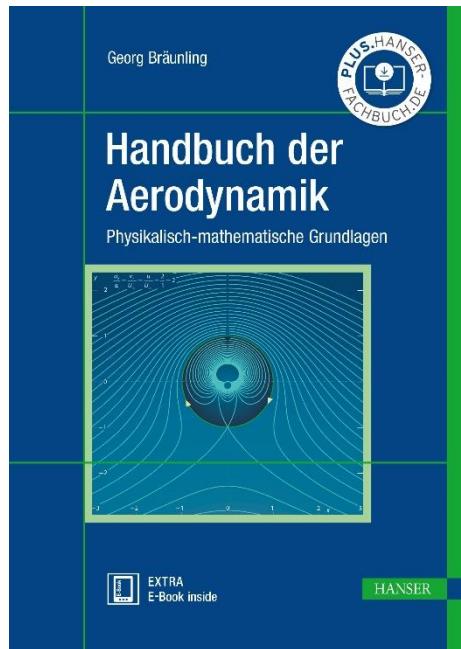


HANSER



Leseprobe

zu

Handbuch der Aerodynamik

von Georg Bräunling

Print-ISBN: 978-3-446-46828-3

E-Book-ISBN: 978-3-446-47455-0

Weitere Informationen und Bestellungen unter
<https://www.hanser-kundencenter.de/fachbuch/artikel/9783446468283>
sowie im Buchhandel

© Carl Hanser Verlag, München

Vorwort

Was mag einen Autor außer der zuvor genannten Motivation noch dazu bewegen, ein sehr mathematisch gehaltenes Buch zum Thema Aerodynamik zu schreiben, speziell dann, wenn er sich bis dato primär mit seinem Namen in den letzten 20 Jahren zum Thema Flugzeugtriebwerke mehr oder weniger öffentlich bemerkbar gemacht hat?

Es fing alles mit einem Berufungsverfahren in Hamburg an, wo ich mich auf eine Professur für Strömungslehre und Aerodynamik beworben hatte. Dieses waren bis zu diesem Zeitpunkt im Großen und Ganzen die Schwerpunkte meiner Tätigkeit. Schon während meines Studiums waren für mich Fächer nur dann richtig faszinierend, wenn deren Inhalte möglichst viel mit Strömungsmechanik, Aerodynamik und/oder Thermodynamik zu tun hatten. Obwohl meine fachlichen Wurzeln dem angewandten Teil des Maschinenbaus entsprangen, war ich vom Typus her primär stets dessen theoretischem Zweig zugeneigt.

Meine vorrangigen Tätigkeitsfelder in den ersten 13 Jahren meines Berufslebens als Ingenieur waren vom damaligen DFVLR (später DLR) Institut für Experimentelle Strömungsmechanik (Abteilung, Transsonische Turbinengitterströmungen) und von den Windkanälen der ehemaligen Aerodynamischen Versuchsanstalt (AVA) geprägt, die 1907 in Göttingen von Ludwig Prandtl als „Modellversuchsanstalt für Aerodynamik der Motorluftschiff-Studiengesellschaft“ gegründet wurde und aus der heraus viele führende Köpfe aus den Anfängen der modernen der Aerodynamik hervorgingen: Theodore von Kármán, Albert Betz, Jakob Ackeret, Adolf Busemann, Hermann Blenk, Hermann Schlichting, Klaus Oswatitsch, Walter Tolmien, Heinrich Blasisus, Friedrich Riegels, Carl Wieselsberger, Karl Wieghardt, Hubert Ludwieg, Julius Rotta ... Viele dieser genannten Personen wurden auch irgendwann Träger des Ludwig-Prandtl-Rings, der höchsten Auszeichnung der Deutschen Gesellschaft für Luft- und Raumfahrt (DGLR), die diesen Ring seit 1957 jährlich für „hervorragende eigene Arbeiten in den Flugwissenschaften in all ihren Disziplinen“ vergibt.

Darüber hinaus gibt es viele Namen und Persönlichkeiten mehr, die Erwähnung finden müssten, was aber den Umfang dieses Vorworts schließlich sprengen würde. Die Aufzählung dieser großen Namen an dieser Stelle des Buches soll andererseits nicht so verstanden werden, dass ich mir herausnehmen würde, mich mit diesen herausragenden Köpfen in irgendeiner Art und Weise vergleichen und/oder mich mit ihnen in eine gemeinsame Reihe stellen zu wollen oder überhaupt zu können.

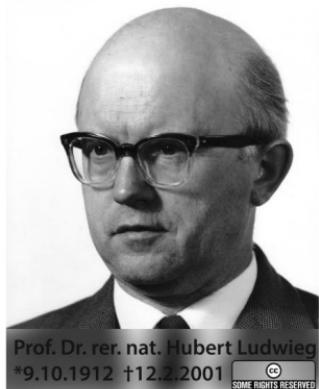
„...Was uns anlangt, so gehören wir nicht in die erste Reihe; wir können zufrieden sein, wenn wir für die zweite oder dritte als genügend befunden werden....“

frei nach Lucius Annaeus Seneca

Wie auch immer, unter der Institutsleitung von Prof. Dr. rer. nat. Hubert Ludwieg (Prandtl Doktorand 1939¹ und Prandtl-Ring-Träger 1990) wurde ich in Göttingen eingestellt und bei meiner Promotion (*Prof. Dr. Dr. h. c. Heinz Eckhard Gallus, RWTH-Aachen, am damaligen Institut für Strahltriebe und Turboarbeitsmaschinen*) war der ihm nachfolgende Institutedirektor, Prof. Dr. h. c. Hans G. Hornung, Ph. D. (Prandtl-Ring-Träger 1999), der Korreferent.

Dieses waren mithin meine ursprünglichen fachlichen Wurzeln, aufgrund derer ich zu dem eingangs erwähnten Berufungsverfahren nach Hamburg eingeladen wurde. Meine fachliche Präsentation erfolgte über die Inhalte meiner damals aktuellen Tätigkeiten im Rahmen des DLR/MTU-Gemeinschaftsprojektes CRISP (*Counter Rotating Integrated Shrouded Propfan*) in den Windkanälen des DLR, also über experimentelle Arbeiten mit einem gegenläufigen, ummantelten Hoch-Bypass-Fan (*Propfan*). Fachlich war das eine Art Kombination aus Antriebstechnik, experimenteller Aerodynamik und Forschungsmanagement, die mehr oder weniger unversehens für mich beruflich weichenstellende, nicht geahnte und unvorhergesehene Folgen haben sollte.

In Hamburg empfand man meine Vorstellung und mein Auftreten im Berufungsverfahren zwar als ansprechend, hatte jedoch für die von mir angestrebte Stelle bereits einen geeignet(er)en Kopf gefunden. Wohl aufgrund meiner präsentierten Tätigkeitsfelder machte man mir aber nun den – irgendwie verwegem daherkommenden – Vorschlag, mich doch auf eine ebenfalls vakante Stelle zum Thema Flugzeugantriebe und Flugzeugsystemtechnik zu bewerben. Eine Empfehlung, der ich auch folgte und die dann nicht minder



Prof. Dr. rer. nat. Hubert Ludwieg
*9.10.1912 †12.2.2001
© SOME RIGHTS RESERVED

¹ Dissertation, Georg-August-Universität zu Göttingen, 1939 (mündliche Prüfung 20.12.1937): Über Potenzialströmungen mit unstetigen Randbedingungen.

Der Versuch, einen Artikel über Prof. Hubert Ludwieg bei Wikipedia zu platzieren, wurde bereits nach nur 30 minütigem Schreiben mit dem Kommentar „Person ohne Relevanz – zum sofortigen Löschen vorgesehen“ abgewiesen und wenig später gelöscht.

Ludwig hatte 1939 den experimentellen Nachweis erbracht, dass die Theorien von Alfred Busemann (5. Volta Kongress 1935 in Rom) zum Pfeilflügelkonzept, welches alle schnellfliegenden Flugzeugkonfigurationen heute zur Grundlage haben, die effektivste und treibstoffsparendste Flügelform für diese Flugzeuge überhaupt ist. Durch seine Arbeiten wurden wahrscheinlich weltweit Trilliarden Tonnen an Kerosin eingespart.

Prof. Hubert Ludwieg war ein sehr stiller und bemerkenswert bescheidener Mensch. Aufsehen um seine Person hat er immer gemieden. Deswegen ist im Internet auch nicht so viel über ihn zu finden, was wohl mit ein Grund dafür war, ihn von den „Wikipediapförtnern“ als Person ohne Relevanz einzustufen.

Prof. Dr. Klaus Oswatitsch sagte in seiner Laudatio anlässlich der Verleihung des Ludwig-Prandtl-Rings an Hubert Ludwieg: „Eine Reihe seiner Veröffentlichungen erfolgte gemeinsam mit seinen Mitarbeitern. Bei der Bescheidenheit, der Zurückhaltung und der Neigung zum Unterspielen ist es klar, dass er wesentlich mitgearbeitet hat, wo er mitunterzeichnete.“

zielführend für mich war. Was so schließlich meinen weiteren Berufsweg mit einem Mal für fast 22 Jahre in ganz neue Bahnen lenkte; frei nach Wilhelm Buschs Zitat aus „*Plisch und Plum 1882: Aber hier, wie überhaupt, kommt es anders, als geglaubt*“.

Hiermit wäre also kurz erklärt, warum ich mich auch heute immer noch der Aerodynamik verbunden fühle, obwohl mein Herz – ganz tief in meinem Inneren – meiner heimlichen Liebe, der Thermodynamik, gehört.

Hinzu kam, dass in diesem damaligen Zeitabschnitt die Computertechnologien – bis heute ebenfalls eine heimliche Leidenschaft von mir – rasche Fortschritte machten und aufbrachen, die Seele der Aerodynamik von deren experimenteller Form zunehmend auf ihr numerisches Pendant zu verschieben. Die CFD (*Computational Fluid Dynamics*) begann ihren Siegeszug und wurde wegen ihrer bunten Grafiken zu Beginn noch als *Colored Fluid Dynamics* bespöttelt. Das Lächeln verging im weiteren Zeitverlauf und wurde mehr

und mehr durch einen zunehmenden Glauben in und an die kolorierten Bilder verdrängt, und das in gleichem Maße, wie sich das Grundlagenwissen merklich wahrnehmbar hinter den Farbplots und den sie erzeugenden Computeralgorithmen zurückzog.

Ebenfalls in dieser Periode machte sich ein weiteres Medium sportlichen Schrittes auf in die Zukunft: das Internet. In meinen Augen hat kein anderes Kommunikationsmittel in so kurzer Zeit das Zeitgeschehen dermaßen einschneidend umfunktioniert und dadurch die Welt in ungeahnt vielen Bereichen vollkommen neu nivelliert. Sogar Persönlicheres trat dadurch unvermittelt aus verstaubten Kulissen hervor und präsentierte sich informell einer breiten, weltumspannenden Öffentlichkeit. So wie z.B. das nebenstehende Bild aus der Vorlesung einer nicht unbekannten US-Universität über die Auftriebsentstehung an einem Profil, visuell und auditiv erklärt auf Basis der Bernoulli-Gleichung. Um es von vorneherein klarzustellen, das dort – eventuell etwas salopp – skizzierte Profil erzeugt keinen Auftrieb, auch wenn der Vortragende dies seinem Publikum glauben machen möchte und – aufgrund einer Rückfrage aus der Zuhörerschaft – ergänzt, dass beim Umdrehen des Profils (Rückenflug) der Auftrieb nach unten weist. Da staunt der Laie und die Fachleute wundern sich.

Siehe stattdessen Abb. 1.4 oben. Und dass die Strömung oben auf dem Profil im Vergleich zu unten den längeren Weg zurücklegt und deswegen dort schneller strömen muss und dass infolge dieser schnelleren Strömung – „gemäß Bernoulli“ – oben ein Unterdruck entsteht, der dort die Auftriebskraft generiert, ist heutzutage in vielerlei Hinsicht so fremdlich, dass man nicht glauben kann, dass so etwas aktuell noch an Universitäten – mit oder ohne Elitestatus – gelehrt wird. Zweifelsohne gibt es mehrheitlich sehr viele andere Universitäten und Hochschulen rund um den Globus, deren Lehrende gemeinhin hierzu etwas anderes zu erklären wissen. Hier im Buch wird ebenfalls diese anderslautende Erklärung beschrieben werden, eine Klarlegung, die im Übrigen vor fast 130 Jahren bereits der Flugpionier Otto Lilienthal zu formulieren wusste. Übrigens, bereits 1912 stellte Ludwig Prandtl persönlich hinsichtlich der Auftriebsentstehung einen Zusammenhang zwischen Zirkulation und Impulssatz her. In der Zeitschrift für Flugtechnik und Motorluftschiffahrt 3. Jg. (1912) S. 33–36 schrieb er in einem Artikel zum Thema „Ergebnisse und Ziele der



Göttinger Modellversuchsanstalt“; Zitat: „Eine andere theoretische Untersuchung bezog sich auf die Strömungsverhältnisse der Luft hinter einem Aeroplano. Der vom Aeroplano erzeugte Auftrieb ist nach dem Prinzip von Aktion und Reaktion notwendig verknüpft mit einem absteigenden Luftstrom hinter dem Aeroplano.“, Riegels F W et al. (1961).

Wann genau und vor allem warum sich die richtige „Lilienthal-Erklärung“ zu Beginn 20. Jahrhunderts in die in Details irrite und deswegen zum Teil missverständliche „Bernoulli-Erklärung“ wandelte, liegt und wird wohl im Dunkel der Zeit im Verborgenen verharren, selbst wenn hie und da unter der Hand Namen und Zitate „gehändelt“ werden, die aber ohne belastbaren Belege sind. Diese sind in meinen Augen eher Spekulation und sollen deswegen im vorliegenden Vorwort unerwähnt sein!

Wie auch immer, in einer wissenschaftlichen Arbeit, Niermann (1989), wurden 382 deutsche, amerikanische und englische Schulphysikbücher, alle veröffentlicht zwischen 1900 und 1986, daraufhin analysiert, auf welche Art und Weise in ihnen das Entstehen der Auftriebskraft erklärt wurde. Zusammengefasst ergab sich, dass seit etwa 1920, also einige Jahre nach dem Beginn der Ära der sogenannten modernen Aerodynamik, die Darstellungen mithilfe von der in sich nicht schlüssigen „Bernoulli-Erklärung“ die Lehrbücher zu dominieren begann. Diese Form der Begründung erweist sich bei einzelnen Detailproblemen vielmals als unlogisch, widersprüchlich, unvollständig und häufig als falsch. In den Jahren vor 1920 dagegen stützten sich Erklärungen immer noch auf die Arbeiten und Versuche von Otto Lilienthal. Seit etwa Mitte der 1970er-Jahre und sich anschließend mehr und mehr verstärkend in den 1990ern, hat sich die Art und Weise der Auftriebserklärung dann zunehmend wieder in die physikalisch richtige Richtung bewegt, was im Besonderen auf das unermüdliche Wirken von Prof. Dr. Klaus Weltner vom Fachbereich Physik an der Goethe-Universität Frankfurt/Main zurückzuführen ist und in der jüngeren Zeit ebenfalls von Prof. Dr. Holger Babinsky von der University of Cambridge United Kingdom. Vor allem Prof. Weltner wusste davon zu berichten, wie anstrengend und unerfreulich es zum Teil war und unter Umständen sogar mit einem „Rausschmiss“ endete, wenn versucht wurde, die führenden Strömungsmechaniker dieser Periode auch nur ansatzweise dazu aufzufordern, die althergebrachte „Bernoulli-Erklärung“ einmal kritisch zu hinterfragen.

