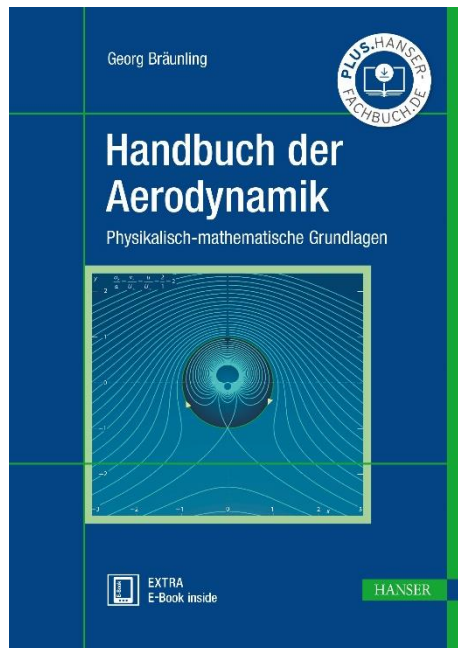


# HANSER



## Leseprobe

zu

## Handbuch der Aerodynamik

von Georg Bräunling

Print-ISBN: 978-3-446-46828-3

E-Book-ISBN: 978-3-446-47455-0

Weitere Informationen und Bestellungen unter

<https://www.hanser-kundencenter.de/fachbuch/artikel/9783446468283>

sowie im Buchhandel

© Carl Hanser Verlag, München

---

## Vorwort

Was mag einen Autor außer der zuvor genannten Motivation noch dazu bewegen, ein sehr mathematisch gehaltenes Buch zum Thema Aerodynamik zu schreiben, speziell dann, wenn er sich bis dato primär mit seinem Namen in den letzten 20 Jahren zum Thema Flugzeugtriebwerke mehr oder weniger öffentlich bemerkbar gemacht hat?

Es fing alles mit einem Berufungsverfahren in Hamburg an, wo ich mich auf eine Professur für Strömungslehre und Aerodynamik beworben hatte. Dieses waren bis zu diesem Zeitpunkt im Großen und Ganzen die Schwerpunkte meiner Tätigkeit. Schon während meines Studiums waren für mich Fächer nur dann richtig faszinierend, wenn deren Inhalte möglichst viel mit Strömungsmechanik, Aerodynamik und/oder Thermodynamik zu tun hatten. Obwohl meine fachlichen Wurzeln dem angewandten Teil des Maschinenbaus entsprangen, war ich vom Typus her primär stets dessen theoretischem Zweig zugeneigt.

Meine vorrangigen Tätigkeitsfelder in den ersten 13 Jahren meines Berufslebens als Ingenieur waren vom damaligen DFVLR (später DLR) Institut für Experimentelle Strömungsmechanik (Abteilung, Transsonische Turbinengitterströmungen) und von den Windkanälen der ehemaligen Aerodynamischen Versuchsanstalt (AVA) geprägt, die 1907 in Göttingen von Ludwig Prandtl als „Modellversuchsanstalt für Aerodynamik der Motorluftschiff-Studiengesellschaft“ gegründet wurde und aus der heraus viele führende Köpfe aus den Anfängen der modernen der Aerodynamik hervorgingen: Theodore von Kármán, Albert Betz, Jakob Ackeret, Adolf Busemann, Hermann Blenk, Hermann Schlichting, Klaus Oswatitsch, Walter Tolmien, Heinrich Blasius, Friedrich Riegels, Carl Wieselsberger, Karl Wieghardt, Hubert Ludwig, Julius Rotta ... Viele dieser genannten Personen wurden auch irgendwann Träger des Ludwig-Prandtl-Rings, der höchsten Auszeichnung der Deutschen Gesellschaft für Luft- und Raumfahrt (DGLR), die diesen Ring seit 1957 jährlich für „herausragende eigene Arbeiten in den Flugwissenschaften in all ihren Disziplinen“ vergibt.

Darüber hinaus gibt es viele Namen und Persönlichkeiten mehr, die Erwähnung finden müssten, was aber den Umfang dieses Vorworts schließlich sprengen würde. Die Aufzählung dieser großen Namen an dieser Stelle des Buches soll andererseits nicht so verstanden werden, dass ich mir herausnehmen würde, mich mit diesen herausragenden Köpfen in irgendeiner Art und Weise vergleichen und/oder mich mit ihnen in eine gemeinsame Reihe stellen zu wollen oder überhaupt zu können.

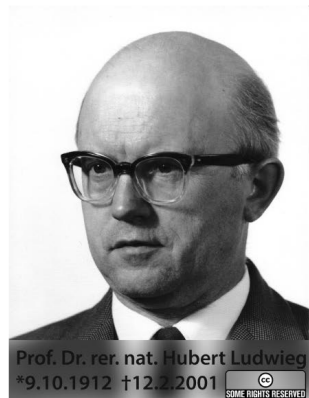
„...Was uns anlangt, so gehören wir nicht in die erste Reihe; wir können zufrieden sein, wenn wir für die zweite oder dritte als genügend befunden werden.“

frei nach Lucius Annaeus Seneca

Wie auch immer, unter der Institutsleitung von Prof. Dr. rer. nat. Hubert Ludwig (Prandtl Doktorand 1939<sup>1</sup> und Prandtl-Ring-Träger 1990) wurde ich in Göttingen eingestellt und bei meiner Promotion (Prof. Dr. Dr. h. c. Heinz Eckhard Gallus, RWTH-Aachen, am damaligen Institut für Strahlantriebe und Turboarbeitsmaschinen) war der ihm nachfolgende Institutsdirektor, Prof. Dr. h. c. Hans G. Horning, Ph. D. (Prandtl-Ring-Träger 1999), der Korreferent.

Dieses waren mithin meine ursprünglichen fachlichen Wurzeln, aufgrund derer ich zu dem eingangs erwähnten Berufungsverfahren nach Hamburg eingeladen wurde. Meine fachliche Präsentation erfolgte über die Inhalte meiner damals aktuellen Tätigkeiten im Rahmen des DLR/MTU-Gemeinschaftsprojektes CRISP (*Counter Rotating Integrated Shrouded Propfan*) in den Windkanälen des DLR, also über experimentelle Arbeiten mit einem gegenläufigen, ummantelten Hoch-Bypass-Fan (*Propfan*). Fachlich war das eine Art Kombination aus Antriebstech-nik, experimenteller Aerodynamik und Forschungsmanagement, die mehr oder weniger unversehens für mich beruflich weichenstellende, nicht gehante und unvorhergesehene Folgen haben sollte.

In Hamburg empfand man meine Vorstellung und mein Auftreten im Berufungsverfahren zwar als ansprechend, hatte jedoch für die von mir angestrebte Stelle bereits einen geeignet(er)en Kopf gefunden. Wohl aufgrund meiner präsentierten Tätigkeitsfelder machte man mir aber nun den – irgendwie verwegen daherkommenden – Vorschlag, mich doch auf eine ebenfalls vakante Stelle zum Thema Flugzeugantriebe und Flugzeugsystemtechnik zu bewerben. Eine Empfehlung, der ich auch folgte und die dann nicht minder



<sup>1</sup> Dissertation, Georg-August-Universität zu Göttingen, 1939 (mündliche Prüfung 20.12.1937): Über Potenzialströmungen mit unstetigen Randbedingungen.

Der Versuch, einen Artikel über Prof. Hubert Ludwig bei Wikipedia zu platzieren, wurde bereits nach nur 30 minütigem Schreiben mit dem Kommentar „Person ohne Relevanz – zum sofortigen Löschen vorgesehen“ abgewiesen und wenig später gelöscht.

Ludwig hatte 1939 den experimentellen Nachweis erbracht, dass die Theorien von Alfred Busemann (5. Volta Kongress 1935 in Rom) zum Pfeilflügelkonzept, welches alle schnellfliegenden Flugzeugkonfigurationen heute zur Grundlage haben, die effektivste und treibstoffsparendste Flügelform für diese Flugzeuge überhaupt ist. Durch seine Arbeiten wurden wahrscheinlich weltweit Trilliarden Tonnen an Kerosin eingespart.

