

Inhaltsverzeichnis

I. Der Hilbertsche Raum

1. Der lineare, metrische und BANACHsche Raum	1
1.1 Der lineare Raum	1
1.2 Der metrische Raum	2
1.3 Vollständiger metrischer Raum	4
1.4 Der BANACHsche Raum	8
2. Der HILBERTsche Raum §	11
2.1 Definition des HILBERTschen Raumes	11
2.2 Vollständiger HILBERTscher Raum	13
2.3 Separabler HILBERTscher Raum	18
2.4 Dichte Teilräume	19
3. Orthonormalsysteme in §	23
3.1 Definition und BESSELSche Ungleichung	23
3.2 Vollständige Orthonormalsysteme	25
3.3 Das E. SCHMIDTsche Orthogonalisierungsverfahren	30

II. Lineare Operatoren in §

1. Eigenwert und reziproker Operator	31
1.1 Definitionen und Problemstellungen	31
1.2 Der STURM-LIOUVILLESche Operator im \mathfrak{R}_1	34
1.3 Hilfsmittel aus den partiellen Differentialgleichungen	44
1.4 Der STURM-LIOUVILLESche Operator im \mathfrak{R}_n	50
2. Symmetrische und halbbeschränkte Operatoren	53
2.1 Definitionen	53
2.2 Symmetrie und Halbbeschränktheit des STURM-LIOUVILLESchen Operators im \mathfrak{R}_1	55
2.3 Symmetrie und Halbbeschränktheit des STURM-LIOUVILLESchen Operators im \mathfrak{R}_n	59
2.4 Ein nicht-halbbeschränkter STURM-LIOUVILLEScher Operator im \mathfrak{R}_2	65
3. SCHRÖDINGER-Operatoren	68
3.1 Einige Prinzipien der Quantenmechanik	68
3.2 Energie-Operatoren	72
3.3 Symmetrie von SCHRÖDINGER-Operatoren	74
3.4 Halbbeschränktheit von SCHRÖDINGER-Operatoren	86

III. Spektraltheorie vollstetiger Operatoren

1. Vollstetige und beschränkte Operatoren	91
1.1 Definitionen	91
1.2 Der Entwicklungssatz für vollstetige, symmetrische Operatoren . . .	96
1.3 Verschärfter Entwicklungssatz	101
1.4 Die Vollstetigkeit von Integraloperatoren	102
1.5 Die Vollstetigkeit von Integraloperatoren (Fortsetzung)	109
1.6 Das allgemeine STURM-LIOUVILLESche Eigenwertproblem im \Re_1 . . .	111
1.7 Das STURM-LIOUVILLESche Eigenwertproblem im \Re_n	113
2. Anfangs-Randwertprobleme	115
2.1 Das Anfangs-Randwertproblem für $Au + \dot{u} = f$	115
2.2 Das Anfangs-Randwertproblem für $Au + \ddot{u} = f$	117
2.3 GREENSche Funktionen bei Anfangs-Randwertproblemen	119
2.4 Existenzsätze für Anfangs-Randwertprobleme	123

IV. Spektraltheorie selbstadjungierter Operatoren

1. Vorbereitungen	128
1.1 Neufassung des Entwicklungssatzes für vollstetige und symmetrische Operatoren	128
1.2 Projektionsoperatoren	133
2. Selbstadjungierte Operatoren	136
2.1 Definitionen	136
2.2 Der Spektralsatz für selbstadjungierte Operatoren	139
2.3 Das Spektrum eines selbstadjungierten Operators	141
2.4 Eigenpakete	144
2.5 Zusammenhang zwischen Spektralschar und Eigenpaket	148
3. Wesentlich selbstadjungierte Operatoren	153
3.1 Definitionen	153
3.2 Beispiele	156
3.3 Kriterien für die wesentliche Selbstadjungiertheit	159
3.4 Ein Kriterium für die wesentliche Selbstadjungiertheit von Differentialoperatoren	165
3.5 Beweis des WEYLSchen Lemmas	170
4. Die Selbstadjungiertheit von Differentialoperatoren	175
4.1 SCHRÖDINGER-Operatoren mit singulärem Potential	175
4.2 COULOMB-Potentiale mit Wechselwirkung	178
4.3 Halbbeschränkte Differentialoperatoren	181
4.4 Zusammenfassung	186
4.5 Der tiefste Punkt des Spektrums eines halbbeschränkten Operators .	188

V. Das Weyl-Stonesche Eigenwertproblem

1. Die WEYLSche Alternative	191
1.1 Vorbereitung	191
1.2 Der 1. WEYLSche Satz	193
1.3 Der 2. WEYLSche Satz	197
1.4 Die WEYLSche Alternative	203
1.5 Ein Kriterium für den Grenzfunktfall bei $x = \infty$	204
2. Die Selbstadjungiertheit des WEYL-STONESchen Operators	207
2.1 Der Hauptsatz	207
2.2 Der STURM-LIOUVILLESche Operator im \mathfrak{R}_1	213
2.3 Der Entwicklungssatz	214
3. Die RELICHschen Randbedingungen für Grenzkreisfall und Stelle der Bestimmtheit	218
3.1 Stelle der Bestimmtheit	218
3.2 Die RELICHschen Anfangszahlen	219
3.3 Anwendungen und Beispiele	226
Anhang I	239
Anhang II	241
Anhang III	244
Anhang IV	246
Literaturverzeichnis	247
Namen- und Sachverzeichnis	250