„Seit man begonnen hat, die einfachsten Behauptungen zu beweisen, erwiesen sich viele von ihnen als falsch.“

Bertrand Russell, englischer Philosoph und Mathematiker



Ein weiteres Beispiel zu einem verunglückten Zugriff auf die Bernoulli-Gleichung soll das unten zu sehende Bild geben. Hierbei handelt es sich um einen gegenläufigen *Propulsor* in einem Niedergeschwindigkeitswindkanal. Der *Propulsor* wird mithilfe einer Druckluftturbine angetrieben, die sich in einer langen Röhre hinter ihm befindet und gleichzeitig die Haltevorrichtung

für das Versuchsobjekt ist. Über diese röhrenförmige Aufhängung streicht während der Versuche ein schneller, kreisringförmiger Wandstrahl, der dem Propulsor entstammt. Der röhrenartige Horizontalpylon war mit Wanddruckbohrungen versehen, um so dort die lokalen statischen Drücke und deren Verteilung längs der horizontalen Röhrenoberfläche zu messen. Ein Co-Experimentator zeigte sich durchaus verwundert und nachdenklich darüber, dass diese gemessenen Wanddruckverteilungen p immer gleich mit dem barometrischen Umgebungsdruck p_{baro} waren da doch, wie er mutmaßte, der schnelle Strahl einen niedrigeren statischen Druck p „gemäß der Bernoulli-Gleichung“ erwarten lassen sollte. Man stelle sich einmal vor, auf der Wandung würde in der strömenden Luft ein geringerer Druck p herrschen als in der darüber liegenden und im Vergleich dazu eher weitestgehend ruhenden Umgebungsluft, die sich bis zu einer Versuchshallenhöhe von mehr als 15 m erstreckt, also $p_{\text{baro}} > p$ gelten – wobei die Versuchshallenhöhe dabei belanglos ist. Wenn es denn so wäre, müsste als Folge davon die Umgebungsluft p_{baro} mit ihrem höheren Druck die längs der Halterungswand strömende Luft, die mutmaßlich „nach Bernoulli“ einen niedrigeren Druck p aufweisen sollte, schlechthin „platt machen“, also zu einem „Dünnfilm“ auf der Wand degerenerieren lassen. Nonsense! Undenkbare! Oder doch? Denn gäbe es nämlich eine Kraft, die sich von der Wand her gegen den höheren äußeren Barometerdruck „stemmen“ würde, so lägen die Dinge anders. Querab zu einer horizontal ausgerichteten, geradlinigen Strömung kann sich eine solche Kraft aber nicht ausbilden, denn das gelingt nur in Strömungen längs gekrümmter Wände, wie es z. B. bei der Umströmung von Tragflügelprofilen mit den Profilkräften (Abb. 1.13), den Zentrifugalkräften, der Fall ist, vgl. Kap. 1.4.1. Solch eine Situation liegt aber im hinteren Teil des oben dargestellten Versuchsaufbaus längs des horizontalen Verlaufes der Haltevorrichtung nicht vor.

Worin liegt nun bezüglich „Bernoulli“ die Quintessenz dieser Geschichte? Häufig wird vergessen, dass sich bei gasförmigen Fluiden die Bernoulli-Gleichung aus drei Anteilen zusammensetzt, dem Gesamtdruck p_{ges} – der sogenannten Bernoullikonstanten – auf der linken Gleichungsseite und aus der Summe aus dynamischem q und statischem Druck p auf der rechten Seite der Gleichung, $p_{\text{ges}} = p + q$. Bei dem Versuchsaufbau der vorhergehenden Abbildung erhöht der Propulsor, dem Energie von der Druckluftturbine zugeführt wird, dadurch nun zum einen den Gesamtdruck p_{ges} an seinem Austritt und zum anderen damit auch den dynamischen Druck $q = (\rho/2) v^2$ im schnellen Strahl (hohe Geschwindigkeit v), wobei aber der statische Druck p – in einem kurzen Abstand hinter dem Propulsor – zweifellos unverändert und somit gleich dem barometrischen Umgebungsdruck p_{baro} bleibt und auf diese Art und Weise dann auch die Bernoulli-Gleichung nach wie vor ihre Gültigkeit behält (linke Seite = rechte Seite, $p_{\text{ges}} = p_{\text{baro}} + q$). Die Energieerhaltung bleibt dabei nach wie vor unangetastet, denn die vom Propulsor an der Strömung pro Zeiteinheit verrichtete Arbeit wird im strömenden Medium in kinetische Energie [$q = (\rho/2) v^2$] gewandelt, aber nicht in eine Veränderung des statischen Druckes p . Ein schneller und nicht gekrümmter Wandstrahl in einer freien Umgebung bedeutet also nicht, dass der statische Druck im Strahl dabei abzufallen hat. Das wäre eine Fehldeutung der altehrwürdigen und genialen Bernoulli-Gleichung. Sachverhalte unter Verwendung der Bernoulli-Gleichung zu interpretieren bedeutet auch immer daran zu denken, dass es sich bei der Bernoulli-Gleichung ebenfalls um einen *Energieerhaltungssatz* handelt, in den alle beteiligten ein- und austretenden Energien einzufließen haben, und zwar sowohl die auf der linken als auch die auf

der rechten Gleichungsseite. Was bedeutet, dass über einen angetriebenen Propulsor hinweg in der Bernoulli-Gleichung zusätzlich auch die von ihm an der Strömung verrichtete Arbeit zu berücksichtigen ist, vgl. Kap. 4.8.5.6.

Es existiert(t)en universitäre Vorlesungsskripte, in denen die Summe aus statischem und dynamischen Druck selbst dann noch dieselbe Konstante p_{ges} besitzt, wenn eine geeignete Strömungsmaschine (hier z.B. der von außen angetriebene Propulsor) den „scheinbar immer konstant bleibenden Anteil“ der Gesamtdruckseite durch Zufuhr oder Abgabe von Arbeit an der Strömung verändert. Was im erwähnten Skript zu der dort als Paradoxon bezeichneten Folgerung führt: „Rein stationär betrachtet kann eine Turbomaschine nicht funktionieren“. Betrachtet man die Durchströmung einer Turbomaschine von einem ruhenden Koordinatensystem aus, so ist die Strömung in der Tat instationär, da Druck und Geschwindigkeit periodisch mit der umlaufenden Beschaufelung variieren. Die in einer Turbomaschine umgesetzte Arbeit pro Zeiteinheit (\sim Gesamtdruckänderung Δp_{ges}) findet aber in einem rotierenden Laufrad statt, dessen Durchströmung stationär ist, wenn man es von einem mitrotierenden Koordinatensystem aus betrachtet. Ob stationär oder instationär und ob sinnvoll oder nicht sinnvoll ist also auch immer eine Frage, von wo aus man eine Strömung betrachtet, also eine Frage der Wahl des Bezugssystems. Darüber hinaus können zyklisch sehr schnell wechselnde instationäre Vorgänge in einer Turbomaschinenströmung als quasi-stationär angesehen werden, sodass ihre zeitlich gemittelten Zustandsgrößen unter Umständen auch in sehr guter Näherung wie stationäre behandelbar sind.

Das „Ist-gleich-Konstant“ in der Bernoulli-Gleichung heißt nicht, dass der konstante Teil, also der Gesamtdruck p_{ges} , auch stets unveränderlich zu sein hat, und vornehmlich nicht in Strömungen, die keine Kanalströmung sind. Auch „vermeintliche Konstanter“ können durchaus unterschiedliche Zahlenwerte haben und so auch zu einer Funktion der Energieverhältnisse (zu- oder abgeführte Arbeit pro Zeiteinheit) innerhalb einer Strömung mutieren, sodass der Gesamtdruck – oder genauer gesagt, die Bernoulli-Konstante – auch unterschiedlich groß ausfallen kann! Und damit dann auch der dynamische Druck, d.h., die kinetische Energie im schnellen Strahl. Und wenn dann der schnelle Strahl ein horizontal strömender, nicht umgelenkter Wandstrahl in ansonsten freier Umgebung ist, dann hat das Ganze – wie bereits zuvor erwähnt – keinen Einfluss auf den statischen Druck. Wäre es anders, dann würden z.B. die statischen Druckmessstellen an einem Flugzeugrumpf – wider jede Praxis – nicht zur Messung des Umgebungsdruckes bzw. der Flughöhe genutzt werden können, da ja während des Fluges die Luft am Rumpf schnell entlang strömt, vgl. Abb. 4.24 oder Abb. 1.3. Anders sieht es aus, wenn der schnelle Strahl längs einer gekrümmten und insbesondere längs einer stark gekrümmten Wand strömt. Dann passiert das, was zum Ende von Kap. 1 – präzise in Kap. 1.4.1 – beschrieben werden wird.

Beginnend mit Kap. 5 enthält das Buch auch einen Teil der sehr frühen Aerodynamik, der unter Umständen nicht immer alltägliche Ansprüche an das physikalisch/mathematische Grundwissen des Leserpublikums stellt, sodass dem Kap. 6 prophylaktisch eine mathematische Einführung in das Rechnen mit komplexen Zahlen und in die Funktionsentheorie vorangestellt wurde. Es handelt sich dabei um solche fundamentalen Bausteine, die weit über die Newtonschen Axiome, den Impulssatz der Strömungsmechanik oder die Bernoulli-Gleichung hinausgehen. Fundamentales Basiswissen, wie es in erster Linie durch die Eulerschen-Bewegungsgleichungen, die Potenzialströmungen, die

Navier-Stokes-Gleichungen oder die Grenzschichtgleichungen repräsentiert wird, ist aber schließlich genau das, worauf alle modernen CFD-Rechenverfahren aufbauen. Wer diesen Unterbau nicht kennenlernen möchte, weil die CFD-Rechenverfahren ja auch ohne Kenntnis solcher elementaren Grundlagen schnell brauchbare Ergebnisse liefern, verhält sich wie jemand, der einen wissenschaftlichen Taschenrechner benutzt, keine Ahnung davon hat, was in dem Gerät ausgelöst wird und vor allem, warum es das macht, wenn man auf eine seiner Tasten drückt und was dabei schlussendlich tatsächlich mathematisch initiiert wurde. Wer sich also damit begnügt, nur noch Resultate von einem Display abzulesen und simultan dazu geschickt mit einem Smartphone Nachrichten zu versenden weiß, sollte sich nicht wundern, wenn eines Tages seine Tätigkeiten von einem Roboter übernommen werden, den ein stark behaarter Primat überwacht. Rechnen ist noch lange nicht Mathematik. Letztere fängt erst dort an, wo sich hinsichtlich des tieferen Verstehens der Zusammenhänge die Spreu vom Weizen zu trennen beginnt. Ein fähiger Pilot muss nicht notwendigerweise auch ein begabter Mathematiker sein. Sehr gute Kenntnisse und Verständnisse zur rein angewandten Aerodynamik reichen ihm zum perfekten und sicheren Fliegen aus. Andererseits muss ein Aerodynamiker weder Mathematiker noch Pilot sein. Aber ein in der Aerodynamik tätiger, der die physikalisch/mathematischen Grundlagen seines Fachs nicht verinnerlichen kann oder will, bleibt auch immer nur ein Mensch, der bereits Rechnen für Mathematik hält. Unter diesen Gesichtspunkten kann die Aerodynamik – aus meiner ganz persönlichen Sicht der Dinge – ganz grob in drei Hauptkategorien aufgeteilt werden:

- **Die angewandte Aerodynamik.** Sie basiert auf der Beobachtung von Naturvorgängen und deren Interpretation unter Verwendung einfacher Basisgleichungen. Sie kann alles erklären, auch wenn dabei das ein oder andere in sich nicht logisch und schlüssig ist. So etwas wird dann schlechthin übersehen, übergangen oder verschwiegen. In meiner rheinischen Heimat drückt man das durch folgende Sprüchemacherei aus: „*Dat kann mer nit explizeere, dat muss mer effe nor wesse.*“
- **Die theoretische Aerodynamik.** Sie greift auf tiefer gehendes physikalisches und mathematisches Basiswissen zurück und beschreibt zu beobachtende Vorgänge korrekt und in sich schlüssig. Wobei die dabei zu verwendende Mathematik als etwas grundlegend Gegebenes mit in die Vorgehensweisen einfließt. Sie bleibt von der angewandten Aerodynamik gerne unbedacht, weil man das, was man nicht sehen kann, ja wahrscheinlich überhaupt nicht brauchen kann, vor allem und vorwiegend dann, wenn es zusätzlich auch noch einer verinnerlichten und mehr oder weniger „selbst gestrickten“ Logik widerspricht.
- **Die mathematische Aerodynamik.** Sie beschreibt alle wesentlichen Abläufe bis ins Detail korrekt und grenzt dabei sehr exakt Zulässiges von Unzulässigem ab. Sie schafft das Grundgerüst für die zuvor genannte theoretische Aerodynamik und weiß, was geht und was nicht geht und kann es so genau erklären und eingrenzen, dass es selbst für die theoretische Aerodynamik manchmal schwierig ist, dem

allen zu folgen. Die mathematische Aerodynamik endet immer genau dort, wo man eine praktisch brauchbare Lösung erwarten möchte. Die angewandte Aerodynamik stuft diese „*unnützen Plünne*n“ im Übrigen ohnehin als grundsätzlich „*nebensächliches Zeugs*“ ein.

Zusammenfassend kann das durch den folgenden Mathematikerwitz beschrieben werden:
„*Ein Physiker glaubt, dass seine Gleichungen gute Näherungswerte an die Wirklichkeit sind. Ein Ingenieur glaubt, dass die Wirklichkeit eine gute Näherung an seine Gleichungen ist. Ein Mathematiker ist schon zufrieden, wenn er nur weiß, dass ein Problem lösbar ist.*

Zum generellen Aufbau dieses Buches:

- Grundaufgaben des Buches ist es, sämtliche mathematischen Zusammenhänge vollständig und im Detail nachrechenbar zu präsentieren
- **Kapitel 1** gibt eine Einführung in die Gesamtthematik und greift hinsichtlich der Theorie auf Literaturangaben und/oder Inhalte späterer Kapitel zurück.
- **Kapitel 2** beschäftigt sich mit den aerodynamischen Kräften und Momenten an Profilen und Flügeln. Vornehmlich, wie diese aus gemessenen oder berechneten Druckverteilungen bestimmt werden. An einigen Stellen gibt es zusätzlich kurze Exkurse zu den Flugleistungen, um damit ein gewisses aerodynamisches Grundverständnis hinsichtlich Widerstand, Auftrieb und Anstellwinkel zu vermitteln.
- **Kapitel 3** erklärt, wie die dimensionslosen Kenngrößen und Beiwerte der Aerodynamik sich aus der sogenannten Dimensionsanalyse – dem Buckinghamschen II-Theorem – ergeben und welche Bedeutung ihnen in der experimentellen Aerodynamik hinsichtlich der Ähnlichkeitsgesetze und Modellregeln zukommt.
- **Kapitel 4** beschreibt das strömungsmechanische Basiswissen, das unter den Oberbegriff „Strömungslehre“ fällt und für die Grundlagen aerodynamik essenziell ist. Die dazu notwendigen mathematischen Grundlagen werden mit Blick auf die nachfolgenden Kapitel bereits intensiv und vollständig behandelt.
- **Kapitel 5** ist eine Einführung in die zwei- und dreidimensionale Potenzialtheorie auf der Basis der Vektoranalysis. Es enthält bebilderte Beispiele, die im Detail vorgerechnet werden. Für die Berechnung werden kurze Computercodes inklusive der Plots für die Grafiken bereitgestellt. Die Codes können auf plus.hanser-fachbuch.de heruntergeladen werden. Ganz vorne im Buch finden Sie den dafür benötigten Zugangscode.
- **Kapitel 6** gibt einen umfangreichen Einblick in die Theorie der komplexen Strömungsfunktionen, inklusive der zugehörigen mathematischen Voraussetzungen, wie den komplexen Zahlen und einigen Grundlagen der Funktionentheorie. Auch dieses Kapitel enthält zahlreiche illustrierte Beispiele, die im Detail vorgerechnet werden. Für dieses Beibilden werden ebenfalls kurze Computercodes bereitgestellt, welche die Ergebnisse grafisch ausgeben. Insbesondere eignet sich dieses Kapitel aber zur vollständigen Herleitung sowohl des Kutta-Žukovskij-Theorems als auch der beiden Blasius-Theoreme.