Prof. Hubert Ludwig war ein sehr stiller und bemerkenswert bescheidener Mensch. Aufsehen um seine Person hat er immer gemieden. Deswegen ist im Internet auch nicht so viel über ihn zu finden, was wohl mit ein Grund dafür war, ihn von den „Wikipediapförtnern“ als Person ohne Relevanz einzustufen.

Prof. Dr. Klaus Oswatitsch sagte in seiner Laudatio anlässlich der Verleihung des Ludwig-Prandtl-Ringes an Hubert Ludwig: „Eine Reihe seiner Veröffentlichungen erfolgte gemeinsam mit seinen Mitarbeitern. Bei der Bescheidenheit, der Zurückhaltung und der Neigung zum Unterspielen ist es klar, dass er wesentlich mitgearbeitet hat, wo er mitunterzeichnete.“

zielführend für mich war. Was so schließlich meinen weiteren Berufsweg mit einem Mal für fast 22 Jahre in ganz neue Bahnen lenkte; frei nach Wilhelm Buschs Zitat aus „*Plisch und Plum* 1882: *Aber hier, wie überhaupt, kommt es anders, als geglaubt*“.

Hiermit wäre also kurz erklärt, warum ich mich auch heute immer noch der Aerodynamik verbunden fühle, obwohl mein Herz – ganz tief in meinem Inneren – meiner heimlichen Liebe, der Thermodynamik, gehört.

Hinzu kam, dass in diesem damaligen Zeitabschnitt die Computertechnologien – bis heute ebenfalls eine heimliche Leidenschaft von mir – rasche Fortschritte machten und aufbrachen, die Seele der Aerodynamik von deren experimenteller Form zunehmend auf ihr numerisches Pendant zu verschieben. Die CFD (*Computational Fluid Dynamics*) begann ihren Siegeszug und wurde wegen ihrer bunten Grafiken zu Beginn noch als *Colored Fluid Dynamics* bespöttelt. Das Lächeln verging im weiteren Zeitverlauf und wurde mehr

und mehr durch einen zunehmenden Glauben in und an die kolorierten Bilder verdrängt, und das in gleichem Maße, wie sich das Grundlagenwissen merklich wahrnehmbar hinter den Farbplots und den sie erzeugenden Computeralgorithmen zurückzog.



Ebenfalls in dieser Periode machte sich ein weiteres Medium sportlichen Schrittes auf in die Zukunft: das Internet. In meinen Augen hat kein anderes Kommunikationsmittel in so kurzer Zeit das Zeitgeschehen dermaßen einschneidend um-

funktioniert und dadurch die Welt in ungeahnt vielen Bereichen vollkommen neu nivelliert. Sogar Persönlicheres trat dadurch unvermittelt aus verstaubten Kulissen hervor und präsentierte sich informell einer breiten, weltumspannenden Öffentlichkeit. So wie z. B. das nebenstehende Bild aus der Vorlesung einer nicht unbekannten US-Universität über die Auftriebsentstehung an einem Profil, visuell und auditiv erklärt auf Basis der Bernoulli-Gleichung. Um es von vorneherein klarzustellen, das dort – eventuell etwas salopp – skizzierte Profil erzeugt keinen Auftrieb, auch wenn der Vortragende dies seinem Publikum glauben machen möchte und – aufgrund einer Rückfrage aus der Zuhörerschaft – ergänzt, dass beim Umdrehen des Profils (Rückenflug) der Auftrieb nach unten weist. Da staunt der Laie und die Fachleute wundern sich.

Siehe stattdessen Abb. 1.4 *oben*. Und dass die Strömung oben auf dem Profil im Vergleich zu unten den längeren Weg zurücklegt und deswegen dort schneller strömen muss und dass infolge dieser schnelleren Strömung – „gemäß Bernoulli“ – oben ein Unterdruck entsteht, der dort die Auftriebskraft generiert, ist heutzutage in vielerlei Hinsicht so befremdlich, dass man nicht glauben kann, dass so etwas aktuell noch an Universitäten – mit oder ohne Elitestatus – gelehrt wird. Zweifelsohne gibt es mehrheitlich sehr viele andere Universitäten und Hochschulen rund um den Globus, deren Lehrende gemeinhin hierzu etwas anderes zu erklären wissen. Hier im Buch wird ebenfalls diese anderslautende Erklärung beschrieben werden, eine Klarlegung, die im Übrigen vor fast 130 Jahren bereits der Flugpionier Otto Lilienthal zu formulieren wusste. Übrigens, bereits 1912 stellte Ludwig Prandtl persönlich hinsichtlich der Auftriebsentstehung einen Zusammenhang zwischen Zirkulation und Impulssatz her. In der Zeitschrift für Flugtechnik und Motorluftschiffahrt 3. Jg. (1912) S. 33–36 schrieb er in einem Artikel zum Thema „Ergebnisse und Ziele der

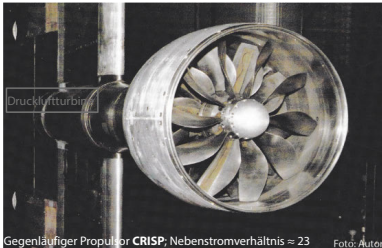
Göttinger Modellversuchsanstalt“; Zitat: „Eine andere theoretische Untersuchung bezog sich auf die Strömungsverhältnisse der Luft hinter einem Aeroplan. Der vom Aeroplan erzeugte Auftrieb ist nach dem Prinzip von Aktion und Reaktion notwendig verknüpft mit einem absteigenden Luftstrom hinter dem Aeroplan.“, Riegels FW et al. (1961).

Wann genau und vor allem warum sich die richtige „Lilienthal-Erklärung“ zu Beginn 20. Jahrhunderts in die in Details irrige und deswegen zum Teil missverständliche „Bernoulli-Erklärung“ wandelte, liegt und wird wohl im Dunkel der Zeit im Verborgenen verharren, selbst wenn hie und da unter der Hand Namen und Zitate „gehandelt“ werden, die aber ohne belastbaren Belege sind. Diese sind in meinen Augen eher Spekulation und sollen deswegen im vorliegenden Vorwort unerwähnt sein!

Wie auch immer, in einer wissenschaftlichen Arbeit, Niermann (1989), wurden 382 deutsche, amerikanische und englische Schulphysikbücher, alle veröffentlicht zwischen 1900 und 1986, daraufhin analysiert, auf welche Art und Weise in ihnen das Entstehen der Auftriebskraft erklärt wurde. Zusammengefasst ergab sich, dass seit etwa 1920, also einige Jahre nach dem Beginn der Ära der sogenannten modernen Aerodynamik, die Darstellungen mithilfe von der in sich nicht schlüssigen „Bernoulli-Erklärung“ die Lehrbücher zu dominieren begann. Diese Form der Begründung erweist sich bei einzelnen Detailproblemen oftmals als unlogisch, widersprüchlich, unvollständig und häufig als falsch. In den Jahren vor 1920 dagegen stützten sich Erklärungen immer noch auf die Arbeiten und Versuche von Otto Lilienthal. Seit etwa Mitte der 1970er-Jahre und sich anschließend mehr und mehr verstärkend in den 1990ern, hat sich die Art und Weise der Auftriebserklärung dann zunehmend wieder in die physikalisch richtige Richtung bewegt, was im Besonderen auf das unermüdliche Wirken von Prof. Dr. **Klaus Weltner** vom *Fachbereich Physik an der Goethe-Universität Frankfurt/Main* zurückzuführen ist und in der jüngeren Zeit ebenfalls von Prof. Dr. **Holger Babinsky** von der *University of Cambridge United Kingdom*. Vor allem Prof. Weltner wusste davon zu berichten, wie anstrengend und unerfreulich es zum Teil war und unter Umständen sogar mit einem „Rauschmiss“ endete, wenn versucht wurde, die führenden Strömungsmechaniker dieser Periode auch nur ansatzweise dazu aufzufordern, die althergebrachte „Bernoulli-Erklärung“ einmal kritisch zu hinterfragen.

