

Inhaltsverzeichnis

I. Der Hilbertsche Raum

| | | |
|-----|---|----|
| 1. | Der lineare, metrische und BANACHSche Raum | 1 |
| 1.1 | Der lineare Raum | 1 |
| 1.2 | Der metrische Raum | 2 |
| 1.3 | Vollständiger metrischer Raum | 4 |
| 1.4 | Der BANACHSche Raum | 8 |
| 2. | Der HILBERTSche Raum \mathfrak{H} | 11 |
| 2.1 | Definition des HILBERTSchen Raumes | 11 |
| 2.2 | Vollständiger HILBERTScher Raum | 13 |
| 2.3 | Separabler HILBERTScher Raum | 18 |
| 2.4 | Dichte Teilräume | 19 |
| 3. | Orthonormalsysteme in \mathfrak{H} | 23 |
| 3.1 | Definition und BESSELSche Ungleichung | 23 |
| 3.2 | Vollständige Orthonormalsysteme | 25 |
| 3.3 | Das E. SCHMIDTsche Orthogonalisierungsverfahren | 30 |

II. Lineare Operatoren in \mathfrak{H}

| | | |
|-----|---|----|
| 1. | Eigenwert und reziproker Operator | 31 |
| 1.1 | Definitionen und Problemstellungen | 31 |
| 1.2 | Der STURM-LIOUVILLESche Operator im \mathfrak{H}_1 | 34 |
| 1.3 | Hilfsmittel aus den partiellen Differentialgleichungen | 44 |
| 1.4 | Der STURM-LIOUVILLESche Operator im \mathfrak{H}_n | 50 |
| 2. | Symmetrische und halbbeschränkte Operatoren | 53 |
| 2.1 | Definitionen | 53 |
| 2.2 | Symmetrie und Halbbeschränktheit des STURM-LIOUVILLESchen Operators im \mathfrak{H}_1 | 55 |
| 2.3 | Symmetrie und Halbbeschränktheit des STURM-LIOUVILLESchen Operators im \mathfrak{H}_n | 59 |
| 2.4 | Ein nicht-halbbeschränkter STURM-LIOUVILLEScher Operator im \mathfrak{H}_2 | 65 |
| 3. | SCHRÖDINGER-Operatoren | 68 |
| 3.1 | Einige Prinzipien der Quantenmechanik | 68 |
| 3.2 | Energie-Operatoren | 72 |
| 3.3 | Symmetrie von SCHRÖDINGER-Operatoren | 74 |
| 3.4 | Halbbeschränktheit von SCHRÖDINGER-Operatoren | 86 |

III. Spektraltheorie vollstetiger Operatoren

| | | |
|-----|---|-----|
| 1. | Vollstetige und beschränkte Operatoren | 91 |
| 1.1 | Definitionen | 91 |
| 1.2 | Der Entwicklungssatz für vollstetige, symmetrische Operatoren | 96 |
| 1.3 | Verschärfter Entwicklungssatz | 101 |
| 1.4 | Die Vollstetigkeit von Integraloperatoren | 102 |
| 1.5 | Die Vollstetigkeit von Integraloperatoren (Fortsetzung) | 109 |
| 1.6 | Das allgemeine STURM-LIOUVILLESche Eigenwertproblem im \mathfrak{H}_1 | 111 |
| 1.7 | Das STURM-LIOUVILLESche Eigenwertproblem im \mathfrak{H}_n | 113 |
| 2. | Anfangs-Randwertprobleme | 115 |
| 2.1 | Das Anfangs-Randwertproblem für $Au + \dot{u} = f$ | 115 |
| 2.2 | Das Anfangs-Randwertproblem für $Au + \ddot{u} = f$ | 117 |
| 2.3 | GREENSche Funktionen bei Anfangs-Randwertproblemen | 119 |
| 2.4 | Existenzsätze für Anfangs-Randwertprobleme | 123 |

IV. Spektraltheorie selbstadjungierter Operatoren

| | | |
|-----|---|-----|
| 1. | Vorbereitungen | 128 |
| 1.1 | Neufassung des Entwicklungssatzes für vollstetige und symmetrische Operatoren | 128 |
| 1.2 | Projektionsoperatoren | 133 |
| 2. | Selbstadjungierte Operatoren | 136 |
| 2.1 | Definitionen | 136 |
| 2.2 | Der Spektralsatz für selbstadjungierte Operatoren | 139 |
| 2.3 | Das Spektrum eines selbstadjungierten Operators | 141 |
| 2.4 | Eigenpakete | 144 |
| 2.5 | Zusammenhang zwischen Spektralschar und Eigenpaket | 148 |
| 3. | Wesentlich selbstadjungierte Operatoren | 153 |
| 3.1 | Definitionen | 153 |
| 3.2 | Beispiele | 156 |
| 3.3 | Kriterien für die wesentliche Selbstadjungiertheit | 159 |
| 3.4 | Ein Kriterium für die wesentliche Selbstadjungiertheit von Differentialoperatoren | 165 |
| 3.5 | Beweis des WEYLSchen Lemmas | 170 |
| 4. | Die Selbstadjungiertheit von Differentialoperatoren | 175 |
| 4.1 | SCHRÖDINGER-Operatoren mit singulärem Potential | 175 |
| 4.2 | COULOMB-Potentiale mit Wechselwirkung | 178 |
| 4.3 | Halbbeschränkte Differentialoperatoren | 181 |
| 4.4 | Zusammenfassung | 186 |
| 4.5 | Der tiefste Punkt des Spektrums eines halbbeschränkten Operators | 188 |

V. Das Weyl-Stonesche Eigenwertproblem

| | |
|---|------------|
| 1. Die WEYLSche Alternative | 191 |
| 1.1 Vorbereitung | 191 |
| 1.2 Der 1. WEYLSche Satz | 193 |
| 1.3 Der 2. WEYLSche Satz | 197 |
| 1.4 Die WEYLSche Alternative | 203 |
| 1.5 Ein Kriterium für den Grenzpunktfall bei $x = \infty$ | 204 |
| 2. Die Selbstadjungiertheit des WEYL-STONESchen Operators | 207 |
| 2.1 Der Hauptsatz | 207 |
| 2.2 Der STURM-LIOUVILLESche Operator im \mathfrak{H}_1 | 213 |
| 2.3 Der Entwicklungssatz | 214 |
| 3. Die RELLICHschen Randbedingungen für Grenzkreisfall und Stelle der Bestimmtheit | 218 |
| 3.1 Stelle der Bestimmtheit | 218 |
| 3.2 Die RELLICHschen Anfangszahlen | 219 |
| 3.3 Anwendungen und Beispiele | 226 |
| Anhang I | 239 |
| Anhang II | 241 |
| Anhang III | 244 |
| Anhang IV | 246 |
| Literaturverzeichnis | 247 |
| Namen- und Sachverzeichnis | 250 |