- **Kapitel 7** setzt voraus, dass Basiskenntnisse zu den Inhalten des Kapitels 6 obligatorisches Wissen sind; sie sind ein unerlässliches Muss. Es widmet sich insbesondere der konformen Abbildung, einer wesentlichen Voraussetzung für das Gedankengebäude der Profiltheorie. Es gibt somit einen kurzen ersten Einstieg in die Anfänge der klassischen Profiltheorie. Sie zeigt eine Lösung für die in Kapitel 7 dargestellten Probleme bei der Vorderkantenumströmung von unendlich dünnen Platten und geht anschließend über zu einfachen Kreisbogenprofilen und den sich daraus ergebenen Grundlagen bis hin zu den Žukovskij-Profilen. Im Rahmen der Abhandlungen werden erste Schritte zur Berechnung von c_A - und c_p -Werten, von Δc_p -Verteilungen, Längs- und Querkräften sowie von Momentenbeiwerten erläutert.

Es ist durchaus beabsichtigt, dass sich einzelne Textpassagen in diversen Kapiteln manchmal einmal und sogar auch mehrfach wiederholen. Das soll dazu beitragen, nicht immer leicht und sofort zu verstehende Passagen des Stoffes – vornehmlich die mathematischen – dem Leser etwas anschaulicher und eindringlicher aufzubereiten. Außerdem soll es so leichter gemacht werden, die Buchinhalte nicht zwangsläufig alle von vorne bis hinten lesen zu müssen, sondern sich auch mehr beweglich nur durch einzelne Passagen des Buches hindurcharbeiten zu können.

Der Digitalsatz dieses Buches wurde vom Autor selbst durchgeführt, bis hin zur fertigen Druckvorstufe.

Als Software kamen dazu von Adobe® die Programme InDesign CC®, Illustrator CC®, Photoshop CC® und Acrobat DC® zum Einsatz. Für alle durch Berechnungen entstandenen skalierbaren Vektorgrafiken (SVG-Format) wurde Microsoft® Visual Studio® 2019 Community in Kombination mit Intel® oneAPI Toolkits 2022 IFORT Compiler Classic 2022.2.0, Vers. Fortran 2018 (ISO/IEC 1539:2018) verwendet und dort als Data Plotting Software das Programm DISLIN®, Version 11.5, des Max-Planck-Instituts für Sonnensystemforschung in Göttingen, mit eingebunden. Die SVG-Computer-Rohgrafiken wurden mit dem Adobe Illustrator CC® händisch nachbearbeitet, aufgehübscht und so in ein druckbares Aussehen überführt. Die so erstellt Abbildungen im Format *.ai sind Vektorgrafiken, die aus Pfaden bestehen, welche durch Punkte verbunden sind und keine Bitmap-Bilddaten beinhalten. Die Quellcodes der selbst erstellten Programme und Grafiken, vorwiegend die der Potenzialtheorie, der Strömungsfunktionen und der konformen Abbildungen können auf *plus.hanser-fachbuch.de* heruntergeladen werden.

- *Kursiv* gesetzte längere Textpassagen weisen zumeist auf wortwörtliche Zitate hin und sind stets in Anführungszeichen „...“ gesetzt. Aber ebenfalls anderweitige, dem Autor wichtige Zusatzinformationen in Form von Einzelwörtern, Wortgruppen oder auch Sätzen sind *kursiv*, aber dann ohne Anführungszeichen geschrieben.
- Mit –, mit Ziffern wie 1., 2., ... oder durch ... gekennzeichnete Aufzählungen sind als eine Vereinfachung anzusehen, welche die Schritte von Vorgehensweisen bei Berechnungen oder Ähnlichem erleichtern sollen; werden aber auch dazu benutzt, Listen von zueinander zugehörigen Begriffen deutlicher und klarer hervorzuheben.

- Fotografien oder Zeichnungen, deren Nutzungsrechte vom Autor in der Bilddatenbank „Adobe Stock“ erworben wurden, sind in den Bildunterschriften in der Form „© Urhebername – stock.adobe.com (# Dateinummer)“ gekennzeichnet.
- **Hinweis:** Insbesondere in Kap. 6.4.5.1 über das Kutta-Žukovskij-Theorem und in Kap. 6.4.5.2 über die zwei Blasius Theoreme kommt es zu einem unverkennbaren Bruch in der Struktur der durchgehenden Nummerierung der Gleichungen und Abbildungen innerhalb des Buches, der seinen Grund darin hat, dass die beiden genannten Unterkapitel nachträglich eingefügt wurden. So haben die Gleichungen in Kap. 6.4.5.1 eine Nummerierung von Gl. (6.103.a) bis Gl. (6.103.s) erhalten und die in Kap. 6.4.5.2 eine von Gl. (6.103.1) bis Gl. (6.103.24) und die Abbildungen eine Nummerierung von Abb. 6.19.1 bis Abb. 6.19.3. Die Leserschaft möge mir dies bitte nachsehen, aber eine nachträgliche Vereinheitlichung der gesamten Durchnummerierung in diesen beiden Abschnitten des Buches hätte vermutlich eher zu einem Durcheinander und zu fehlerhaften Querverweisen bei den Gleichungen an vielen anderen Stellen des Buches geführt und wurde deswegen von mir unterlassen. Ich bin mir bewusst, dass dies sowohl optisch unschön als auch inkonsequent ist, aber mir fiel auf die Schnelle keine bessere Lösung zu dieser Misslichkeit ein. Dieser Hinweis innerhalb des Vorwortes erfolgt auf eine Bitte des Lektorates hin, der ich hiermit gerne nachgekommen bin.

In diesem Zusammenhang geht ein großer Dank an den Lektor des Hanser-Verlages, Herrn Volker Herzberg, der das Zustandekommen dieses Buches erst ermöglicht hat. Für ihre unermüdliche und äußerst gründliche Arbeit und den daraus resultierenden überaus evidenteren und ausgesprochen hilfreichen Korrektur- und Verbesserungshinweisen geht ein ganz maßgeblicher Dank an Frau Melanie Zinsler und insbesondere auch an Herrn Tim Borck. Im Besonderen auch für deren Geduld, die sie mir gegenüber aufgebracht haben.

Hamburg, im September 2022

Dr.-Ing. Georg Bräunling
<https://www.braeunling.com>

Inhaltsverzeichnis

Motivation zum Schreiben dieses Buches	V
Geleitwort	VII
Vorwort.....	IX
Prolog	XIX
1 Einführung und elementare Grundlagen	1
1.1 Der Auftrieb – eine einleitende physikalische Deutung	1
1.2 Die Newtonschen Axiome	1
1.2.1 Das Erste Newtonsche Axiom.....	2
1.2.2 Das Zweite Newtonsche Axiom.....	3
1.2.3 Das Dritte Newtonsche Axiom	4
1.3 Die Auftriebskraft und wie sie entsteht.....	5
1.3.1 Impulsstrom und Bernoulli-Gleichung	5
1.3.2 Die Bernoulli-Gleichung in Strömungen mit Energiezufuhr...	7
1.3.3 Bernoulli-Gleichung und Profilumströmungen. Eine Geschichte der Missinterpretationen	9
1.3.4 Otto Lilienthal, eine historische Beschreibung der Strömung um Profile	14
1.3.5 Die aerodynamische Auftriebskraft – der dynamische Auftrieb	16
1.4 Die Strömungsumlenkung längs gekrümmter Oberflächen und die Druckänderungen	19
1.4.1 Die d'Alembertsche Form des zweiten Newtonschen Axioms normal zur Strömungsrichtung	21

1.4.2	Die d'Alembertsche Form des zweiten Newtonschen Axioms in Strömungsrichtung	29
1.5	Zusammenfassungen und Ergänzungen.....	32
1.5.1	Ohne Viskosität kein Auftrieb	33
1.5.2	Zirkulation und aerodynamischer Auftrieb.....	36
1.5.2.1	Auftriebsbestimmung nach dem Kutta-Žukovskij-Theorem	39
1.5.2.2	Auftriebsbestimmung nach dem Zweiten und dem Dritten Newtonschen Axiom	40
1.5.2.3	Zirkulation und Auftriebsbeiwert von Verdichter- profilen zur Bestimmung der Belastungszahl	44
1.5.3	Der Coandă-Effekt	47
1.5.4	Der Magnus-Effekt	55
	Literatur	60
2	Aerodynamische Kräfte und Momente.....	63
2.1	Kräfte und Momente aus Druckverteilungen	63
2.1.1	Integration der Druck- und Scherspannungsverteilungen	67
2.1.2	Dimensionslose aerodynamische Beiwerte	75
2.1.2.1	Der Normalkraftbeiwert	77
2.1.2.2	Der Längskraftbeiwert	78
2.2	Der Auftriebs- und der Widerstandsbeiwert	78
2.2.1	Der Momentenbeiwert.....	78
2.3	Druckpunkt, Neutralpunkt und aerodynamisches Moment.....	81
2.4	Experimentell/theoretisch ermittelte Profileigenschaften.....	87
2.5	Bestimmung des aerodynamischen Zentrums	103
2.6	Der Einfluss der Flügelstreckung.....	111
2.7	Allgemeine Grundlagen zum induzierten Widerstand	115
2.8	Die parabolische Widerstandspolare.....	126
2.8.1	Einige Optimalwertbetrachtungen.....	128
2.8.2	Erforderlicher Schub und Geschwindigkeitsstabilität	131
	Literatur	135
3	Dimensionsanalyse – Ähnlichkeitsgesetze und Modellregeln	137
3.1	Das Buckinghamsche Π -Theorem.....	137
3.1.1	Das internationale Einheitensystem.....	138
3.1.2	Einige einfache Grundlagen zum Π -Theorem	139
3.1.3	Die Buckinghamschen Π -Größen und ihre Anzahl	143
3.1.4	Ein veranschaulichendes Basisbeispiel zum Π -Theorem.....	146
3.2	Dimensionslose Kenngrößen	153
3.2.1	Hintergrund zur Verwendung einheitenfreier Kenngrößen....	154
3.2.2	Widerstand eines umströmten Zylinders der Einheitsbreite b ..	157
3.3	Die Fractional Analysis	160

3.3.1	Kenngrößen aus Kräfteverhältnissen	160
3.3.2	Zusammenhänge zwischen den Kräfteverhältnissen	163
3.4	Ähnlichkeitsgesetze und Modellregeln	166
3.4.1	Ähnlichkeit von Strömungen und die Methode der Maßstäbe	166
3.4.2	Die aerodynamischen Beiwerte als Ähnlichkeitskenngrößen..	169
3.4.3	Über die unvollständige Ähnlichkeit von Strömungen	172
3.4.4	Machsches Ähnlichkeitsgesetz.....	177
3.4.5	Reynoldssches Ähnlichkeitsgesetz.....	180
3.4.6	Zusammenfassung	183
Literatur		189
4	Strömungsmechanische Grundlagen zur Aerodynamik 191	
4.1	Die atmosphärische Druckverteilung	191
4.2	Stromlinie, Stromröhre und Stromfaden	201
4.2.1	Volumenstrom, Massenstrom und Kontinuität.....	207
4.3	Eindimensionale Eulersche Bewegungsgleichung.....	209
4.4	Stationäre und instationäre Strömungen	214
4.5	Die Kontinuitätsgleichung	219
4.6	Die dreidimensionalen Eulerschen Bewegungsgleichungen.....	226
4.7	Kinematik der Fluid- und Deformationsbewegungen.....	232
4.8	Die Bernoulli-Gleichung	238
4.8.1	Bernoulli-Integration der Eulerschen-Bewegungsgleichungen	246
4.8.2	Anmerkungen zur Bernoulli-Konstanten	251
4.8.3	Die Laplace-Gleichung und Strömungen mit ausnahmslos gleichen Bernoulli-Konstanten	254
4.8.3.1	Über die Begriffe Kraftfeld und Potenzial in der Aerodynamik	262
4.8.4	Über die Anfangs- und Randbedingungen	268
4.8.5	Einfache Anwendungen der Bernoulli-Gleichung	271
4.8.5.1	Potenzialströmung um einen symmetrischen Körper	271
4.8.5.2	Strömung um eine gekrümmte Profilkontur	273
4.8.5.2.1	Druckänderungen normal zu den Stromlinien	273
4.8.5.2.2	Druckänderung tangential zu den Stromlinien	281
4.8.5.2.3	Wichtige Schlussfolgerungen hinsichtlich von Profilumströmungen	283
4.8.5.3	Die Bernoulli-Gleichung in rotierenden Bezugsystemen	285
4.8.5.3.1	Detailliertere Präzisierung der vorhergehenden Ergebnisse	290
4.8.5.4	Die Bernoulli-Gleichung für instationäre Strömungen	293
4.8.5.5	Vergleichmäßigung von Geschwindigkeitsunterschieden	299

4.8.5.6	Die Bernoulli-Gleichung in Strömungen mit Dissipation, Energiezufuhr von außen oder Energieabgabe nach außen	301
4.8.5.7	Die Bernoulli-Gleichung und die Kavitationsgeschwindigkeit	311
4.9	Impulssatz für stationäre Strömungen	313
4.9.1	Grundsätzliches: Impuls und Impulsübertragung (Stoß)	313
4.9.2	Allgemeiner Impulssatz der Mechanik	315
4.9.3	Schwerpunktsatz der Mechanik	317
4.9.4	Differentialquotient nach Leibniz	318
4.9.5	Reihenentwicklung nach Taylor	319
4.9.6	Der Impulssatz für instationäre und stationäre Strömungen ...	320
4.9.6.1	Ein Anleitung zur Wahl einer geeigneten Kontrollfläche	322
4.9.7	Die Kräfte in der Impulsgleichung	323
4.9.7.1	Äußere Kräfte	323
4.9.7.2	Die Volumen- oder Schwerekraft	323
4.9.7.3	Kräfte an den freien Teilen der Kontrollfläche	325
4.9.8	Kräfte an den festen Teilen der Kontrollfläche	326
4.9.9	Über die Auswahl der Kontrollfläche	328
4.9.10	Einfache Anwendungen des Impulssatzes	331
4.9.10.1	Auftrieb eines unsymmetrischen Profils mit Anstellung	331
4.9.10.2	Widerstand eines symmetrischen Profils	332
4.9.10.3	Kräfte auf eine geschwenkte Triebwerksschubdüse ...	336
4.9.10.4	Die Schubkraft eines Turbofantriebwerks	341
4.9.10.5	Turbofantriebwerk mit Schwenkdüse (<i>Swivel Nozzle</i>) und Triebwerksaufenumströmung	347
4.9.10.6	Freistrahlturbine	349
4.9.10.7	Schräger Freistrahl trifft auf senkrechte Wand	352
Literatur	355	
5	Potenzialströmungen	357
5.1	Potenzial – Potenzialströmung – Laplace-Gleichung	357
5.1.1	Die Interpretation der Potenzialfunktion als druckinduzierter Stoß	365
5.1.2	Anmerkungen zur Lösung der Laplace-Gleichung	367
5.2	Die Zirkulation	369
5.2.1	Die Zirkulation in Potenzialströmungen	372
5.2.1.1	Potenzialströmung	372
5.2.1.2	Das Wegintegral der Geschwindigkeit in Potenzialströmungen	375
5.2.2	Drehungsfreie Umlaufströmungen	377
5.2.2.1	Über die Drehungsfreiheit	380