„Seit man begonnen hat, die einfachsten Behauptungen zu beweisen, erwiesen sich viele von ihnen als falsch.“

Bertrand Russell, englischer Philosoph und Mathematiker



Ein weiteres Beispiel zu einem verunglückten Zugriff auf die Bernoulli-Gleichung soll das unten zu sehende Bild geben. Hierbei handelt es sich um einen gegenläufigen *Propulsor* in einem Niedergeschwindigkeitswindkanal. Der *Propulsor* wird mithilfe einer Druckluftturbine angetrieben, die sich in einer langen Röhre hinter ihm befindet und gleichzeitig die Haltevorrichtung

für das Versuchsobjekt ist. Über diese röhrenförmige Aufhängung streicht während der Versuche ein schneller, kreisringförmiger Wandstrahl, der dem Propulsor entstammt. Der röhrenartige Horizontalpylon war mit Wanddruckbohrungen versehen, um so dort die lokalen statischen Drücke und deren Verteilung längs der horizontalen Röhrenoberfläche zu messen. Ein Co-Experimentator zeigte sich durchaus verwundert und nachdenklich darüber, dass diese gemessenen Wanddruckverteilungen  $p$  immer gleich mit dem barometrischen Umgebungsdruck  $p_{\text{baro}}$  waren da doch, wie er mutmaßte, der schnelle Strahl einen niedrigeren statischen Druck  $p$  „gemäß der Bernoulli-Gleichung“ erwarten lassen sollte. Man stelle sich einmal vor, auf der Wandung würde in der strömenden Luft ein geringerer Druck  $p$  herrschen als in der darüber liegenden und im Vergleich dazu eher weitestgehend ruhenden Umgebungsluft, die sich bis zu einer Versuchshallenhöhe von mehr als 15 m erstreckt, also  $p_{\text{baro}} > p$  gelten – wobei die Versuchshallenhöhe dabei belanglos ist. Wenn es denn so wäre, müsste als Folge davon die Umgebungsluft  $p_{\text{baro}}$  mit ihrem höheren Druck die längs der Halterungswand strömende Luft, die mutmaßlich „nach Bernoulli“ einen niedrigeren Druck  $p$  aufweisen sollte, schlechthin „platt machen“, also zu einem „Dünnfilm“ auf der Wand degenerieren lassen. Nonsens! Undenkbar! Oder doch? Denn gäbe es nämlich eine Kraft, die sich von der Wand her gegen den höheren äußeren Barometerdruck „stemmen“ würde, so lägen die Dinge anders. Querab zu einer horizontal ausgerichteten, geradlinigen Strömung kann sich eine solche Kraft aber nicht ausbilden, denn das gelingt nur in Strömungen längs gekrümmter Wände, wie es z. B. bei der Umströmung von Tragflügelprofilen mit den Profilkraften (Abb. 1.13), den Zentrifugalkräften, der Fall ist, vgl. Kap. 1.4.1. Solch eine Situation liegt aber im hinteren Teil des oben dargestellten Versuchsaufbaus längs des horizontalen Verlaufes der Haltevorrichtung nicht vor.

Worin liegt nun bezüglich „Bernoulli“ die Quintessenz dieser Geschichte? Häufig wird vergessen, dass sich bei gasförmigen Fluiden die Bernoulli-Gleichung aus drei Anteilen zusammensetzt, dem Gesamtdruck  $p_{\text{ges}}$  – der sogenannten Bernoullikonstanten – auf der linken Gleichungsseite und aus der Summe aus dynamischem  $q$  und statischem Druck  $p$  auf der rechten Seite der Gleichung,  $p_{\text{ges}} = p + q$ . Bei dem Versuchsaufbau der vorhergehenden Abbildung erhöht der Propulsor, dem Energie von der Druckluftturbine zugeführt wird, dadurch nun zum einen den Gesamtdruck  $p_{\text{ges}}$  an seinem Austritt und zum anderen damit auch den dynamischen Druck  $q = (\rho/2) v^2$  im schnellen Strahl (hohe Geschwindigkeit  $v$ ), wobei aber der statische Druck  $p$  – in einem kurzen Abstand hinter dem Propulsor – zweifelloso unverändert und somit gleich dem barometrischen Umgebungsdruck  $p_{\text{baro}}$  bleibt und auf diese Art und Weise dann auch die Bernoulli-Gleichung nach wie vor ihre Gültigkeit behält (linke Seite = rechte Seite,  $p_{\text{ges}} = p_{\text{baro}} + q$ ). Die Energieerhaltung bleibt dabei nach wie vor unangetastet, denn die vom Propulsor an der Strömung pro Zeiteinheit verrichtete Arbeit wird im strömenden Medium in kinetische Energie [ $q = (\rho/2) v^2$ ] gewandelt, aber nicht in eine Veränderung des statischen Druckes  $p$ . Ein schneller und nicht gekrümmter Wandstrahl in einer freien Umgebung bedeutet also nicht, dass der statische Druck im Strahl dabei abzufallen hat. Das wäre eine Fehldeutung der altherwürdigen und genialen Bernoulli-Gleichung. Sachverhalte unter Verwendung der Bernoulli-Gleichung zu interpretieren bedeutet auch immer daran zu denken, dass es sich bei der Bernoulli-Gleichung ebenfalls um einen *Energieerhaltungssatz* handelt, in den alle beteiligten ein- und austretenden Energien einzufließen haben, und zwar sowohl die auf der linken als auch die auf

der rechten Gleichungsseite. Was bedeutet, dass über einen angetriebenen Propulsor hinweg in der Bernoulli-Gleichung zusätzlich auch die von ihm an der Strömung verrichtete Arbeit zu berücksichtigen ist, vgl. Kap. 4.8.5.6.

Es existier(t)en universitäre Vorlesungsskripte, in denen die Summe aus statischem und dynamischen Druck selbst dann noch dieselbe Konstante  $p_{\text{ges}}$  besitzt, wenn eine geeignete Strömungsmaschine (hier z. B. der von außen angetriebene Propulsor) den „scheinbar immer konstant bleibenden Anteil“ der Gesamtdruckseite durch Zufuhr oder Abgabe von Arbeit an der Strömung verändert. Was im erwähnten Skript zu der dort als Paradoxon bezeichneten Folgerung führt: *„Rein stationär betrachtet kann eine Turbomaschine nicht funktionieren“*. Betrachtet man die Durchströmung einer Turbomaschine von einem ruhenden Koordinatensystem aus, so ist die Strömung in der Tat instationär, da Druck und Geschwindigkeit periodisch mit der umlaufenden Beschauelfung variieren. Die in einer Turbomaschine umgesetzte Arbeit pro Zeiteinheit ( $\sim$  Gesamtdruckänderung  $\Delta p_{\text{ges}}$ ) findet aber in einem rotierenden Laufrad statt, dessen Durchströmung stationär ist, wenn man es von einem mitrotierenden Koordinatensystem aus betrachtet. Ob stationär oder instationär und ob sinnvoll oder nicht sinnvoll ist also auch immer eine Frage, von wo aus man eine Strömung betrachtet, also eine Frage der Wahl des Bezugssystems. Darüber hinaus können zyklisch sehr schnell wechselnde instationäre Vorgänge in einer Turbomaschinenströmung als quasi-stationär angesehen werden, sodass ihre zeitlich gemittelten Zustandsgrößen unter Umständen auch in sehr guter Näherung wie stationäre behandelbar sind.

