen 422
- Lösungen der Aufgaben zum Üben und Wiederholen 434
- Register 446