5.2.2.2 Nicht drehungsfreie Dreh- oder Wirbelströmungen ..	383
5.2.2.3 Nicht drehungsfreie Horizontalströmungen	385
5.3 Die Stromfunktion	388
5.3.1 Zusammenhänge zwischen Potenzial- und Stromfunktion	388
5.3.1.1 Extrakt des vorhergehenden Unterkapitels	394
5.3.2 Die Vertauschung von Potenzial- und Stromfunktion	397
5.3.3 Die Durchflussmenge.....	397
5.3.4 Das Superpositionsprinzip von Potenzialströmungen	400
5.4 Einfache ebene und räumliche Potenzialströmungen anhand von Beispielen	402
5.4.1 Translatorische (geradlinige), stationäre, ebene Strömung.....	402
5.4.2 Ebene Staupunktströmung.....	404
5.4.3 Ebene Quellen und Senken	410
5.4.4 Ebener Halbkörper	415
5.4.5 Ebenes Quellen-Senken-Paar und ebener Dipol.....	423
5.4.5.1 Ebenes Quellen-Senken-Paar	423
5.4.5.2 Ebener Dipol (Punktdipol).....	427
5.4.6 Potenzialwirbel (Teil 1)	432
5.4.7 Ebene und drehsymmetrische Potenzialströmungen	434
5.4.7.1 Laplace-Gleichung in Polarkoordinaten.....	435
5.4.8 Potenzialwirbel (Teil 2)	440
5.4.9 Ebene Umströmung eines Kreiszylinders ohne Zirkulation....	443
5.4.10 Umströmung einer Kugel	455
5.4.10.1 Die Stokessche Stromfunktion	456
5.4.10.2 Potenzial der räumlichen Quellen- und Senkenströmung.....	463
5.4.10.3 Potenzial- und Stromfunktion der räumlichen Dipolströmung	471
5.4.10.4 Potenzial und Druckverteilung der umströmten Kugel	480
5.4.11 Räumlicher, drehsymmetrischer Halbkörper	493
5.4.11.1 Nachweis des Nullwiderstandes eines räumlichen Halbkörpers in einer irrotationalen Potenzialströmung	505
5.4.11.1.1 Über die im Inneren des räumlichen Halbkörpers verlaufenden drehsym- metrischen Stromflächenformen.....	507
5.4.11.12 Schlussworte zum Thema einfache ebene und räumliche Potenzialströmungsbeispiele	510
Literatur	512
6 Komplexe Strömungsfunktionen	515
6.1 Einleitende Vorbemerkungen und Wiederholungen	517
6.2 Rechnen mit komplexen Zahlen in der Aerodynamik	520

6.2.1	Die imaginäre Einheit	520
6.2.2	Die komplexen Zahlen.....	524
6.2.3	Die Gaußsche Zahlenebene.....	525
6.2.4	Addieren und Subtrahieren in der Gaußschen Zahlenebene ...	527
6.2.5	Goniometrische Form komplexer Zahlen.....	528
6.2.6	Multiplizieren, Dividieren und Potenzieren in der Gaußschen Zahlenebene.....	530
6.2.6.1	Multiplikation	530
6.2.6.2	Geometrische Konstruktion des Produktes $z \cdot z'$	531
6.2.6.3	Division	531
6.2.6.4	Geometrische Konstruktion des Quotienten $z : z'$	533
6.2.6.5	Potenzieren	534
6.2.6.6	Komplexe n -te Wurzeln einer Zahl	535
6.2.6.7	Potenzen der imaginären Einheit j und deren 4er-Periodizität.....	540
6.2.6.8	Algebraische Gleichungen im Komplexen	542
6.2.6.9	Logarithmen	549
6.2.6.9.1	Ergänzende Erklärung zur Addition von Vielfachen von $2\pi j$	551
6.2.6.10	Eulersche Formel und die Exponentialform komplexer Zahlen.....	552
6.2.6.11	Potenzen der Zahl e mit komplexen Exponenten	554
6.2.6.12	Fazit.....	554
6.3	Grundlagen und Ziele der komplexen Analysis in der Aerodynamik..	557
6.3.1	„Potenzialwirbel und ebene Quelle“ und „Staupunktsströmung und gedrehte Eckenströmung“ als Hilfen zur Einführung in das Thema.....	557
6.3.2	Über reelle und komplexe Differenzierbarkeit	568
6.3.2.1	Resümee	574
6.4	Beispiele einfacher komplexer Strömungsfunktionen $F(z)$	578
6.4.1	$F(z) = a + bz = a_1 + ja_2 + (b_1 + jb_2)(x + jy)$	579
6.4.2	$F(z) = (a/n)z^n$ – wenn a reell und $n \geq 1/2$ ist.....	586
6.4.3	$F(z) = -a/z$ Ebener Dipol – zweidimensionale Quellen-Senken-Kombination.....	593
6.4.4	$F(z) = a(z + z^{-1})$ – Ebene Strömung um einen Kreiszylinder...	595
6.4.5	$F(z) = a_1(z + z^{-1}) + ja_2 \ln z$ – Ebene Strömung um einen Kreiszylinder mit Zirkulation	601
6.4.5.1	Das Kutta-Žukovskij-Theorem	620
6.4.5.2	Die zwei Blasius Theoreme	633
6.4.5.2.1	Resultierende Druckkraft auf starre Körper in zweidimensionaler ungleichförmiger stationärer Potenzialströmung	634

6.4.5.2.2 Das Moment infolge der Druckkraft auf starre Körper in zweidimensionaler ungleichförmiger stationärer Potenzialströmung	638
6.4.5.2.3 Ein einfaches Beispiel für die zwei Blasius-Theoreme	641
6.4.6 $F(z) = a_1 z + a_2 \ln z$ – Ebene Strömung um einen zweidimensionalen Halbkörper.....	645
6.5 Beispiele diffizilerer komplexer Strömungsfunktionen	654
6.5.1 $F(z) = a_1 z + a_2 [(z + \ell)/(z - \ell)]$ – Ebenes Quellen-Senken-Paar	654
6.5.2 Stromlinienkörper – Abschnittsweise Anordnung von linear kombinierten Quellen- und Senkenstrecken	666
6.5.2.1 Kapitel-Vorwort	666
6.5.2.2 Stromlinienverläufe abschnittsweise angeordneter linear kombinierter Quellen- und Senkenstrecken....	667
6.5.2.3 Spiegelsymmetrische, stromlinienförmige Körper mit Querschnitten unterschiedlicher Dicke.....	679
6.5.2.4 Kombination einer singulären Punktquelle mit der streckenförmigen Belegung einer Vielzahl punktförmiger Senken konstanten Schluckvermögens	694
Literatur	725
7 Konforme Abbildung	727
7.1 Einleitendes zum Verstehen, worum es geht.....	727
7.1.1 Über Abbildungen im Allgemeinen	730
7.1.1.1 Die stereografische Projektion	733
7.1.1.2 Die Mercatorprojektion	738
7.1.1.3 Konforme Abbildung eines Rechtecks auf einen Kreisringsektor	743
7.1.1.4 Allgemeine Anforderungen an grafische Abbildungsverfahren	745
7.2 Einige theoretische Grundlagen zur konformen Abbildung.....	747
7.2.1 Riemannsche Ebenen und Blätter am Beispiel $F(z) = a \ln z$	753
7.2.2 Stringente Zusammenhänge zwischen konformer Abbildung und den Basisgesetzen von Potenzialströmungen.....	762
7.3 Konforme Abbildung unterschiedlicher Strömungsfelder um eine ebene Platte.....	768
7.4 Konnex zwischen Strom- und Potenzialfunktion und der Theorie komplexer Zahlen	778
7.4.1 Zusammenhang zwischen komplexer Differenzierbarkeit und den Cauchy-Riemannschen partiellen Differenzialgleichungen	780
7.4.1.1 Theorem 1	780
7.4.2 Zusammenhang zwischen Laplacescher Gleichung und den Cauchy-Riemannschen partiellen Differenzialgleichungen	784
7.4.2.1 Theorem 2	784

7.4.3	Verflechtung der vorangegangenen beiden Unterkapitel	790
7.4.3.1	Theorem 3	790
7.5	Grundlagen zu Verzerrungen und Geschwindigkeitsbeträgen	791
7.5.1	Strömung entlang der Oberfläche einer schräg angeströmten ebenen, unendlich dünnen Platte	791
7.5.2	Geschwindigkeitsfeld um eine schräg angeströmte ebene, unendlich dünne Platte	797
7.5.3	Geschwindigkeitsfeld um eine quer angeströmte ebene, unendlich dünne Platte	803
7.5.4	Instationäre Strömung um eine waagerecht liegende ebene, unendlich dünne Platte, die sich vertikal von oben nach unten durch ein ruhendes Fluid bewegt.....	808
7.6	Geneigte ebene Platte mit Zirkulation bzw. mit Druckkraft.....	815
7.6.1	Geschwindigkeitsfeld und Geschwindigkeitsverteilung um eine schräg angeströmte ebene, unendlich dünne Platte mit Zirkulation bzw. mit Druckkraft	823
7.6.2	Druckverteilung, resultierende Kraft und Moment an einer schräg angeströmten ebenen, unendlich dünnen Platte mit Zirkulation	831
7.6.2.1	Druck- bzw. c_p -Verteilung.....	831
7.6.2.2	Die resultierende Kraft F_{res} , das aerodynamische Moment M und die zugehörigen Beiwerte c_A und c_M ..	833
7.7	Kreisbogenprofil	839
7.7.1	Geometrische Grundlagen	839
7.7.2	Zur Bedeutung des Kreisbogenprofils und seiner Umströmung für die Entwicklung aerodynamischer Profile....	855
Literatur	861
Sachwortverzeichnis	863

1.1 Der Auftrieb – eine einleitende physikalische Deutung

Strahltriebwerke und Propeller erzeugen ihre **Schubkraft**, indem sie eine Luftmasse nach hinten ausblasen. Ein Hubschrauber erzeugt seine **Tragkraft**, indem er eine Luftmasse mittels seines Rotors nach unten bläst, was die Abb. 1.1 veranschaulicht. Die Wirkung des Abwärtswindes (*Downwash*) des Rotors ist auf der Wasseroberfläche durch das dort aufgewirbelte Wasser sehr gut zu erkennen.

Auf dieselbe Art und Weise erzeugen auch ein Flugzeugtragflügel bzw. seine in Spannweitenrichtung „aufgefädelt“ Einzelprofile die **Auftriebskraft** für das Flugzeug; Sie lenken nämlich Luftmasse nach unten um. Die Auftriebskraft ist eine **Reaktionskraft**. Strahltriebwerke, Propeller, Hubschrauberrotoren und Tragflügel funktionieren alle nach demselben physikalischen Prinzip, sie beschleunigen eine Luftmasse in die entgegengesetzte Richtung in die eine gewünschte Kraft wirken soll. Das physikalische Fundament dazu bilden lediglich die drei Newtonschen Axiome.

1.2 Die Newtonschen Axiome

Die wohl effektivsten strömungsmechanischen Werkzeuge zum Verstehen der Flugzeug-aerodynamik sind die von Isaac Newton 1687 in seinem Hauptwerk *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica* in lateinischer Sprache veröffentlichten drei Grundgesetze der Bewegung, die als die Newtonschen Axiome, oder als die Grundgesetze der Bewegung, oder als die Newtonsche Prinzipien oder auch als die Newtonsche Gesetze überragende physikalische Bedeutung haben.



Abb. 1.1 Hubschrauber, die über dem Wasser schweben. Auf dem Wasser ist die Wirkung des senkrecht nach unten gerichteten Luftstroms zu erkennen, den der Hubschrauberrotor für seine Schwebekraft (= Massenkraft) benötigt. Der abwärtsgerichtete Strahl des Hubschraubers ist die ursächliche Aktion und die Auftriebskraft des Rotors die Reaktion darauf – Drittes Newtonsches Axiom (*actio = reactio*). Foto links: © Isaac Gindi – stock.adobe.com (# 336467209). Foto rechts: © jared eygabroad-EyeEm – stock.adobe.com (# 342278244)

Diese Gesetze sind das Fundament der klassischen Mechanik. Obwohl sie im Rahmen modernerer physikalischer Theorien, wie der Quantenmechanik und der Relativitätstheorie, nicht uneingeschränkt gelten, sind mit ihrer Hilfe innerhalb eines weit gefassten Gültigkeitsbereiches zuverlässige Vorhersagen möglich. Zu den letzteren gehören auch die Aerodynamik.

1.2.1 Das Erste Newtonsche Axiom

Die **Lex Prima** – Das Trägheitsprinzip oder das Trägheitsgesetz:

- Ein kräftefreier Körper bleibt in Ruhe oder bewegt sich geradlinig mit konstanter Geschwindigkeit.
- Ein Körper verharrt im Zustand der Ruhe oder der gleichförmig geradlinigen Bewegung, sofern er nicht durch einwirkende Kräfte zur Änderung seines Zustands gezwungen wird.
- Wirkt auf einen Körper der Masse m keine Kraft \vec{F} , so ist seine Geschwindigkeit \vec{v} zeitlich konstant, $d\vec{v}/dt = 0$.

- Wenn auf einen Massenpunkt m keine Kraft \bar{F} wirkt, so ist sein Impuls \bar{I} konstant.
Der Impuls \bar{I} (Vektor) ist die skalare Multiplikation zwischen einer Masse m (Skalar) und deren Geschwindigkeit \bar{v} (Vektor), $\bar{I} = m\bar{v} = \text{const.}$ Das Ergebnis einer solchen **Skalarmultiplikation**, ist der skalierte Vektor des Impulses \bar{I} . Das Ergebnis ist – ähnlich wie beim echten Skalarprodukt – eine mathematische Verknüpfung, die einer Zahl (dem Skalar) zwei Vektoren zuordnet: $m = \bar{I}/\bar{v}$.

Für die Aerodynamik bzw. für das Fliegen bedeutet das, wenn eine Fluidmasse anfänglich stillsteht und dann anfängt, sich zu bewegen, so muss es dazu auch irgendeine Kraft geben, die an dem Massenteilchen wirkt. Und wenn sich die Bahn des so in Bewegung befindlichen Massenteilchens anschließend verändert, so muss dazu eine weitere Kraft existieren, die diese Bahnänderung einleitet. Wenn also ein Luftstrom eine gekrümmte Bahn über die gewölbte Oberfläche eines Profils nimmt, so muss auch eine Initialkraft existieren, die dafür verantwortlich ist. Im Kontext einer zusammenhängenden Masse, so wie sie Luft als ein räumliches Kontinuum darstellt, präsentiert sich diese Kraft als eine Druckdifferenz.

1.2.2 Das Zweite Newtonsche Axiom

Die **Lex Secunda** – Das Aktionsprinzip oder das Kraftgesetz:

- Kraft ist gleich Masse m mal Beschleunigung \bar{a} , wenn die Masse m dabei zeitlich konstant bleibt, $dm/dt = 0$. Die Änderung der Bewegung ist der Einwirkung der bewegenden Kraft proportional und geschieht nach der Richtung derjenigen geraden Linie, nach welcher jene Kraft wirkt. Diese sogenannte **Grundgleichung der Mechanik** wurde in dieser Form 1750 erstmals von **Leonhard Euler** formuliert:

$$\bar{F} = m\bar{a} = m \frac{d\bar{v}}{dt} \quad (1.1)$$

- Die **Originalfassung von Newton** enthält dagegen bereits eine allgemein gültigere Form. Ausgedrückt mit den heute üblichen Begriffen der Sprache der Physik heißt das: Die zeitliche Änderung des Impulses $\dot{\bar{I}} = d\bar{I}/dt$ eines Körpers der Masse m entspricht der resultierenden äußeren Kraft \bar{F} , die auf diesen Körper m wirkt. Diese Form ist allgemeingültiger und hat vor allem in der Strömungsmechanik und Aerodynamik eine herausragende Bedeutung:

$$\bar{F} = \frac{d\bar{I}}{dt} = \dot{\bar{I}} = \frac{d}{dt}(m\bar{v}) = m \frac{d\bar{v}}{dt} + \bar{v} \frac{dm}{dt} \quad (1.2)$$

- Diese Gleichung ist eine Verallgemeinerung des Kraftgesetzes nach Euler, da sie nicht nur den Zusammenhang zwischen Kraft und zeitlicher Geschwindigkeitsänderung (Beschleunigung) sondern auch den Zusammenhang zwischen Kraft und zeitlicher Massenänderung (Massenstrom) beschreibt. Wird Gl. (1.2) wie folgt umgestellt, so erhält man daraus die physikalische Größe des sogenannten Kraftstoßes, der auch als Impulsübertragung bezeichnet wird.