Das „Ist-gleich-Konstant“ in der Bernoulli-Gleichung heißt nicht, dass der konstante Teil, also der Gesamtdruck  $p_{\text{ges}}$ , auch stets unveränderlich zu sein hat, und vornehmlich nicht in Strömungen, die keine Kanalströmung sind. Auch „vermeintliche Konstanten“ können durchaus unterschiedliche Zahlenwerte haben und so auch zu einer Funktion der Energieverhältnisse (zu- oder abgeführte Arbeit pro Zeiteinheit) innerhalb einer Strömung mutieren, sodass der Gesamtdruck – oder genauer gesagt, die Bernoulli-Konstante – auch unterschiedlich groß ausfallen kann! Und damit dann auch der dynamische Druck, d. h., die kinetische Energie im schnellen Strahl. Und wenn dann der schnelle Strahl ein horizontal strömender, nicht umgelenkter Wandstrahl in ansonsten freier Umgebung ist, dann hat das Ganze – wie bereits zuvor erwähnt – keinen Einfluss auf den statischen Druck. Wäre es anders, dann würden z. B. die statischen Druckmessstellen an einem Flugzeugrumpf – wider jede Praxis – nicht zur Messung des Umgebungsdruckes bzw. der Flughöhe genutzt werden können, da ja während des Fluges die Luft am Rumpf schnell entlang strömt, vgl. Abb. 4.24 oder Abb. 1.3. Anders sieht es aus, wenn der schnelle Strahl längs einer gekrümmten und insbesondere längs einer stark gekrümmten Wand strömt. Dann passiert das, was zum Ende von Kap. 1 – präzise in Kap. 1.4.1 – beschrieben werden wird.

Beginnend mit Kap. 5 enthält das Buch auch einen Teil der sehr frühen Aerodynamik, der unter Umständen nicht immer alltägliche Ansprüche an das physikalisch/mathematische Grundwissen des Leserpublikums stellt, sodass dem Kap. 6 prophylaktisch eine mathematische Einführung in das Rechnen mit komplexen Zahlen und in die Funktionentheorie vorangestellt wurde. Es handelt sich dabei um solche fundamentalen Bausteine, die weit über die Newtonschen Axiome, den Impulsatz der Strömungsmechanik oder die Bernoulli-Gleichung hinausgehen. Fundamentales Basiswissen, wie es in erster Linie durch die Eulerschen-Bewegungsgleichungen, die Potenzialströmungen, die

Navier-Stokes-Gleichungen oder die Grenzschichtgleichungen repräsentiert wird, ist aber schließlich genau das, worauf alle modernen CFD-Rechenverfahren aufbauen. Wer diesen Unterbau nicht kennenlernen möchte, weil die CFD-Rechenverfahren ja auch ohne Kenntnis solcher elementaren Grundlagen schnell brauchbare Ergebnisse liefern, verhält sich wie jemand, der einen wissenschaftlichen Taschenrechner benutzt, keine Ahnung davon hat, was in dem Gerät ausgelöst wird und vor allem, warum es das macht, wenn man auf eine seiner Tasten drückt und was dabei schlussendlich tatsächlich mathematisch initiiert wurde. Wer sich also damit begnügt, nur noch Resultate von einem Display abzulesen und simultan dazu geschickt mit einem Smartphone Nachrichten zu versenden weiß, sollte sich nicht wundern, wenn eines Tages seine Tätigkeiten von einem Roboter übernommen werden, den ein stark behaarter Primat überwacht. Rechnen ist noch lange nicht Mathematik. Letztere fängt erst dort an, wo sich hinsichtlich des tieferen Verstehens der Zusammenhänge die Spreu vom Weizen zu trennen beginnt. Ein fähiger Pilot muss nicht notwendigerweise auch ein begabter Mathematiker sein. Sehr gute Kenntnisse und Verständnisse zur rein angewandten Aerodynamik reichen ihm zum perfekten und sicheren Fliegen aus. Andererseits muss ein Aerodynamiker weder Mathematiker noch Pilot sein. Aber ein in der Aerodynamik tätiger, der die physikalisch/mathematischen Grundlagen seines Fachs nicht verinnerlichen kann oder will, bleibt auch immer nur ein Mensch, der bereits Rechnen für Mathematik hält. Unter diesen Gesichtspunkten kann die Aerodynamik – *aus meiner ganz persönlichen Sicht der Dinge* – ganz grob in drei Hauptkategorien aufgeteilt werden:

- **Die angewandte Aerodynamik.** Sie basiert auf der Beobachtung von Naturvorgängen und deren Interpretation unter Verwendung einfacher Basisgleichungen. Sie kann alles erklären, auch wenn dabei das ein oder andere in sich nicht logisch und schlüssig ist. So etwas wird dann schlechthin übersehen, übergangen oder verschwiegen. In meiner rheinischen Heimat drückt man das durch folgende Sprüchemacherei aus: „*Dat kann mer nit explizeere, dat muss mer effe nor wesse.*“<sup>2</sup>
- **Die theoretische Aerodynamik.** Sie greift auf tiefer gehendes physikalisches und mathematisches Basiswissen zurück und beschreibt zu beobachtende Vorgänge korrekt und in sich schlüssig. Wobei die dabei zu verwendende Mathematik als etwas grundlegend Gegebenes mit in die Vorgehensweisen einfließt. Sie bleibt von der angewandten Aerodynamik gerne unbeachtet, weil man das, was man nicht sehen kann, ja wahrscheinlich überhaupt nicht brauchen kann, vor allem und vorwiegend dann, wenn es zusätzlich auch noch einer verinnerlichten und mehr oder weniger „selbst gestrickten“ Logik widerspricht.
- **Die mathematische Aerodynamik.** Sie beschreibt alle wesentlichen Abläufe bis ins Detail korrekt und grenzt dabei sehr exakt Zulässiges von Unzulässigem ab. Sie schafft das Grundgerüst für die zuvor genannte theoretische Aerodynamik und weiß, was geht und was nicht geht und kann es so genau erklären und eingrenzen, dass es selbst für die theoretische Aerodynamik manchmal schwierig ist, dem

<sup>2</sup> Übersetzung: *Das kann man nicht erklären, das muss man einfach nur wissen.*



allen zu folgen. Die mathematische Aerodynamik endet immer genau dort, wo man eine praktisch brauchbare Lösung erwarten möchte. Die angewandte Aerodynamik stuft diese „*unnützen Plünnen*“ im Übrigen ohnehin als grundsätzlich „*nebensächliches Zeug*“ ein.

Zusammenfassend kann das durch den folgenden Mathematikerwitz beschrieben werden: *„Ein Physiker glaubt, dass seine Gleichungen gute Näherungswerte an die Wirklichkeit sind. Ein Ingenieur glaubt, dass die Wirklichkeit eine gute Näherung an seine Gleichungen ist. Ein Mathematiker ist schon zufrieden, wenn er nur weiß, dass ein Problem lösbar ist.“*

Zum generellen Aufbau dieses Buches:

- Grundanliegen des Buches ist es, sämtliche mathematischen Zusammenhänge vollständig und im Detail nachrechenbar zu präsentieren
- **Kapitel 1** gibt eine Einführung in die Gesamthematik und greift hinsichtlich der Theorie auf Literaturangaben und/oder Inhalte späterer Kapitel zurück.
- **Kapitel 2** beschäftigt sich mit den aerodynamischen Kräften und Momenten an Profilen und Flügeln. Vornehmlich, wie diese aus gemessenen oder berechneten Druckverteilungen bestimmt werden. An einigen Stellen gibt es zusätzlich kurze Exkurse zu den Flugleistungen, um damit ein gewisses aerodynamisches Grundverständnis hinsichtlich Widerstand, Auftrieb und Anstellwinkel zu vermitteln.
- **Kapitel 3** erklärt, wie die dimensionslosen Kenngrößen und Beiwerte der Aerodynamik sich aus der sogenannten Dimensionsanalyse – dem Buckinghamischen  $\Pi$ -Theorem – ergeben und welche Bedeutung ihnen in der experimentellen Aerodynamik hinsichtlich der Ähnlichkeitsgesetze und Modellregeln zukommt.
- **Kapitel 4** beschreibt das strömungsmechanische Basiswissen, das unter den Oberbegriff „Strömungslehre“ fällt und für die Grundlagenaerodynamik essenziell ist. Die dazu notwendigen mathematischen Grundlagen werden mit Blick auf die nachfolgenden Kapitel bereits intensiv und vollständig behandelt.
- **Kapitel 5** ist eine Einführung in die zwei- und dreidimensionale Potenzialtheorie auf der Basis der Vektoranalysis. Es enthält bebilderte Beispiele, die im Detail vorgerechnet werden. Für die Berechnung werden kurze Computercodes inklusive der Plots für die Grafiken bereitgestellt. Die Codes können auf *plus.hanser-fachbuch.de* heruntergeladen werden. Ganz vorne im Buch finden Sie den dafür benötigten Zugangscode.
- **Kapitel 6** gibt einen umfangreichen Einblick in die Theorie der komplexen Strömungsfunktionen, inklusive der zugehörigen mathematischen Voraussetzungen, wie den komplexen Zahlen und einigen Grundlagen der Funktionentheorie. Auch dieses Kapitel enthält zahlreiche illustrierte Beispiele, die im Detail vorgerechnet werden. Für dieses Bebildern werden ebenfalls kurze Computercodes bereitgestellt, welche die Ergebnisse grafisch ausgeben. Insbesondere eignet sich dieses Kapitel aber zur vollständigen Herleitung sowohl des Kutta-Žukovskij-Theorems als auch der beiden Blasius-Theoreme.