$$\bar{F}dt = d\bar{I} \quad (1.3)$$

- Bei der Impulsübertragung erfahren beide Stoßpartner einen Kraftstoß in entgegengesetzten Richtungen. Es gilt dabei zusätzlich das Dritte Newtonsche Axiom, das sogenannte Wechselwirkungsgesetz gemäß Kap. 1.2.3.
- Die Gleichung (1.3) drückt aus, dass eine bestimmte Impulsänderung $d\bar{I}$ erreicht werden kann, indem man eine große Kraft \bar{F} für ein kurzes Zeitintervall dt oder eine kleinere Kraft \bar{F} für ein längeres Zeitintervall dt wirken lässt.
- Der Kraftstoß $\bar{F}dt$ (Impulsübertragung) ist eine vektorielle (gerichtete) Größe, dessen Richtung mit der Richtung der einwirkenden Kraft \bar{F} übereinstimmt.
- Der Impuls $\bar{I} = m\bar{v}$ ist ebenfalls eine vektorielle (gerichtete) Größe, deren Richtung mit derjenigen der Bewegungsrichtung \bar{v} des Körpers übereinstimmt.
- Eine Kraft \bar{F} kann folglich als Ursache für die zeitliche Änderung des Impulses $d\bar{I}/dt$ angesehen werden. Der Betrag des Impulses $|\bar{I}| = m|\bar{v}|$ ändert sich dabei nur durch Kräfte \bar{F} , die in Richtung der Bewegung \bar{v} des Körpers wirken, während die Richtung des Impulses \bar{I} nur durch Kräfte \bar{F} geändert werden, die senkrecht auf der Bewegung \bar{v} des Körpers stehen.
- In Strömungen mit konstanter Geschwindigkeit, $\bar{v} = \text{const}$ bzw. $d\bar{v}/dt = 0$, wird aus Gl. (1.2) eine Beziehung, die in der Fliegerei typisch für Impulsantriebe ist, wie Strahltriebwerke und Propeller, aber auch für Hubschrauber, Tragflügel und deren Profile:

$$\bar{F} = \bar{I} = \frac{d\bar{I}}{dt} = \frac{d}{dt}(m\bar{v}) = m \frac{d\bar{v}}{dt} + \bar{v} \frac{dm}{dt} = \bar{v} \frac{dm}{dt} = \bar{v}\dot{m} \quad (1.4)$$

Das Zweite Newtonsche Axiom lehrt uns, dass Strömungen, die Kräften \bar{F} infolge einer zeitlichen Impulsänderung \bar{I} (Impulsstrom) unterliegen, von der strömenden Fluidmasse, dem sogenannten Massenstrom \dot{m} , abhängen und von dessen Strömungsgeschwindigkeit \bar{v} . Um beispielsweise eine solche Kraft \bar{F} (Schubkraft beim Strahltriebwerk) zu verdoppeln, ist es erforderlich, entweder den Massenstrom \dot{m} zu verdoppeln oder die Geschwindigkeit \bar{v} zu verdoppeln oder aber eine entsprechende Kombination aus beiden Größen. Der Kraftstoß (die Impulsübertragung) in Strömungen auf Basis der Gl. (1.3) ist also: $\bar{F}dt = \bar{v}\dot{m}$.

1.2.3 Das Dritte Newtonsche Axiom

Die Lex Tertia – Das Reaktionsprinzip oder das Wechselwirkungsgesetz:

- Kraft ist gleich Gegenkraft (*actio* = *reactio*).
- Eine Kraft von einem Körper \textcircled{A} auf einen Körper \textcircled{B} geht immer mit einer gleich großen, aber entgegen gerichteten Kraft von Körper \textcircled{B} auf Körper \textcircled{A} einher.
- Kräfte treten immer paarweise auf.
- Übt ein Körper \textcircled{A} auf einen anderen Körper \textcircled{B} eine Kraft aus (*actio*), so wirkt eine gleich große, aber entgegen gerichtete Kraft von Körper \textcircled{B} auf Körper \textcircled{A} (*reactio*):

$$\vec{F}_{A \rightarrow B} = \vec{F}_{B \rightarrow A} \quad (1.5)$$

Steht also ein Flugzeug im Hangar, so übt es eine Gewichtskraft auf den Hallenboden aus, der das Gewicht aushalten muss und deswegen mit einer entgegengesetzten gleich großen Kraft – aufgrund der Festigkeit des Bodens – das Flugzeug trägt. Die Flugzeuggewichtskraft ist die Aktion und die Tragfähigkeit des Bodens, die das Flugzeug kräftemäßig aushalten muss, ist die Reaktion darauf.

Schauen wir uns nun in diesem Zusammenhang die umlenkende Strömung über die gewölbte Oberseite eines Profils an. Nach dem *Ersten Newtonschen Axiom* kann eine entsprechende Bahnänderung nur dann erfolgen, wenn es dafür auch eine verantwortliche Kraft gibt. Gemäß des *Dritten Newtonschen Axioms* muss die strömende Luft dann eine gleich große und entgegengesetzte Kraft auf das haben, was sie umlenkt, in diesem Falle also die gewölbte Flügeloberseite. Wird die strömende Luft nach unten umgelenkt, wird eine abwärts gerichtete Kraft existieren, die sich schließlich aus dem *Zweiten Newtonschen Axiom* (Aktionsprinzip, Kraft- oder Wechselwirkungsgesetz) ergibt. Die Strömungsumlenkung auf dem Profil ist also die ursächliche Aktion und die Auftriebskraft am Profil ist die Reaktion darauf – *Drittes Newtonsche Axiom (actio = reactio)*.

Diese und die nachfolgenden Diskussionen zur weitergehenden Interpretation der Newtonschen Axiome hinsichtlich des Fliegens und der jetzt noch einzuführenden Bernoulli-Gleichung, die in diesem Zusammenhang auch gerne und häufig – und besonders häufig auch immer noch falsch – herangezogen wird, bauen auf den Ausführungen von Anderson und Eberhardt (2009) und insbesondere auf denen von Weltner (1978), Weltner (1990), Weltner (1991), Weltner (1997), Weltner (2002), Weltner (2011) und Weltner (2016).

1.3 Die Auftriebskraft und wie sie entsteht

1.3.1 Impulsstrom und Bernoulli-Gleichung

Die Abb. 1.2 soll die bisherige Diskussion zu den Newtonschen Axiomen grafisch ein wenig unterstützend veranschaulichen. Abb. 1.2 Ⓛ zeigt dazu erst einmal zwei Profile, die so zueinander angeordnet sind, dass sie eine Düse bilden. Zwischen den Profilen beschleunigt die Strömung, sodass die Austrittsgeschwindigkeit größer als die Eintrittsgeschwindigkeit ist. Selbiges gilt für die Ein- und Austrittsimpulsströme \tilde{I} gemäß der Gl. (1.4) beim *Zweiten Newtonschen Axiom*. Aufgrund der Änderung der Impulsströme zwischen Aus- und Eintritt der Düse entsteht eine effektiv wirkende Reaktionskraft, die man bei einem Strahltriebwerk als dessen Schub bezeichnen würde.

An den umströmten, festen Seitenwänden, die in Abb. 1.2 Ⓛ die beiden Profile bilden, verringert sich der statische Druck p proportional zum lokalen Anstieg der Strömungsgeschwindigkeiten v . Ein Zusammenhang, der als Bernoulli-Gleichung wohlbekannt ist:

$$p_{\text{ges}} = p_t = p + \frac{\rho}{2} v^2 = \text{const} \quad (1.6)$$

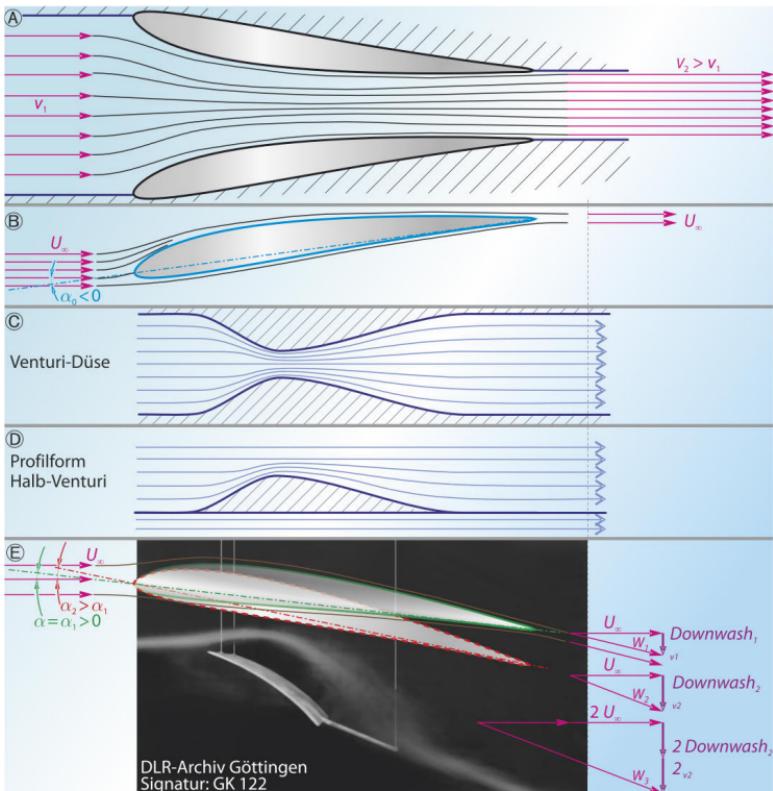


Abb. 1.2 Grafische Zusammenfassung der Diskussion zu den Newtonschen Axiomen hinsichtlich der Umströmung von Profilen und Flügeln. Foto unten Eckert (2017), Seite 84, mit Genehmigung des Autors

Der statische Druck p wird senkrecht zur Strömung auf bzw. in der Seitenwandoberfläche gemessen. Der Term $(\rho/2)v^2 = q$ wird als dynamischer Druck bezeichnet und per Definition mit dem Buchstaben q abgekürzt. In Gl. (1.6) ist ρ die Dichte des strömenden Gases und v dessen Geschwindigkeit. Die Summe aus statischem und dynamischem Druck wird als Total- oder Gesamtdruck $p_{ges} = p_t = p + q$ bezeichnet. Der Total- oder Gesamtdruck p_t kann leicht mit einer sogenannten Pitot-Sonde in der Strömung gemessen werden. Flugzeuge sind mit solchen Sonden, die zudem auch noch relativ unempfindlich gegen Fehlanströmungen sind, ausgestattet, um damit die Fluggeschwindigkeit bestimmen zu können. Dass dies mittels der Bernoulli-Gleichung (1.6) umsetzbar ist, sollte leicht zu erkennen sein, vorausgesetzt es gibt eine zusätzliche Messstelle für den Druck p , die sich an einem Flugzeug am vorderen Teil des Rumpfes befindet, Abb. 1.3. Der dynamische Druck q ist ein Maß für die kinetische Energie in der Strömung, wie noch gezeigt werden wird.

1.3.2 Die Bernoulli-Gleichung in Strömungen mit Energiezufuhr

In einem Strömungskanal mit festen Begrenzungswänden, Abb. 1.2®, ist die Summe aus statischem und dynamischem Druck q konstant, $p + q = \text{const} = p_t = p_{\text{ges}}$ und für gasförmige Fluide gilt die Gl. (1.6) uneingeschränkt. Ist die Konstante, $p_t = \text{const}$, bekannt, so kann bei Kenntnis des statischen Druckes p die Geschwindigkeit v oder bei Kenntnis der Geschwindigkeit v der statische Druck p berechnet werden.

Insbesondere letzteres trifft nicht mehr zu, wenn der Luft örtlich eine zusätzliche Energie zugeführt wurde, was z. B. durch einen Rotor (Propeller) oder durch Ein- oder Ausblasen von Luft geschehen könnte. Die Strömung ist dann keine Potenzialströmung mehr und in der Bernoulli-Gleichung ist in einem solchen Fall lokal die Konstante p_t in der Gleichung a priori nicht mehr bekannt, Landau und Lifshitz (1987), Seite 17, Gl. (9.4), da sie vor und hinter dem Ort der Energiezufuhr einen unterschiedlichen Betrag aufweist. Mit der Verwendung der Ableitung der Gl.(1.6), $dp + \rho v dv = 0$, könnte man zwar die Konstante mehr oder weniger „akademisch“ geschickt ausblenden, würde aber durch einen solchen „Trick 17 mit Selbstüberlistung“ zu einem speziös raffinierten Lösungsansatz gelangen, der schlussendlich auf originelle Art und Weise mehr oder minder zum Scheitern verurteilt ist.

Geht man nun einmal davon aus, dass einem atmosphärischen Luftstrom durch einen Propeller kinetische Energie zugeführt wurde, so wird sich dadurch der dynamische Druck q erhöhen, aber der statische Druck p sich deswegen nicht verringern, da in einem Freistrahl der statische Druck praktisch immer gleich dem Umgebungsdruck $p = p_\infty$ ist. Ausnahmen existieren unmittelbar hinter dem Propeller oder an der Mündung einer Düse, aus der ein Strahl ins Freie austritt. Die Tatsache, dass sich die Luft schneller bewegt, bedeutet also generell nicht, dass sich der statische Druck p dabei auch zu verringern hat. Ein Beispiel dafür ist die Messstelle für den statischen Druck (*Static Port*) an einem Flugzeug, die sich seitlich am Rumpf befindet. Die Abb. 1.3 zeigt diese Situation bei einem zweimotorigen Passagierflugzeug vom Typ Boeing 737. Der markierte Port für den statischen Druck p dient u. a. auch dazu, dem Höhenmesser (*Altimeter*) des Flugzeugs Informationen zum Umgebungsdruck p_{Baro} (barometrischer Druck) in der Atmosphäre zu geben, aus der in einem Reiseflug die jeweilige Flughöhe bestimmt werden kann. Am Boden, wenn das Flugzeug sich nicht bewegt, zeigt das Instrument die Höhe über Normalnull (NN oder MSN *Mean Sea Level*) des Flugfeldes an, auf dem sich das Flugzeug befindet. Der statische Druck p ist dann der Barometerdruck der Umgebung, $p = p_{\text{Baro}}$. Beginnt das Flugzeug sich auf dem Rollfeld sich zu bewegen und beginnt seinen Startlauf auf dem Boden, so strömt die Umgebungsluft längs des Rumpfes entlang und damit auch über die statischen Druckmessstellen. Der Höhenmesser verändert seine Anzeige dabei aber nicht, obwohl man doch mutmaßen könnte, dass, nach der scheinbar „*landläufigen Interpretation*“ der Bernoulli-Gleichung, eine höhere Geschwindigkeit Strömungsgeschwindigkeit auch einen niedrigeren statischen Druck p bedeuten müsste. Das ist aber, wie hier erklärt, nicht (immer) der Fall, denn der Höhenmesser müsste gemäß der „*landläufigen Interpretation*“ eine größere Höhe als die Flugfeldhöhe anzeigen, da mit der Höhe der atmosphärische Druck ja sinkt. Zwischen der Strömung auf der Rumpfoberfläche und der Umgebung existiert keine trennende Barriere und damit auch keine Druckdifferenz. Wäre es anders und der Strahl hätte einen geringeren Druck als die Umgebung, so würde – abstrakter und irrationaler



Abb. 1.3 Messstellen für den statischen Druck (engl.: Static Port) eines Passagierflugzeuges des Typs Boeing 737. Bild oben links: © Stefano Garau – stock.adobe.com (#71338630), Bild oben rechts: © Stephen – stock.adobe.com (#164883125), Bild unten: © h368k742 – stock.adobe.com (#84083976)

Weise – der höhere Umgebungsdruck den Strahl niedrigeren Drucks solange zusammendrücken, bis die Drücke wieder gleich sind, was selbstverständlich vollkommen absurd wäre. Im hier beschriebenen Fall steigen – infolge der relativen Energiezufuhr¹ – aufgrund der kinetischen Energie des sich im Strömungsfeld bewegenden Flugzeuges nur der Totaldruck p_t und der dynamische Druck q an. Der statische Druck p verändert sich nicht. In Kap. 4.8.5.7, Abb. 4.24, wird dieses Thema noch einmal wiederaufgenommen und ausführlicher physikalisch-mathematisch untermauert werden.

Man sollte also keinesfalls vergessen, dass die **Bernoulli-Gleichung auch einen Energieerhaltungssatz für Strömungen** darstellt und deswegen auch nicht in der Form der Gl. (1.6) für Strömungen gelten kann, die einem äußeren Energieaustausch unterliegen – Zu-

¹ Relative Energiezufuhr: Eigentlich ist das zu betrachtende Fluid, die Umgebungsluft, ein mehr oder weniger ruhendes, dreidimensionales Strömungsfeld, durch das sich das Flugzeug bewegt. Eine physikalisch vergleichbare Situation kann aber auch dadurch hergestellt werden, indem ein ruhendes Flugzeug betrachtet und dessen Umströmung mittels eines Gebläses bereitgestellt wird, was einem Windkanalversuch entspricht. In diesem letzten Fall ist es leicht einzusehen, dass dem Gebläse von außen Energie zugeführt werden muss, mittlerer der es eine kontinuierliche Bewegung des Fluides (Strömung) aufrechterhält. Das Bezugssystem, aus dem heraus man die physikalischen Vorgänge betrachtet, dreht sich dabei nur um. Es wird relativ also energetisch lediglich in ein umgekehrtes Verhältnis gesetzt. Wie auch immer, der Vorgang des startenden Flugzeuges wird nur durch Energiezufuhr möglich; Entweder, indem die Energie dazu aufgewandt wird, das Flugzeug zu bewegen, oder aber, indem die Energie dazu aufgewandt wird, das Strömungsfeld in Bewegung zu versetzen bringen.

fuhr von Energie von außen in die Strömung hinein (von einem Motor angetriebener Propeller oder Gebläse) oder aber Abgabe von Energie aus der Strömung heraus nach außen (Windrad, das Windenergie an einen Generator zur Stromerzeugung abgibt).

Noch einmal: Die Tatsache, dass sich die Luft schneller bewegt, bedeutet generell nicht (immer), dass sich der statische Druck p dabei auch zu verringern hat. In Strömungen zwischen festen Wänden ist das anders, hier gilt die Bernoulli-Gleichung wie gehabt in der Form der Gl. (1.6), es sei denn, der Strömung würde von außen Energie zugeführt oder aus der Strömung würde Energie nach außen abgegeben werden, wie es z. B. bei Strömungsmaschinen der Fall ist. Wie im vorhergehenden Absatzes bereits geschrieben, kann in einem solchen Fall die Bernoulli-Gleichung in der Form der Gl. (1.6) **natürlich nicht** zwischen Zulaufkanal zur Strömungsmaschine und deren Ablauftank angesetzt werden, vgl. hierzu auch Becker (1993), Seiten 53–54.

1.3.3 Bernoulli-Gleichung und Profilumströmungen. Eine Geschichte der Missinterpretationen

Nun aber wieder zurück zu der Abb. 1.2. In Abb. 1.2@ wurde die obere Hälfte der darüber gezeichneten Düse entfernt und es ist nun nur noch die elementare Stromlinienführung um das verbleibende Einzelprofil zu sehen. Die Zuströmung teilt sich vor dem Profil in eine Unter- und eine Oberseitenströmung auf, umströmt es und nimmt ein kurzes Wegstück hinter dem Profil wieder dieselbe Richtung und denselben Betrag auf, wie die Strömung sie vor dem Profil hatte. Eine Beschleunigung der Strömung tritt nicht mehr auf. Die gekrümmte Profilform hat insgesamt keine Umlenkung der Strömung bewirkt und folglich wirkt am Profil nach dem Dritten Newtonschen Axiom auch keine Auftriebskraft. Diese Winkellage wird als Nullauftriebsrichtung des Profils bezeichnet und mit dem Nullauftriebwinkel $\alpha_0 < 0$ gekennzeichnet, der zwischen der Zuströmrichtung und der Lage der Profilsehne (gedachte Verbindungsline zwischen der Profilnase oder Profilvorderkante und der Profilhinterkante) gemessen wird. An diesem Beispiel wird deutlich, dass es weder die Profilform noch die sich auf ihr ausbildenden Druckverteilung sein können, die primär den Auftrieb erzeugen, sondern viel mehr die Profillage im Strömungsfeld, d. h., sein Anstellwinkel α . Gibt es hinter dem Profil keinen Abwind (*Downwash*), so gibt es auch keine Auftriebskraft am Profil. Das Profil in Abb. 1.2@ hat zwar die potenzielle Energie (Lageenergie) der Strömung zwischen Profilnase und Profilhinterkante verändert (angehoben), dies aber zum einen nur sehr wenig und zum anderen spielt in Gasen, wie z. B. Luft, die Änderung der potenziellen Energie ohnehin keine Rolle, da sie hier – insbesondere bei den in der Aerodynamik vorkommenden vertikalen Lageänderungen – vollkommen unbedeutend und deswegen vernachlässigbar gering sind.

Alles zuvor Gesagte, gilt auch für die Teilbilder © und @ Abb. 1.2. Das Teilbild © zeigt ein sogenanntes Venturirohr. Es dient der Messung von Volumenströmen in Flüssigkeiten und Gasen. Der Venturi-Effekt wurde von Giovanni Battista Venturi (italienischer Physiker: *1746 †1822) entdeckt und von Daniel Bernoulli (schweizer Mathematiker: *1700 †1782) mathematisch beschrieben. Entsprechend der Bernoulli-Gleichung beschleunigt die Strömung in dem kanalähnlichen Gebilde mit festen Wänden und erreicht an der Stelle des engsten Querschnitts ihre höchste Geschwindigkeit und damit auch ihren geringsten

Sachwortverzeichnis

Symbol

- $\ell/4$ -Position 64, 66, 67, 85, 86, 87, 93, 103, 104, 105, 108, 109, 110, 111, 118, 833, 839
II-Theorem 137

Zahlen

1. Newtonsches Axiom 2
2. Newtonsches Axiom 39
3. Newtonsches Axiom 2, 5

A

- Abbildung, affine 731, 732
Abbildungsmatrix 265, 266, 267, 363, 364, 517, 565
Abbildungsverfahren, grafische 745
Abbildung, umkehrbar und eindeutig 748, 761, 762
Abflussbedingung nach Kutta 43, 816
Ackeret, Jacob IX, 50, 59, 60, 178, 189
aerodynamische Beiwerte 75, 180
aerodynamisches Moment 65, 66, 67, 78, 81, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 94, 108, 109, 172, 638, 833
aerodynamisches Zentrum 103, 105, 107, 109, 110, 111
Affine Abbildung 731, 732
Ähnlichkeit 58, 76, 119, 121, 166, 167, 168, 169, 171, 172, 173, 174, 175, 177, 179, 180, 183, 184, 204, 225, 265, 389, 490, 545, 547, 557, 611, 617, 723, 730, 732, 733, 775
Ähnlichkeitsgesetze und Modellregeln 166
Ähnlichkeit, unvollständige 169, 172
Ähnlichkeit, vollständige 169, 172, 184
Ähnlichkeit von Strömungen 76, 166, 167, 169, 172, 177, 179, 183
Algebraische Gleichungen im Komplexen 542, 549
Analysis, komplexe 370, 519, 520, 557, 633, 663, 747
Änderung, konvektive 223
Änderung, lokale 223

- Änderung, substantielle 223, 320
 Anstellwinkel, Langstreckenflug 102
 $\arctan 2$ und \arctan 663, 673, 802
 Argument 529, 530, 531, 533, 535, 537, 550, 552, 563, 584, 587, 673, 697, 780, 842
 ATAN2-Funktion 663, 675
 aufgelöste Polare 88, 115
 Auftrieb VII, XI, XII, XVI, XXXV, 1, 9, 10, 12, 13, 16, 18, 19, 20, 33, 35, 36, 37, 38, 40, 42,
 43, 44, 47, 51, 61, 63, 64, 66, 68, 89, 91, 92, 94, 95, 97, 111, 119, 185, 331, 332, 369, 370,
 614, 631, 632, 633, 638, 837, 859
 Auftriebsbeiwert 44, 46, 47, 78, 88, 91, 93, 94, 95, 96, 104, 105, 112, 114, 115, 121, 124,
 125, 131, 132, 370, 835
 Auftriebskraft XI, XII, 1, 2, 5, 9, 10, 12, 13, 14, 16, 17, 18, 19, 20, 23, 32, 33, 36, 37, 38, 39,
 40, 41, 42, 46, 52, 57, 63, 65, 67, 68, 75, 81, 84, 92, 97, 102, 103, 119, 121, 129, 278, 285,
 331, 332, 369, 613, 632, 729, 747, 822, 833, 834, 835, 836

B

- Bahnlinie 205, 206, 216, 218, 219, 246, 249, 296
 Banach, Stefan 659, 660, 663, 664
 Basisgesetze von Potenzialströmungen 762
 Beiwerte, aerodynamische 75, 180, 863
 Bernoulli-Gleichung XI, XII, XIII, XIV, XXXII, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 30, 31, 32, 33, 37, 50, 53,
 54, 117, 238, 246, 247, 248, 249, 250, 251, 252, 253, 254, 256, 257, 264, 268, 271, 272,
 273, 277, 278, 283, 284, 285, 287, 290, 292, 293, 295, 296, 299, 301, 302, 303, 307, 308,
 309, 310, 311, 312, 330, 350, 357, 358, 359, 366, 367, 375, 408, 419, 452, 470, 483, 503,
 600, 609, 626, 651, 688
 Bernoulli-Gleichung mit lokalem Energieaustausch 301
 Bernoulli-Integration der Eulerschen-Bewegungsgleichungen 246, 254, 358
 Bernoulli-Konstante XIV, 245, 247, 248, 249, 251, 252, 253, 254, 256, 259, 271, 278, 279,
 280, 301, 303, 311, 358, 366, 375
 Betz, Albert IX, 114, 567, 727
 Bezugslügeltiefe 76, 77
 Blasius, Heinrich XVI, XVIII, XXX, XXXI, XXXII, 355, 370, 631, 633, 634, 635, 638, 641,
 643, 644, 725
 Blasius-Tschaplygin-Momentengleichung 641
 Buckinghamsches Π -Theorem 137

C

- Cauchy-Riemannschen Differenzialgleichungen 392, 564, 575, 579, 747, 748, 765, 780
 Cauchy-Riemannschen partiellen Differenzialgleichungen 391, 392, 394, 517, 562, 564,
 565, 567, 573, 574, 579, 583, 764, 765, 774, 780, 781, 782, 783, 784, 785, 786, 787, 788,
 789, 791
 Cauchysche Integralsatz für Elementargebiete 643
 CFD, Computational Fluid Dynamics 23, 153, 278
 Coandă-Effekt 23, 24, 47, 48, 49, 51, 52, 53, 54, 61, 62

c_p -Verteilung XXXIII, 32, 33, 601, 617, 619, 651, 693, 694, 723, 747, 831, 833

D

d'Alembert, Jean-Baptiste le Rond XXIII, 21, 34, 60, 226, 274

Definitionslücke 117, 413, 465, 471, 643, 654, 696, 761, 797, 803, 805, 839

Definitionslücke, einpunktige 643, 761, 797, 803, 805

Deformation XXVIII, 223, 234, 236, 276

Deformationsbewegung 237, 359

Deformationsgeschwindigkeit 237

Dimensionsanalyse XVI, 85, 137, 154, 156, 157, 159, 160, 184, 190

Dimensionssymbol 139, 140, 141, 143, 144, 145, 146, 361, 670, 672, 865

Dipolströmung, räumliche 455, 471, 479, 480

Doppeldecker 125, 126

Downwash 1, 9, 10, 19, 32, 37, 39, 40, 41, 89, 118, 119

Drehstreckung 531, 578

drehsymmetrisch 394, 459, 467, 471, 474, 493, 495, 749

drehsymmetrischer Halbkörper 493

drehungsfrei XXIX, XXX, XXXI, 35, 234, 239, 259, 267, 302, 358, 359, 360, 380, 383, 384, 385, 387, 388, 395, 433, 644, 865, 868

Drehungsfreiheit XXIX, XXX, 239, 240, 259, 260, 261, 264, 279, 358, 359, 361, 364, 374, 380, 381, 391, 394, 397, 414, 415, 433, 434, 437, 484, 518, 632, 765, 767, 779

Drehvektor eines Geschwindigkeitsfeldes 233

Drela, Mark 281

Drittes Newtonsches Axiom 4, 343

Druckänderung 23, 277, 281

Druckbeiwert 25, 27, 73, 75, 162, 420, 453, 483, 503, 504, 651, 688, 719

Druckdifferenz 3, 7, 33, 162, 193, 229, 246, 250, 470, 610, 831

Druckkraft XXVI, XXVII, XXXIII, XXXIV, 21, 22, 29, 36, 50, 179, 193, 194, 213, 226, 227, 228, 234, 275, 276, 281, 290, 294, 304, 315, 317, 322, 324, 325, 335, 337, 338, 339, 340, 342, 345, 353, 422, 505, 506, 507, 601, 606, 609, 620, 623, 626, 627, 634, 635, 636, 638, 639, 640, 815, 821, 822, 823, 833, 839, 855, 859, 860, 865

Druckkräfte XXXIV, 179, 213, 226, 227, 228, 317, 322, 325, 337, 338, 339, 340, 342, 345, 353, 505, 506, 507, 620, 623, 626, 822

Druck, piezometrischer 250, 277

Druckpunkt 64, 65, 66, 67, 81, 82, 83, 84, 85, 86, 94, 105, 638

Druckpunktverschiebung 84

Druckschlag 295, 312

Druckverteilung XVI, XXXI, XXXII, 9, 16, 19, 27, 28, 32, 35, 36, 63, 64, 65, 66, 68, 72, 75, 87, 191, 192, 193, 194, 200, 205, 213, 223, 249, 272, 281, 286, 287, 288, 289, 327, 330, 332, 346, 359, 367, 368, 370, 375, 422, 454, 480, 484, 490, 507, 601, 610, 634, 644, 686, 687, 729, 815, 831

Druckverteilungen XVI, XXXI, XXXII, 19, 27, 28, 32, 36, 63, 64, 65, 66, 68, 75, 87, 205, 249, 281, 330, 346, 359, 370, 484, 490, 634, 686, 815

Druckwiderstand 34, 35, 36, 72, 326, 327, 332, 507

Durchflussmenge 397, 398, 399, 400, 408, 409, 413, 465, 501, 695
 dynamischer Druck XIV, 6, 7, 8, 25, 75, 121, 132, 250, 309, 311, 335, 609, 835

E

ebene Platte 587, 729, 768, 773, 775, 777, 778, 791, 792, 794, 799, 802, 803, 808, 810, 811, 815, 820, 821, 823, 828, 830, 854, 856, 858, 860
 ebene Platte mit Zirkulation 815
 Ebener Halbkörper 415
 Ebenes Quellen-Senken-Paar 423, 654
 Einheitensystem, internationales 138
 Einheitsbreite 38, 40, 42, 46, 47, 64, 72, 74, 76, 156, 157, 189, 331, 352, 398, 416, 422, 438, 457, 458, 471, 635, 638, 639, 641, 643, 644, 645, 651, 834, 835, 855, 856, 857
 Einheitskreis 540, 597, 608, 612, 655, 697, 750, 751, 768, 769, 778, 792, 793, 794, 795, 796, 799, 807, 811, 818, 841, 842, 847, 852
 Elementararbeit 244, 248, 365
 elliptische Auftriebsverteilung 113, 122
 Energieerhaltung XIII, 120, 251
 Energieerhaltungssatz XIII, 8, 37, 250, 271, 302, 304
 Energiedichte 34, 243, 244, 246
 Energiezufuhr 7, 8, 302
 Erforderlicher Schub 131, 133
 Ergiebigkeit 413, 414, 416, 421, 423, 424, 425, 427, 428, 429, 433, 434, 465, 466, 474, 495, 496, 497, 499, 501, 510, 646, 647, 654, 655, 658, 667, 668, 669, 676, 692, 695, 696, 700
 Erstes Newtonsches Axiom 2
 Eulersche Bewegungsgleichung 213, 214, 218, 219, 257, 462
 Eulersche Bewegungsgleichung, eindimensional 209
 Eulersche Bewegungsgleichungen, dreidimensional 225, 462
 Eulersche Formel 552, 554, 802
 Euler-Zahl 25, 75, 162
 Exponentialform der komplexen Zahl 553