- **Kapitel 7** setzt voraus, dass Basiskenntnisse zu den Inhalten des Kapitels 6 obligatorisches Wissen sind; sie sind ein unerlässliches Muss. Es widmet sich insbesondere der konformen Abbildung, einer wesentlichen Voraussetzung für das Gedankengebäude der Profiltheorie. Es gibt somit einen kurzen ersten Einstieg in die Anfänge der klassischen Profiltheorie. Sie zeigt eine Lösung für die in Kapitel 7 dargestellten Probleme bei der Vorderkantenumströmung von unendlich dünnen Platten und geht anschließend über zu einfachen Kreisbogenprofilen und den sich daraus ergebenden Grundlagen bis hin zu den Žukovskij-Profilen. Im Rahmen der Abhandlungen werden erste Schritte zur Berechnung von  $c_A$ - und  $c_p$ -Werten, von  $\Delta c_p$ -Verteilungen, Längs- und Querkraften sowie von Momentenbeiträgen erläutert.

Es ist durchaus beabsichtigt, dass sich einzelne Textpassagen in diversen Kapiteln manchmal einmal und sogar auch mehrfach wiederholen. Das soll dazu beitragen, nicht immer leicht und sofort zu verstehende Passagen des Stoffes – vornehmlich die mathematischen – dem Leser etwas anschaulicher und eindringlicher aufzubereiten. Außerdem soll es so leichter gemacht werden, die Buchinhalte nicht zwangsweise alle von vorne bis hinten lesen zu müssen, sondern sich auch mehr beweglich nur durch einzelne Passagen des Buches hindurcharbeiten zu können.

Der Digitalisatz dieses Buches wurde vom Autor selbst durchgeführt, bis hin zur fertigen Druckvorstufe.

Als Software kamen dazu von Adobe® die Programme InDesign CC®, Illustrator CC®, Photoshop CC® und Acrobat DC® zum Einsatz. Für alle durch Berechnungen entstandenen skalierbaren Vektorgrafiken (SVG-Format) wurde Microsoft® Visual Studio® 2019 Community in Kombination mit Intel® oneAPI Toolkits 2022 IFORT Compiler Classic 2022.2.0, Vers. Fortran 2018 (ISO/IEC 1539:2018) verwendet und dort als Data Plotting Software das Programm DISLIN®, Version 11.5, des Max-Planck-Instituts für Sonnensystemforschung in Göttingen, mit eingebunden. Die SVG-Computer-Rohgrafiken wurden mit dem Adobe Illustrator CC® händisch nachbearbeitet, aufgehübscht und so in ein druckbares Aussehen überführt. Die so erstellten Abbildungen im Format \*.ai sind Vektorgrafiken, die aus Pfaden bestehen, welche durch Punkte verbunden sind und keine Bitmap-Bilddaten beinhalten. Die Quellcodes der selbst erstellten Programme und Grafiken, vorwiegend die der Potenzialtheorie, der Strömungsfunktionen und der konformen Abbildungen können auf *plus.hanser-fachbuch.de* heruntergeladen werden.

- *Kursiv* gesetzte längere Textpassagen weisen zumeist auf wortwörtliche Zitate hin und sind stets in Anführungszeichen „...“ gesetzt. Aber ebenfalls anderweitige, dem Autor wichtige Zusatzinformationen in Form von Einzelwörtern, Wortgruppen oder auch Sätzen sind *kursiv*, aber dann ohne Anführungszeichen geschrieben.
- Mit –, mit Ziffern wie 1., 2., ..., oder durch ... gekennzeichnete Aufzählungen sind als eine Vereinfachung anzusehen, welche die Schritte von Vorgehensweisen bei Berechnungen oder Ähnlichem erleichtern sollen; werden aber auch dazu benutzt, Listen von zueinander zugehörigen Begriffen deutlicher und klarer hervorzuheben.

- Fotografien oder Zeichnungen, deren Nutzungsrechte vom Autor in der Bilddatenbank „Adobe Stock“ erworben wurden, sind in den Bildunterschriften in der Form „© Urhebername – stock.adobe.com (# Dateinummer)“ gekennzeichnet.
- **Hinweis:** Insbesondere in Kap. 6.4.5.1 über das Kutta-Žukovskij-Theorem und in Kap. 6.4.5.2 über die zwei Blasius Theoreme kommt es zu einem unverkennbaren Bruch in der Struktur der durchgehenden Nummerierung der Gleichungen und Abbildungen innerhalb des Buches, der seinen Grund darin hat, dass die beiden genannten Unterkapitel nachträglich eingefügt wurden. So haben die Gleichungen in Kap. 6.4.5.1 eine Nummerierung von Gl. (6.103.a) bis Gl. (6.103.s) erhalten und die in Kap. 6.4.5.2 eine von Gl. (6.103.1) bis Gl. (6.103.24) und die Abbildungen eine Nummerierung von Abb. 6.19.1 bis Abb. 6.19.3. Die Leserschaft möge mir dies bitte nachsehen, aber eine nachträgliche Vereinheitlichung der gesamten Durchnummerierung in diesen beiden Abschnitten des Buches hätte vermutlich eher zu einem Durcheinander und zu fehlerhaften Querverweisen bei den Gleichungen an vielen anderen Stellen des Buches geführt und wurde deswegen von mir unterlassen. Ich bin mir bewusst, dass dies sowohl optisch unschön als auch inkonsequent ist, aber mir fiel auf die Schnelle keine bessere Lösung zu dieser Misslichkeit ein. Dieser Hinweis innerhalb des Vorwortes erfolgt auf eine Bitte des Lektorates hin, der ich hiermit gerne nachgekommen bin.

In diesem Zusammenhang geht ein großer Dank an den Lektor des Hanser-Verlages, Herrn Volker Herzberg, der das Zustandekommen dieses Buches erst ermöglicht hat. Für ihre unermüdliche und äußerst gründliche Arbeit und den daraus resultierenden überaus evidenten und ausgesprochen hilfreichen Korrektur- und Verbesserungshinweisen geht ein ganz maßgeblicher Dank an Frau Melanie Zinsler und insbesondere auch an Herrn Tim Borck. Im Besonderen auch für deren Geduld, die sie mir gegenüber aufgebracht haben.