F

Fangstromröhre 323, 343, 346
 Finsterwalder, Sebastian 859, 861
 Fixpunktsatz von Banach 659, 660, 663
 Flaps (Klappen) 346
 Flügel/Rumpf-Kombination 346
 Flügelstreckung 95, 96, 99, 101, 111, 121, 124, 125
 Fluidteilchen XXIV, XXV, XXVI, XXVII, XXVIII, XXXII, XXXIII, XXXV, 23, 24, 193, 201, 203, 204, 205, 206, 209, 211, 213, 215, 216, 222, 223, 226, 227, 228, 234, 235, 236, 237, 246, 259, 260, 264, 274, 275, 276, 286, 290, 292, 294, 295, 296, 316, 317, 358, 359, 380, 381, 382, 383, 384, 385, 388, 395, 433, 442, 443
 Fluidteilchendeformation, laterale 237

- Fluidvolumen XXIX, XXXIII, XXXIV, 262, 304, 321, 328, 359, 361, 371, 387, 399, 456, 646, 648, 669
flüssige Oberfläche 317
FORTRAN 73, 281, 355, 512, 660, 675, 725
Fractional Analysis 160
freie Wirbel 118
Freistrahrl 7, 49, 50, 309, 349, 352, 353, 354
Freistrahrl, schräger 352, 353
Freistrahlturbine 349
Froude-Zahl 162, 163, 177, 180
Funktionentheorie XIV, XVI, XXII, XXX, XXXI, 38, 39, 46, 331, 370, 392, 445, 516, 519, 549, 557, 560, 561, 562, 567, 568, 582, 588, 602, 613, 633, 643, 644, 645, 651, 725, 726, 727, 728, 747, 749, 765, 766, 768
Funktionentheorie, komplexe XIV, XVI, XXII, XXX, XXXI, 38, 39, 46, 331, 370, 392, 445, 516, 519, 549, 557, 560, 561, 562, 567, 568, 582, 588, 602, 613, 633, 643, 644, 645, 651, 725, 726, 727, 728, 747, 749, 765, 766, 768

G

- Gaußsche Zahlenebene 519, 525, 792, 795
gebundener Wirbel 118
gekrümmte Oberflächen 19
geometrisch ähnlich 179
geometrische Konstruktion 531, 533
geometrische Operationen 527, 529, 571
Gesamtimpuls 313, 315
Geschwindigkeitsbeträge 792, 854
Geschwindigkeitsfeld 119, 201, 204, 214, 251, 270, 367, 368, 374, 396, 441, 469, 489, 618, 649, 790, 792, 797, 803, 823
Geschwindigkeitspotenzial XXVIII, XXX, 240, 241, 242, 261, 262, 263, 267, 268, 269, 357, 360, 364, 372, 373, 374, 376, 380, 391, 396, 400, 402, 404, 405, 406, 408, 410, 413, 414, 415, 417, 423, 424, 428, 429, 434, 443, 445, 465, 472, 473, 474, 480, 482, 493, 767
Geschwindigkeitsstabilität 131, 133, 135
Geschwindigkeitsverteilungen 279, 328, 332, 801, 804, 805, 806, 816, 821, 828, 829, 832, 833, 853, 854, 855
Gleitverhältnis 97, 98, 99, 129
Gleiten, Nose-Down 97
Gleiten, Nose-Up 97
Gleitwinkel 97, 98, 99, 100, 101, 130
Gleitzahl 92, 98, 99, 102, 128, 129
Goniometrie 528
goniometrisch 529
goniometrische Form 529
Goniometrische Form komplexer Zahlen 528
Gradientenbildung 242, 264, 361, 362, 363, 364, 377, 388, 392, 765, 792, 798, 824

grafische Abbildungsverfahren 745

Grenzschicht VIII, 32, 190, 253, 254, 280, 281, 310, 336, 356, 455, 492

Grenzschichtströmung 278

H

Halbkörper 368, 415, 416, 418, 422, 423, 426, 493, 494, 495, 500, 501, 505, 510, 511, 555, 645, 646, 647, 649, 655

Halbkörper, drehsymmetrischer 493

Halbkörper, räumlicher 493

Hesse-Matrix 195, 265, 363

Hesse, Otto 195, 265

holomorphe Funktion 516

Hufeisenwirbel 116, 118

hydrostatischer Druck 200, 272

I

imaginäre Einheit XXXI, 520, 522, 524, 525, 540, 588, 597, 671, 786

imaginäre Zahl 524, 525, 527, 533, 550

Imaginärteil **Im** der komplexen Zahl 525, 534

Impulsfluss 321, 333

Impulssatz der Mechanik XXXIV, 315, 316

Impulsstrom 4, 5, 18, 119, 321, 330, 334, 337, 339, 342, 343, 354

Impulsübertragung 3, 4, 312, 313, 314, 343, 350, 609

Impulsverlustdicke 336

induzierter Widerstand 114, 115, 120, 121, 122, 123, 126, 132, 133

inkompressible Fluide 245, 246, 248, 250, 267, 283, 295, 364, 368, 374

installierte Schub 346

instationär XIV, XXIV, XXV, 203, 209, 212, 217, 223, 224, 294, 808

instationäre Strömungen 181, 203, 214, 216, 245, 293, 295, 296, 321, 374

irrotational (drehungsfrei) XXX, 34, 35, 36, 238, 360, 385, 413, 515, 644

J

Joukowski, Nikolai XVI, XVII, XVIII, XXX, XXXI, XXXII, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 46, 58, 331, 332, 356, 370, 611, 614, 620, 621, 631, 632, 633, 638, 643, 644, 726, 834, 859, 862

K

Kantenwinkeldeformation, rotatorisch 237

Kavitation 311, 312

Kavitationsfraß 312

Klappen 50, 54, 55, 346

Knudsen-Zahl 164, 174

komplex differenzierbar XXXI, 516, 561, 568, 572, 785

komplexe Analysis 370, 519, 520, 557, 633, 663, 747

- komplexe Differenzierbarkeit XXXI, 516, 561, 568, 572, 785
komplexe n-te Wurzel 535
komplexen Zahlen XIV, XVI, XXII, XXXI, 370, 519, 520, 521, 522, 523, 524, 525, 526, 527, 528, 529, 533, 534, 535, 538, 540, 542, 548, 549, 550, 552, 555, 556, 557, 559, 560, 571, 572, 584, 588, 589, 596, 634, 673, 728, 762, 771, 778, 791
kompressibel 162, 222, 230, 231, 246, 248, 312
Kompressibilität 177, 178, 179, 183
Konforme Abbildung 578, 725, 727, 743, 750, 768, 773, 820, 861
Konformität 729, 733
konjugiert komplexe Geschwindigkeit 580, 692
konjugiert komplexe Zahl 525, 532, 580, 584, 780
konservatives Kraftfeld 197, 262, 264, 286, 364, 365, 376, 517
Kontinuität XXIX, 207, 219, 225, 241, 262, 353, 357, 374, 391, 394, 397, 414, 415, 437, 438, 459, 518, 764, 767, 779
Kontinuitätsgleichung 208, 210, 219, 222, 225, 231, 266, 267, 269, 270, 293, 300, 305, 309, 329, 330, 333, 334, 352, 357, 363, 364, 368, 374, 390, 396, 400, 438, 457, 462, 463, 466, 468, 470, 480, 518, 519, 767, 779, 868
Kontrollfläche 321, 322, 323, 324, 325, 326, 327, 328, 329, 330, 332, 333, 334, 335, 337, 338, 339, 340, 342, 343, 344, 345, 349, 633
konvektiv XXV, 223
konvektive Änderung 223
koplastig 83
Körpergeometrie 280, 281, 664, 667
Körperoberfläche 35, 253, 269, 280, 492, 506, 627, 635
Kraftfeld 196, 197, 262, 263, 264, 286, 364, 365, 367, 376, 389, 517
Kraftfeld, konservatives 197, 262, 264, 286, 287, 364, 365, 376, 517
Kreisbogenprofil 822, 839, 848, 854, 855, 856, 858, 860, 869
Kreiszylinder 442, 443, 444, 454, 455, 457, 480, 481, 483, 487, 595, 596, 597, 598, 600, 601, 604, 605, 606, 608, 612, 613, 614, 616, 620, 621, 631, 641, 655, 729, 747, 750, 751, 770, 777, 778, 812, 816, 834, 840, 842
Kreiszylinder mit Zirkulation 58, 601, 604, 605, 606, 611, 613, 614, 616, 619, 620, 621, 631, 633, 634, 638, 641, 643, 729, 747, 816, 840, 848
Kreuzprodukt XXX, 22, 196, 204, 258, 360, 392, 489, 765
Krümmungskreis 277
Krümmungsradius 23, 275, 276, 277, 278
Kugel XXXIII, 142, 179, 183, 368, 394, 445, 453, 455, 463, 465, 467, 471, 472, 480, 481, 482, 484, 485, 486, 487, 488, 489, 490, 491, 492, 510, 634, 732, 738, 740, 742
kugelsymmetrisch 191, 459
Kugelumströmung 445, 455, 488, 492, 510, 634
Kutta-Joukowski-Theorem 39, 40, 41, 46, 58, 331, 332, 370, 611, 620, 643, 834
Kuttasche-Abflussbedingung 43, 816
Kutta, Wilhelm XVI, XVIII, XXX, XXXI, XXXII, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 46, 58, 62, 331, 332, 355, 369, 370, 611, 613, 614, 620, 621, 631, 632, 633, 634, 643, 644, 725, 726, 822, 834, 840, 841, 855, 857, 860, 861

Kutta-Žukovskij XVI, XVIII, XXXI, 39, 40, 41, 42, 46, 58, 331, 332, 370, 611, 620, 621, 631, 632, 633, 643, 644, 834

L

Lagrangesche Gleichung 245
 Lamb, Horace 239
 Lanchester, Frederick 38, 614, 631, 858, 859
 Längskraft 68, 74, 82, 634, 644
 Längskraftbeiwert 78, 80
 Langstreckenflug 102
 Laplace-Operator 267, 364, 519, 767, 779
 Laplacesche Gleichung 368, 516, 518, 519, 592, 779, 784, 786, 789, 790
 Laplaceschen Gleichung, homogene 368, 779
 Lastverteilung 118, 119, 839
 Laufzeitmissverständnis 13
 Lilienthal, Otto XI, XII, 14, 16, 20, 285, 858
 Lilienthalpolare 88, 96
 Linienintegral XXXI, 38, 45, 266, 363, 371, 372, 375, 377, 614, 631, 644, 837
 lokale Änderung XXV, 223
 Loxodrome 741, 742, 862

M

Machsches Ähnlichkeitsgesetz 177
 Machzahl 162, 163, 164, 174, 175, 177, 178, 184
 Magnus-Effekt 52, 53, 55, 56, 57, 60, 610
 Magnus, Gustav 52, 53, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 610, 611, 870
 Massenmittelpunkt 313
 Massenpunkt 3, 226, 315, 365
 Massenstrom 3, 4, 10, 18, 40, 41, 207, 208, 331, 334, 339, 344, 347, 348, 350, 374, 438
 Matrix 147, 148, 157, 186, 194, 195, 196, 265, 363, 565, 573, 574, 576, 577, 578
 mechanisch ähnlich 179
 Mercatorprojektion 738, 739, 740, 741, 742, 743, 744, 745
 Methode der Differenzialgleichungen 184
 Methode der Kräfteverhältnisse 184
 Methode der Maßstäbe 166, 184
 Minimum Drag Speed 128, 129, 130, 132, 133, 134, 135
 Modul 529, 566, 589, 590, 599, 689, 692, 720
 Momentenbeiwert 78, 80, 92, 93, 94, 104, 105, 109, 172, 836, 839
 Momentengleichung nach Blasius-Tschaplygin 641

N

Nabla-Operator XXVII, 389
 Navier-Stokes XIV, XXIII, XXXII, 182, 191, 244, 490

Neutralpunkt 64, 65, 66, 67, 81, 85, 86, 87, 93, 103, 104, 105, 870

Newton-Raphson-Verfahren 281

Newton'sche Axiome XIV, 1, 5

Newton-Verfahren 281

Normalkraft, Normalkraftbeiwert 77, 453, 454

Nose-Down-Gleiten 97

Nose-Up-Gleiten 97

Nullauftrieb 9, 18, 67, 85, 92, 99, 111, 127

Nullmoment 65, 66, 67, 93, 94, 645

Nullmomentenbeiwert 93, 104

Nullwiderstand 370

O

Oberseitenströmung 9

Orthodrome 742

orthogonal 21, 24, 32, 36, 206, 213, 264, 270, 275, 278, 325, 338, 339, 373, 377, 388, 390, 391, 392, 393, 408, 413, 440, 441, 447, 452, 456, 479, 488, 489, 505, 581, 606, 729, 738, 745, 746, 748, 749, 750, 756, 763, 765, 769, 774, 776, 777, 790, 815, 822

Oswald-Faktor 123, 127

P

parabolische Widerstandspolare 126, 127, 128, 870

Parallelströmung 254, 278, 279, 280, 310, 402, 449, 600, 604, 608, 612, 618, 634, 641, 642, 643, 680, 681, 682, 683, 686, 692, 709, 711, 712, 714, 716, 719, 729, 817, 821

piezometrischer Druck 250, 277

Poissonsche Gleichung 377, 518, 779

Polare 88, 92, 109, 110, 115, 122

Polare, aufgelöste 88, 115

Polstelle 117, 441, 643, 644, 654, 754, 757, 758, 761, 797, 803, 805

Potenzialfunktion 241, 242, 265, 266, 268, 289, 358, 361, 363, 365, 367, 368, 388, 391, 392, 394, 396, 397, 401, 402, 414, 415, 416, 424, 431, 434, 437, 445, 446, 449, 451, 458, 459, 463, 466, 468, 471, 472, 473, 475, 477, 479, 484, 503, 512, 518, 561, 562, 566, 578, 579, 580, 583, 585, 593, 595, 603, 620, 622, 648, 649, 656, 679, 697, 710, 760, 766, 767, 774, 778, 779, 790, 792, 798, 809, 817

Potenzialströmung XXX, XXXI, XXXIII, XXXIV, 7, 32, 34, 35, 36, 38, 43, 52, 231, 238, 239, 240, 241, 242, 245, 247, 254, 259, 260, 265, 267, 268, 271, 272, 279, 280, 287, 299, 301, 302, 357, 358, 359, 360, 364, 365, 366, 367, 368, 372, 375, 376, 377, 379, 384, 391, 393, 396, 397, 400, 403, 412, 413, 422, 437, 440, 442, 444, 453, 454, 455, 458, 465, 471, 481, 484, 487, 489, 490, 492, 494, 505, 507, 517, 559, 561, 562, 563, 564, 566, 567, 578, 582, 587, 588, 592, 596, 600, 601, 610, 611, 615, 620, 621, 622, 630, 631, 632, 634, 638, 644, 687, 697, 722, 724, 725, 757, 765, 767, 770, 779, 803, 822, 823, 858

Potenzialwirbel 56, 57, 259, 261, 279, 378, 432, 434, 438, 440, 557, 559, 562, 604, 605, 608, 611, 618, 621, 622, 643, 747, 758, 760, 761, 816, 817, 818, 820, 834, 839, 841

- Prandtl, Ludwig IX, X, XI, XX, XXIII, XXXI, XXXII, 13, 33, 35, 41, 43, 57, 60, 61, 112, 114, 117, 135, 156, 175, 178, 190, 355, 365, 454, 466, 471, 488, 492, 513, 567, 592, 632, 633, 644, 687, 726, 857
- Profil VIII, XI, 5, 9, 10, 12, 13, 14, 18, 19, 23, 25, 26, 28, 31, 32, 33, 37, 39, 42, 43, 44, 45, 46, 52, 53, 54, 57, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 72, 74, 75, 76, 78, 81, 82, 83, 84, 85, 88, 89, 90, 91, 92, 97, 98, 100, 101, 103, 104, 105, 108, 109, 110, 113, 115, 119, 121, 131, 156, 215, 283, 284, 311, 332, 333, 335, 420, 452, 483, 503, 613, 651, 703, 723, 729, 747, 857, 860
- Profilkontur, gekrümmte 273
- Profiloberseite 12, 16, 19, 21, 28, 31, 39, 69, 73, 74, 80, 90, 269, 271, 275, 278, 282, 284, 285
- Profilsehnenlänge 42, 44, 64, 68, 85, 88, 94, 95, 174, 183
- Profilumströmung 30, 32, 43, 49, 52, 278, 284, 331
- Profilunterseite 20, 31, 33, 70, 72, 73, 74, 79, 80, 214, 269, 271, 279, 284, 285
- Propeller 1, 4, 7, 9, 31, 99, 152, 284, 303, 306, 307, 308, 309, 310, 345

Q

- Quelle XXIX, 17, 44, 99, 146, 152, 208, 220, 225, 374, 410, 412, 413, 414, 415, 416, 422, 423, 424, 425, 426, 427, 428, 429, 431, 432, 433, 434, 437, 456, 464, 465, 466, 467, 471, 472, 473, 474, 495, 496, 501, 509, 510, 511, 557, 558, 559, 562, 564, 645, 646, 647, 648, 654, 655, 656, 658, 664, 667, 677, 692, 694, 695, 696, 700, 701, 702, 703, 704, 705, 706, 707, 708, 709, 710, 711, 712, 717, 720, 754, 758, 759, 760
- Quellenfreiheit XXIX, 208, 222, 270, 293, 377, 391, 397, 414, 415, 434, 437, 438, 470, 484, 764, 765, 767
- Quellen-Senken-Kombination 510, 593, 594, 677, 680, 681, 682, 683, 684, 685, 686, 705, 719, 808, 810
- Quellen- und Senkenströmung, räumlich 463
- Querkraft XXXI, XXXIII, 52, 55, 56, 58, 423, 484, 610, 611, 612, 613, 614, 620, 621, 626, 627, 631, 634, 641, 643, 644, 747, 815, 823

R

- Randbedingungen X, 49, 97, 104, 133, 191, 207, 241, 254, 257, 268, 269, 270, 301, 302, 358, 368, 385, 400, 401, 469, 470, 579, 663, 666, 674, 675, 676, 691, 692, 699, 702, 737, 746, 749, 753, 792
- räumliche Quellen- und Senkenströmung 463
- räumlicher Dipol 455, 471, 479, 480
- räumlicher, drehsymmetrischer Halbkörper 493
- räumlicher Halbkörper 493
- Reaktionskraft 1, 5, 17, 18, 32, 42
- Realteil **Re** der komplexen Zahl 525
- reellwertige Funktion $F(z)$ in einer komplexen Variablen 564
- Reibungswiderstand 30, 32, 33, 35, 72, 76, 126, 325, 332, 370, 507
- resultierende Kraft 64, 84, 85, 209, 315, 322, 327, 349, 422, 453, 454, 484, 610, 831, 833, 836
- Reynolds, Osborne XXIII, 47, 50, 53, 61, 135, 156, 157, 159, 161, 163, 164, 165, 166, 172, 173, 174, 175, 176, 177, 179, 180, 181, 183, 190, 281, 355, 455, 513, 614, 726

Reynoldssches Ähnlichkeitsgesetz 180
Reynolds-Zahl 156, 157, 159, 161, 163, 164, 166, 172, 173, 174, 175, 177, 179, 180, 181, 183, 281, 455
Riemannsche Blätter 753
Riemannscher Abbildungssatz 747
Runge, Carl 726, 857, 858, 859, 861
Runge-Kutta-Verfahren 857

S

Satz von Kutta-Žukovskij 631, 632, 643, 644
Satz von Schwarz 194, 242, 265, 266, 362, 363, 785, 788
Saugkraft 422, 821, 822, 823, 834, 840, 860
Schallgeschwindigkeit 161, 162, 163, 173, 178, 179, 189, 311
Scherspannung 33, 72, 75, 76, 325, 326
Schlichting, Hermann 23, 61, 112, 113, 119, 120, 122, 135, 183, 190, 278, 332, 336, 356, 358, 455, 466, 500, 513, 613, 726, 830, 835, 862
schräg angeströmte ebene Platte 797, 823
Schränkung 96, 102
Schub, installierter 346
Schubkraft 1, 4, 151, 314, 341, 345, 346, 347
Schub, nicht installierter 346
schwanzlastig 836
Schwenkdüse 338, 341, 346
Schwerkraft 19, 50, 51, 53, 177, 227, 276, 286, 287, 290, 291, 294, 303, 315, 366
Schwerpunktsatz der Mechanik 316
Sehne 841, 842, 848, 860
Senke 208, 220, 225, 374, 410, 414, 423, 424, 425, 426, 427, 428, 429, 431, 432, 434, 437, 466, 467, 470, 471, 472, 473, 474, 510, 511, 654, 655, 656, 658, 664, 677, 692, 706, 757, 758, 759, 761
Short Take-Off and Landing 49, 54, 346
Skalar 196, 223, 224, 264, 312, 338, 361, 363, 375, 396, 439, 792
skalare Funktion 240, 261, 287, 288, 360, 361, 377, 389
Skalarfeld XXVI, XXVII, XXVIII, XXX, 360, 363, 627
Slats (Vorflügel) 346
spezifische Elementararbeit der Volumenkräfte 244
spezifische kinetische Energie 214, 246, 250
spezifische Verschiebearbeit 243, 245, 246, 250
Stammfunktion 256, 574, 643, 668, 741, 789, 790, 862
stationär XIV, 203, 204, 207, 213, 214, 215, 217, 219, 222, 231, 240, 243, 245, 246, 249, 251, 272, 285, 293, 296, 333, 359, 374, 808
stationäre Strömung 135, 203, 205, 246, 254, 333
statischer Druck XIII, 5, 6, 7, 8, 9, 75, 254, 309, 311, 333, 610, 619, 626
stereografische Projektion 733, 734, 735, 737, 738, 742, 743, 744
Stokessche Stromfunktion 456, 459, 471, 477, 479, 484, 502, 512

- STOL (Short Take-Off and Landing) 49, 54, 55, 346
 Stoß 312, 314, 365, 367
 Streckung 95, 96, 99, 101, 102, 111, 112, 115, 121, 122, 123, 124, 125, 132, 169, 170, 571, 578, 793
 Stromfaden 180, 181, 201, 206, 209, 210, 219, 221, 398, 400, 408, 409
 Stromfunktion XXX, 360, 388, 389, 390, 391, 392, 394, 397, 398, 399, 400, 401, 404, 405, 410, 412, 414, 415, 416, 424, 425, 426, 429, 431, 432, 434, 437, 441, 443, 445, 446, 449, 450, 456, 458, 459, 463, 471, 472, 476, 477, 479, 484, 485, 493, 502, 503, 512, 515, 518, 558, 560, 561, 564, 566, 579, 583, 585, 593, 595, 601, 603, 604, 605, 614, 616, 618, 637, 640, 641, 648, 650, 656, 663, 679, 680, 681, 686, 688, 692, 697, 699, 702, 705, 710, 711, 749, 760, 767, 779, 784, 787, 792
 Stromfunktion, Stokessche 456, 459, 471, 477, 479, 484, 502, 512
 Stromlinie VII, VIII, XXVIII, 19, 20, 21, 22, 23, 201, 202, 203, 204, 205, 206, 210, 213, 216, 217, 218, 219, 221, 246, 247, 248, 249, 251, 253, 254, 255, 256, 257, 259, 271, 273, 275, 278, 279, 280, 282, 284, 290, 291, 292, 293, 295, 296, 297, 301, 350, 352, 358, 379, 389, 390, 399, 400, 406, 407, 409, 435, 440, 442, 446, 447, 457, 464, 502, 581, 596, 600, 601, 608, 634, 637, 645, 648, 650, 656, 676, 680, 682, 683, 686, 699, 704, 705, 706, 709, 711, 712, 713, 714, 716, 719, 729, 747, 749, 754, 757, 768, 772, 775, 802, 807, 817, 818, 825, 828, 829, 857
 Stromröhre 201, 206, 207, 209, 219, 221, 293, 303, 304, 305, 309, 310, 374
 Strömungsfeld XXIV, XXV, XXVIII, XXX, 8, 9, 26, 27, 38, 45, 160, 164, 166, 167, 173, 175, 177, 178, 185, 205, 212, 214, 216, 220, 223, 224, 225, 229, 234, 239, 246, 247, 249, 251, 254, 259, 264, 265, 271, 272, 277, 289, 303, 317, 319, 320, 328, 374, 375, 377, 385, 387, 388, 394, 395, 399, 417, 419, 420, 421, 422, 455, 469, 470, 479, 486, 487, 488, 494, 495, 515, 586, 587, 599, 600, 606, 614, 618, 620, 621, 631, 646, 648, 652, 664, 667, 682, 704, 729, 750, 751, 755, 756, 768, 769, 770, 772, 778, 791, 796, 797, 801, 802, 803, 804, 806, 808, 809, 820, 823, 825, 828, 829, 831, 837
 Strömungsfunktion 515, 561, 562, 563, 564, 565, 566, 578, 579, 583, 586, 587, 590, 594, 597, 599, 601, 631, 635, 637, 638, 641, 645, 648, 655, 656, 663, 668, 669, 671, 679, 686, 688, 689, 692, 697, 698, 710, 719, 720, 721, 749, 750, 751, 753, 754, 756, 758, 759, 760, 761, 774, 808, 809, 816, 817, 855
 Strömungsumlenkung 5, 19, 49
 Strouhal-Zahl 180
 substantielle Änderung 223, 320
 substanzielles Differential 223
 Swivel Nozzle, Schwenkdüse 336, 337, 346, 347
 symmetrische Körper 271
- ## T
- Tietjens, Oskar XX, 41, 57, 61, 156, 190, 355, 356, 365, 447, 454, 466, 471, 488, 492, 512, 513, 557, 580, 581, 592, 632, 678, 684, 688, 694, 699, 726, 803, 818, 862
 Trägheitskraft 21, 165, 179, 226, 228, 274, 490
 Tragkraft 1, 346, 347
 Trennungsfläche 116, 117, 120, 836

Triebwerk 24, 313, 314, 323, 342, 343, 344, 345, 346, 347, 348
Truckenbrodt, Erich 23, 61, 112, 113, 119, 120, 122, 135, 224, 278, 315, 332, 356, 358, 410,
454, 455, 466, 471, 474, 475, 476, 477, 500, 513, 613, 726, 830, 835, 862
Tschaplygin, Sergei 638, 641, 856, 860, 862
Turbofan 55, 341, 342, 343
Turbojet 323, 341

U

umkehrbar eindeutige Abbildung 748, 761, 762
Umströmung eines Kreiszylinders 443, 444, 452, 601, 634, 666, 729, 748
Umströmung eines Kreiszylinders mit Zirkulation 58, 601, 604, 605, 606, 611, 613, 614,
616, 619, 620, 621, 631, 633, 634, 638, 641, 643, 729, 747, 816, 840, 848
Umströmung eines Kreiszylinders ohne Zirkulation 443, 452
uninstallierter Schub 346
Unterseitenströmung 13
unvollständige Ähnlichkeit 169, 172
Upwash 17, 19, 39, 118, 369

V

Vektor XXVI, XXVII, XXIX, 3, 22, 23, 193, 196, 201, 203, 204, 217, 223, 227, 257, 259,
262, 275, 276, 312, 324, 327, 360, 363, 377, 389, 392, 395, 398, 428, 474, 489, 519, 529,
569, 627, 634, 635, 765, 859
Vektoranalysis V, XVI, XIX, XXIII, XXIX, XXX, 38, 46, 195, 196, 197, 204, 220, 223, 331,
389, 392, 396, 489, 613, 765
Vektorfeld XXVI, XXVIII, XXIX, XXX, 195, 201, 220, 225, 239, 242, 266, 287, 301, 359,
360, 361, 363, 364, 374, 389, 395, 437
Vektorprodukt 258, 380
Vertauschungsprinzip 401, 456, 477, 479, 512, 560
Verzerrung 168, 706, 733, 735, 793, 812
Verzerrungsfaktor 794, 795, 799, 805, 813, 825, 848, 850, 853
Verzerrungszahl 794, 799, 841, 847
Viskosität XXXV, 30, 32, 33, 34, 35, 36, 43, 51, 52, 56, 95, 119, 140, 142, 144, 146, 152,
155, 157, 161, 163, 173, 174, 175, 177, 182, 183, 185, 206, 207, 221, 310, 322, 326, 422,
490, 505, 611
vollständige Ähnlichkeit 169, 172, 184
Volumenkraft 191, 194, 195, 196, 226, 227, 228, 230, 244, 248, 249, 254, 274, 286, 287,
294, 295
Volumenstrom 141, 207, 208, 304, 305, 309, 310, 321, 330, 398, 399, 409, 422, 432, 456,
458, 459, 466, 468, 495, 501, 646, 647, 655, 692, 695
Vorflügel 281, 346
V-Stellung 96

W

- Wandkontur 270, 271, 399, 648
 Wechselwirkungsgesetz 4, 5, 17, 19, 42, 54, 343, 369, 609, 618
 Wechselwirkungswiderstand 346
 Wegintegral 375, 378, 379, 385, 386, 395, 643
 Weg- oder Linienintegral 375, 377, 614
 Weltner, Klaus VIII, XII, 5, 12, 13, 14, 17, 41, 42, 51, 52, 58, 61, 62, 611, 632
 Widerstand XVI, XXXV, 12, 34, 35, 36, 43, 53, 64, 68, 91, 92, 95, 97, 103, 111, 113, 114,
 115, 119, 120, 121, 122, 123, 124, 125, 126, 127, 129, 130, 132, 133, 134, 157, 184, 185,
 192, 227, 326, 327, 332, 333, 335, 346, 453, 455, 484, 507, 610, 614, 666, 822, 823
 Widerstand, induzierter 114, 115, 120, 121, 122, 123, 126, 132, 133
 Widerstandsbeiwert 78, 88, 95, 96, 105, 109, 112, 113, 127, 156, 159, 188, 332, 335, 336,
 453, 506, 507
 Widerstandskraft XXXV, 35, 67, 68, 69, 75, 97, 119, 120, 133, 143, 145, 154, 325, 335, 422,
 454, 484, 505, 507, 606, 621, 626, 822, 823
 Widerstandspolare 88, 97, 98, 109, 110, 112, 114, 115, 122, 126, 127, 128
 Widerstandspolare, parabolische 126, 127, 128, 870
 Winkelgeschwindigkeit 23, 58, 146, 151, 233, 234, 237, 260, 275, 285, 286, 296, 380, 384,
 387, 388, 395, 610
 winkeltreu 729, 733, 775, 776, 792, 819
 winkeltreue Abbildung 578, 725, 727, 743, 750, 768, 773, 820, 861
 Wirbel, freier 118
 Wirbel, gebundener 118

Z

- Zeiger 519, 526, 527, 528, 529, 531, 533, 534, 539, 559, 566, 581, 584, 588, 596, 598, 654,
 656, 670, 672, 678, 679, 692, 710, 795, 808, 847
 Zentrifugalkraft VIII, 192, 286, 290, 292
 Zentripetalbeschleunigung 19, 22, 23, 32, 273, 275, 276, 284
 Zentriwinkel 846, 855, 857
 Zirkulation XI, XXX, XXXI, 36, 37, 38, 39, 40, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 56, 58, 62, 260, 266,
 331, 332, 359, 363, 367, 369, 370, 371, 372, 379, 385, 423, 440, 441, 443, 446, 452, 480,
 482, 487, 505, 595, 601, 603, 604, 605, 606, 607, 611, 613, 614, 615, 616, 619, 620, 621,
 622, 623, 624, 630, 631, 632, 633, 634, 638, 641, 642, 643, 644, 729, 747, 766, 815, 816,
 817, 818, 821, 822, 823, 828, 831, 834, 836, 837, 839, 840, 841, 848, 858, 859
 Žukovskij, Nikolai Jegorowitsch XVI, XVII, XVIII, XXX, XXXI, XXXII, 37, 38, 39, 40,
 41, 42, 46, 58, 331, 332, 356, 370, 611, 614, 620, 621, 631, 632, 633, 638, 643, 644, 726,
 834, 859, 862
 Zweites Newtonsches Axiom 3, 4, 141, 314
 Zylinderkoordinaten 435, 437, 439, 440, 442, 444, 449, 455, 460, 462, 479