Hamburg, im September 2022

Dr.-Ing. Georg Bräunling  
<https://www.braeunling.com>

---

# Inhaltsverzeichnis

	<b>Motivation zum Schreiben dieses Buches .....</b>	<b>V</b>
	<b>Geleitwort .....</b>	<b>VII</b>
	<b>Vorwort .....</b>	<b>IX</b>
	<b>Prolog .....</b>	<b>XIX</b>
<b>1</b>	<b>Einführung und elementare Grundlagen .....</b>	<b>1</b>
	1.1 Der Auftrieb – eine einleitende physikalische Deutung .....	1
	1.2 Die Newtonschen Axiome .....	1
	1.2.1 Das Erste Newtonsche Axiom .....	2
	1.2.2 Das Zweite Newtonsche Axiom .....	3
	1.2.3 Das Dritte Newtonsche Axiom .....	4
	1.3 Die Auftriebskraft und wie sie entsteht .....	5
	1.3.1 Impulsstrom und Bernoulli-Gleichung .....	5
	1.3.2 Die Bernoulli-Gleichung in Strömungen mit Energiezufuhr...	7
	1.3.3 Bernoulli-Gleichung und Profilmströmungen. Eine Geschichte der Missinterpretationen .....	9
	1.3.4 Otto Lilienthal, eine historische Beschreibung der Strömung um Profile .....	14
	1.3.5 Die aerodynamische Auftriebskraft – der dynamische Auftrieb	16
	1.4 Die Strömungsumlenkung längs gekrümmter Oberflächen und die Druckänderungen .....	19
	1.4.1 Die d'Alembertsche Form des zweiten Newtonschen Axioms normal zur Strömungsrichtung .....	21

1.4.2	Die d'Alembertsche Form des zweiten Newtonschen Axioms in Strömungsrichtung .....	29
1.5	Zusammenfassungen und Ergänzungen .....	32
1.5.1	Ohne Viskosität kein Auftrieb .....	33
1.5.2	Zirkulation und aerodynamischer Auftrieb .....	36
1.5.2.1	Auftriebsbestimmung nach dem Kutta-Žukovskij-Theorem .....	39
1.5.2.2	Auftriebsbestimmung nach dem Zweiten und dem Dritten Newtonschen Axiom .....	40
1.5.2.3	Zirkulation und Auftriebsbeiwert von Verdichtungsprofilen zur Bestimmung der Belastungszahl .....	44
1.5.3	Der Coandă-Effekt .....	47
1.5.4	Der Magnus-Effekt .....	55
	Literatur .....	60
<b>2</b>	<b>Aerodynamische Kräfte und Momente .....</b>	<b>63</b>
2.1	Kräfte und Momente aus Druckverteilungen .....	63
2.1.1	Integration der Druck- und Scherspannungsverteilungen .....	67
2.1.2	Dimensionslose aerodynamische Beiwerte .....	75
2.1.2.1	Der Normalkraftbeiwert .....	77
2.1.2.2	Der Längskraftbeiwert .....	78
2.2	Der Auftriebs- und der Widerstandsbeiwert .....	78
2.2.1	Der Momentenbeiwert .....	78
2.3	Druckpunkt, Neutralpunkt und aerodynamisches Moment .....	81
2.4	Experimentell/theoretisch ermittelte Profileigenschaften .....	87
2.5	Bestimmung des aerodynamischen Zentrums .....	103
2.6	Der Einfluss der Flügelstreckung .....	111
2.7	Allgemeine Grundlagen zum induzierten Widerstand .....	115
2.8	Die parabolische Widerstandspolare .....	126
2.8.1	Einige Optimalwertbetrachtungen .....	128
2.8.2	Erforderlicher Schub und Geschwindigkeitsstabilität .....	131
	Literatur .....	135
<b>3</b>	<b>Dimensionsanalyse – Ähnlichkeitsgesetze und Modellregeln .....</b>	<b>137</b>
3.1	Das Buckingham'sche $\Pi$ -Theorem .....	137
3.1.1	Das internationale Einheitensystem .....	138
3.1.2	Einige einfache Grundlagen zum $\Pi$ -Theorem .....	139
3.1.3	Die Buckingham'schen $\Pi$ -Größen und ihre Anzahl .....	143
3.1.4	Ein veranschaulichendes Basisbeispiel zum $\Pi$ -Theorem .....	146
3.2	Dimensionslose Kenngrößen .....	153
3.2.1	Hintergrund zur Verwendung einheitenfreier Kenngrößen .....	154
3.2.2	Widerstand eines umströmten Zylinders der Einheitsbreite $b_0$ .....	157
3.3	Die Fractional Analysis .....	160

3.3.1	Kenngrößen aus Kräfteverhältnissen .....	160
3.3.2	Zusammenhänge zwischen den Kräfteverhältnissen .....	163
3.4	Ähnlichkeitsgesetze und Modellregeln .....	166
3.4.1	Ähnlichkeit von Strömungen und die Methode der Maßstäbe .....	166
3.4.2	Die aerodynamischen Beiwerte als Ähnlichkeitskenngrößen .....	169
3.4.3	Über die unvollständige Ähnlichkeit von Strömungen .....	172
3.4.4	Machsches Ähnlichkeitsgesetz .....	177
3.4.5	Reynoldssches Ähnlichkeitsgesetz .....	180
3.4.6	Zusammenfassung .....	183
	Literatur .....	189

## **4 Strömungsmechanische Grundlagen zur Aerodynamik 191**

4.1	Die atmosphärische Druckverteilung .....	191
4.2	Stromlinie, Stromröhre und Stromfaden .....	201
4.2.1	Volumenstrom, Massenstrom und Kontinuität .....	207
4.3	Eindimensionale Eulersche Bewegungsgleichung .....	209
4.4	Stationäre und instationäre Strömungen .....	214
4.5	Die Kontinuitätsgleichung .....	219
4.6	Die dreidimensionalen Eulerschen Bewegungsgleichungen .....	226
4.7	Kinematik der Fluid- und Deformationsbewegungen .....	232
4.8	Die Bernoulli-Gleichung .....	238
4.8.1	Bernoulli-Integration der Eulerschen-Bewegungsgleichungen .....	246
4.8.2	Anmerkungen zur Bernoulli-Konstanten .....	251
4.8.3	Die Laplace-Gleichung und Strömungen mit ausnahmslos gleichen Bernoulli-Konstanten .....	254
4.8.3.1	Über die Begriffe Kraftfeld und Potenzial in der Aerodynamik .....	262
4.8.4	Über die Anfangs- und Randbedingungen .....	268
4.8.5	Einfache Anwendungen der Bernoulli-Gleichung .....	271
4.8.5.1	Potenzialströmung um einen symmetrischen Körper .....	271
4.8.5.2	Strömung um eine gekrümmte Profilkontur .....	273
4.8.5.2.1	Druckänderungen normal zu den Stromlinien .....	273
4.8.5.2.2	Druckänderung tangential zu den Stromlinien .....	281
4.8.5.2.3	Wichtige Schlussfolgerungen hinsichtlich von Profilmströmungen .....	283
4.8.5.3	Die Bernoulli-Gleichung in rotierenden Bezugssystemen .....	285
4.8.5.3.1	Detailliertere Präzisierung der vorhergehenden Ergebnisse .....	290
4.8.5.4	Die Bernoulli-Gleichung für instationäre Strömungen .....	293
4.8.5.5	Vergleichmäßigkeit von Geschwindigkeitsunterschieden .....	299

4.8.5.6	Die Bernoulli-Gleichung in Strömungen mit Dissipation, Energiezufuhr von außen oder Energieabgabe nach außen .....	301
4.8.5.7	Die Bernoulli-Gleichung und die Kavitationsgeschwindigkeit .....	311
4.9	Impulssatz für stationäre Strömungen .....	313
4.9.1	Grundsätzliches: Impuls und Impulsübertragung (Stoß) .....	313
4.9.2	Allgemeiner Impulssatz der Mechanik .....	315
4.9.3	Schwerpunktsatz der Mechanik .....	317
4.9.4	Differenzialquotient nach Leibniz .....	318
4.9.5	Reihenentwicklung nach Taylor .....	319
4.9.6	Der Impulssatz für instationäre und stationäre Strömungen ...	320
4.9.6.1	Ein Anleitung zur Wahl einer geeigneten Kontrollfläche .....	322
4.9.7	Die Kräfte in der Impulsleichung .....	323
4.9.7.1	Äußere Kräfte .....	323
4.9.7.2	Die Volumen- oder Schwerekraft .....	323
4.9.7.3	Kräfte an den freien Teilen der Kontrollfläche .....	325
4.9.8	Kräfte an den festen Teilen der Kontrollfläche .....	326
4.9.9	Über die Auswahl der Kontrollfläche .....	328
4.9.10	Einfache Anwendungen des Impulssatzes .....	331
4.9.10.1	Auftrieb eines unsymmetrischen Profils mit Anstellung .....	331
4.9.10.2	Widerstand eines symmetrischen Profils .....	332
4.9.10.3	Kräfte auf eine geschwenkte Triebwerksschubdüse ....	336
4.9.10.4	Die Schubkraft eines Turbofantriebwerks .....	341
4.9.10.5	Turbofantriebwerk mit Schwenkdüse ( <i>Swivel Nozzle</i> ) und Triebwerksaußenumströmung .....	347
4.9.10.6	Freistrahlturbine .....	349
4.9.10.7	Schräger Freistrahle trifft auf senkrechte Wand .....	352
	Literatur .....	355

## **5 Potenzialströmungen ..... 357**

5.1	Potenzial – Potenzialströmung – Laplace-Gleichung .....	357
5.1.1	Die Interpretation der Potenzialfunktion als druckinduzierter Stoß .....	365
5.1.2	Anmerkungen zur Lösung der Laplace-Gleichung .....	367
5.2	Die Zirkulation .....	369
5.2.1	Die Zirkulation in Potenzialströmungen .....	372
5.2.1.1	Potenzialströmung .....	372
5.2.1.2	Das Wegintegral der Geschwindigkeit in Potenzialströmungen .....	375
5.2.2	Drehungsfreie Umlaufströmungen .....	377
5.2.2.1	Über die Drehungsfreiheit .....	380

5.2.2.2	Nicht drehungsfreie Dreh- oder Wirbelströmungen ..	383
5.2.2.3	Nicht drehungsfreie Horizontalströmungen .....	385
5.3	Die Stromfunktion .....	388
5.3.1	Zusammenhänge zwischen Potenzial- und Stromfunktion .....	388
5.3.1.1	Extrakt des vorhergehenden Unterkapitels .....	394
5.3.2	Die Vertauschung von Potenzial- und Stromfunktion .....	397
5.3.3	Die Durchflussmenge.....	397
5.3.4	Das Superpositionsprinzip von Potenzialströmungen .....	400
5.4	Einfache ebene und räumliche Potenzialströmungen anhand von Beispielen .....	402
5.4.1	Translatorische (geradlinige), stationäre, ebene Strömung.....	402
5.4.2	Ebene Staupunktströmung .....	404
5.4.3	Ebene Quellen und Senken .....	410
5.4.4	Ebener Halbkörper .....	415
5.4.5	Ebenes Quellen-Senken-Paar und ebener Dipol .....	423
5.4.5.1	Ebenes Quellen-Senken-Paar .....	423
5.4.5.2	Ebener Dipol (Punktdipol) .....	427
5.4.6	Potenzialwirbel (Teil 1) .....	432
5.4.7	Ebene und drehsymmetrische Potenzialströmungen .....	434
5.4.7.1	Laplace-Gleichung in Polarkoordinaten .....	435
5.4.8	Potenzialwirbel (Teil 2) .....	440
5.4.9	Ebene Umströmung eines Kreiszylinders ohne Zirkulation.....	443
5.4.10	Umströmung einer Kugel .....	455
5.4.10.1	Die Stokessche Stromfunktion .....	456
5.4.10.2	Potenzial der räumlichen Quellen- und Senkenströmung .....	463
5.4.10.3	Potenzial- und Stromfunktion der räumlichen Dipolströmung .....	471
5.4.10.4	Potenzial und Druckverteilung der umströmten Kugel .....	480
5.4.11	Räumlicher, drehsymmetrischer Halbkörper .....	493
5.4.11.1	Nachweis des Nullwiderstandes eines räumlichen Halbkörpers in einer irrotationalen Potenzialströmung .....	505
5.4.11.1.1	Über die im Inneren des räumlichen Halbkörpers verlaufenden drehsym- metrischen Stromflächenformen.....	507
5.4.12	Schlussworte zum Thema einfache ebene und räumliche Potenzialströmungsbeispiele .....	510
	Literatur .....	512

## **6 Komplexe Strömungsfunktionen ..... 515**

6.1	Einleitende Vorbemerkungen und Wiederholungen .....	517
6.2	Rechnen mit komplexen Zahlen in der Aerodynamik .....	520



6.2.1	Die imaginäre Einheit .....	520
6.2.2	Die komplexen Zahlen .....	524
6.2.3	Die Gaußsche Zahlenebene.....	525
6.2.4	Addieren und Subtrahieren in der Gaußschen Zahlenebene...	527
6.2.5	Goniometrische Form komplexer Zahlen .....	528
6.2.6	Multiplizieren, Dividieren und Potenzieren in der Gaußschen Zahlenebene.....	530
6.2.6.1	Multiplikation .....	530
6.2.6.2	Geometrische Konstruktion des Produktes $z \cdot z'$ .....	531
6.2.6.3	Division .....	531
6.2.6.4	Geometrische Konstruktion des Quotienten $z:z'$ .....	533
6.2.6.5	Potenzieren .....	534
6.2.6.6	Komplexe $n$ -te Wurzeln einer Zahl .....	535
6.2.6.7	Potenzen der imaginären Einheit $j$ und deren 4er-Periodizität.....	540
6.2.6.8	Algebraische Gleichungen im Komplexen .....	542
6.2.6.9	Logarithmen .....	549
6.2.6.9.1	Ergänzende Erklärung zur Addition von Vielfachen von $2\pi j$ .....	551
6.2.6.10	Eulersche Formel und die Exponentialform komplexer Zahlen .....	552
6.2.6.11	Potenzen der Zahl $e$ mit komplexen Exponenten .....	554
6.2.6.12	Fazit.....	554
6.3	Grundlagen und Ziele der komplexen Analysis in der Aerodynamik..	557
6.3.1	„Potenzialwirbel und ebene Quelle“ und „Staupunktsströmung und gedrehte Eckenströmung“ als Hilfen zur Einführung in das Thema.....	557
6.3.2	Über reelle und komplexe Differenzierbarkeit .....	568
6.3.2.1	Resümee .....	574
6.4	Beispiele einfacher komplexer Strömungsfunktionen $F(z)$ .....	578
6.4.1	$F(z) = a + bz = a_1 + ja_2 + (b_1 + jb_2)(x + jy)$ .....	579
6.4.2	$F(z) = (a/n)z^n$ – wenn $a$ reell und $n \geq 1/2$ ist.....	586
6.4.3	$F(z) = -a/z$ Ebener Dipol – zweidimensionale Quellen-Senken-Kombination.....	593
6.4.4	$F(z) = a(z + z^{-1})$ – Ebene Strömung um einen Kreiszylinder...	595
6.4.5	$F(z) = a_1(z + z^{-1}) + ja_2 \ln z$ – Ebene Strömung um einen Kreiszylinder mit Zirkulation .....	601
6.4.5.1	Das Kutta-Žukovskij-Theorem .....	620
6.4.5.2	Die zwei Blasius Theoreme.....	633
6.4.5.2.1	Resultierende Druckkraft auf starre Körper in zweidimensionaler ungleichförmiger stationärer Potenzialströmung .....	634

6.4.5.2.2	Das Moment infolge der Druckkraft auf starre Körper in zweidimensionaler ungleich- förmiger stationärer Potenzialströmung.....	638
6.4.5.2.3	Ein einfaches Beispiel für die zwei Blasius-Theoreme .....	641
6.4.6	$F(z) = a_1 z + a_2 \ln z$ – Ebene Strömung um einen zweidimensionalen Halbkörper.....	645
6.5	Beispiele diffiziler komplexer Strömungsfunktionen .....	654
6.5.1	$F(z) = a_1 z + a_2 \left[ (z + \ell) / (z - \ell) \right]$ – Ebenes Quellen-Senken-Paar 654	
6.5.2	Stromlinienkörper – Abschnittsweise Anordnung von linear kombinierten Quellen- und Senkenstrecken .....	666
6.5.2.1	Kapitel-Vorwort .....	666
6.5.2.2	Stromlinienverläufe abschnittsweise angeordneter linear kombinierter Quellen- und Senkenstrecken .....	667
6.5.2.3	Spiegelsymmetrische, stromlinienförmige Körper mit Querschnitten unterschiedlicher Dicke.....	679
6.5.2.4	Kombination einer singulären Punktquelle mit der streckenförmigen Belegung einer Vielzahl punktförmiger Senken konstanten Schluckvermögens	694
Literatur	.....	725
<b>7</b>	<b>Konforme Abbildung.....</b>	<b>727</b>
7.1	Einleitendes zum Verstehen, worum es geht.....	727
7.1.1	Über Abbildungen im Allgemeinen .....	730
7.1.1.1	Die stereografische Projektion .....	733
7.1.1.2	Die Mercatorprojektion .....	738
7.1.1.3	Konforme Abbildung eines Rechtecks auf einen Kreisringsektor .....	743
7.1.1.4	Allgemeine Anforderungen an grafische Abbildungsverfahren .....	745
7.2	Einige theoretische Grundlagen zur konformen Abbildung.....	747
7.2.1	Riemannsche Ebenen und Blätter am Beispiel $F(z) = a \ln z$ .....	753
7.2.2	Stringente Zusammenhänge zwischen konformer Abbildung und den Basisgesetzen von Potenzialströmungen.....	762
7.3	Konforme Abbildung unterschiedlicher Strömungsfelder um eine ebene Platte.....	768
7.4	Konnex zwischen Strom- und Potenzialfunktion und der Theorie komplexer Zahlen .....	778
7.4.1	Zusammenhang zwischen komplexer Differenzierbarkeit und den Cauchy-Riemannschen partiellen Differenzialgleichungen	780
7.4.1.1	Theorem 1 .....	780
7.4.2	Zusammenhang zwischen Laplacescher Gleichung und den Cauchy-Riemannschen partiellen Differenzialgleichungen .....	784
7.4.2.1	Theorem 2 .....	784

7.4.3	Verflechtung der vorangegangenen beiden Unterkapitel.....	790
7.4.3.1	Theorem 3 .....	790
7.5	Grundlagen zu Verzerrungen und Geschwindigkeitsbeträgen.....	791
7.5.1	Strömung entlang der Oberfläche einer schräg angeströmten ebenen, unendlich dünnen Platte.....	791
7.5.2	Geschwindigkeitsfeld um eine schräg angeströmte ebene, unendlich dünne Platte .....	797
7.5.3	Geschwindigkeitsfeld um eine quer angeströmte ebene, unendlich dünne Platte .....	803
7.5.4	Instationäre Strömung um eine waagrecht liegende ebene, unendlich dünne Platte, die sich vertikal von oben nach unten durch ein ruhendes Fluid bewegt .....	808
7.6	Geneigte ebene Platte mit Zirkulation bzw. mit Druckkraft.....	815
7.6.1	Geschwindigkeitsfeld und Geschwindigkeitsverteilung um eine schräg angeströmte ebene, unendlich dünne Platte mit Zirkulation bzw. mit Druckkraft .....	823
7.6.2	Druckverteilung, resultierende Kraft und Moment an einer schräg angeströmten ebenen, unendlich dünnen Platte mit Zirkulation .....	831
7.6.2.1	Druck- bzw. $c_p$ -Verteilung.....	831
7.6.2.2	Die resultierende Kraft $F_{\text{res}}$ , das aerodynamische Moment M und die zugehörigen Beiwerte $c_A$ und $c_M$ ..	833
7.7	Kreisbogenprofil .....	839
7.7.1	Geometrische Grundlagen .....	839
7.7.2	Zur Bedeutung des Kreisbogenprofils und seiner Umströmung für die Entwicklung aerodynamischer Profile....	855

<b>Literatur</b> .....	<b>861</b>
------------------------	------------

<b>Sachwortverzeichnis</b> .....	<b>863</b>
----------------------------------	------------

---

## 1.1 Der Auftrieb – eine einleitende physikalische Deutung

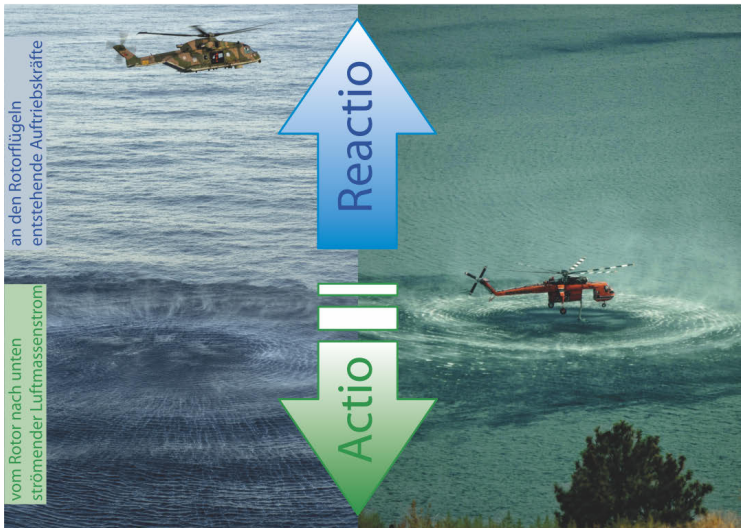
Strahltriebwerke und Propeller erzeugen ihre **Schubkraft**, indem sie eine Luftmasse nach hinten ausblasen. Ein Hubschrauber erzeugt seine **Tragkraft**, indem er eine Luftmasse mittels seines Rotors nach unten bläst, was die Abb. 1.1 veranschaulicht. Die Wirkung des Abwärtswindes (*Downwash*) des Rotors ist auf der Wasseroberfläche durch das dort aufgewirbelte Wasser sehr gut zu erkennen.

Auf dieselbe Art und Weise erzeugen auch ein Flugzeugtragflügel bzw. seine in Spannweitenrichtung „aufgefädelten“ Einzelprofile die **Auftriebskraft** für das Flugzeug; Sie lenken nämlich Luftmasse nach unten um. Die Auftriebskraft ist eine **Reaktionskraft**. Strahltriebwerke, Propeller, Hubschrauberrotoren und Tragflügel funktionieren alle nach demselben physikalischen Prinzip, sie beschleunigen eine Luftmasse in die entgegengesetzte Richtung in die eine gewünschte Kraft wirken soll. Das physikalische Fundament dazu bilden lediglich die drei Newtonschen Axiome.

---

## 1.2 Die Newtonschen Axiome

Die wohl effektivsten strömungsmechanischen Werkzeuge zum Verstehen der Flugzeug-aerodynamik sind die von Isaac Newton 1687 in seinem Hauptwerk *Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica* in lateinischer Sprache veröffentlichten drei Grundgesetze der Bewegung, die als die Newtonschen Axiome, oder als die Grundgesetze der Bewegung, oder als die Newtonsche Prinzipien oder auch als die Newtonsche Gesetze überragende physikalische Bedeutung haben.



**Abb. 1.1** Hubschrauber, die über dem Wasser schweben. Auf dem Wasser ist die Wirkung des senkrecht nach unten gerichteten Luftstroms zu erkennen, den der Hubschrauberrotor für seine Schwebekraft (= Massenkraft) benötigt. Der abwärtsgerichtete Strahl des Hubschraubers ist die ursächliche Aktion und die Auftriebskraft des Rotors die Reaktion darauf – Drittes Newtonsches Axiom (*actio = reactio*). Foto links: © Isaac Gindi – stock.adobe.com (# 336467209), Foto rechts: © jared eygabroad-EyeEm – stock.adobe.com (# 342278244)

Diese Gesetze sind das Fundament der klassischen Mechanik. Obwohl sie im Rahmen moderner physikalischer Theorien, wie der Quantenmechanik und der Relativitätstheorie, nicht uneingeschränkt gelten, sind mit ihrer Hilfe innerhalb eines weit gefassten Gültigkeitsbereiches zuverlässige Vorhersagen möglich. Zu den letzteren gehören auch die Aerodynamik.

### 1.2.1 Das Erste Newtonsche Axiom

**Die Lex Prima** – Das Trägheitsprinzip oder das Trägheitsgesetz:

- Ein kräftefreier Körper bleibt in Ruhe oder bewegt sich geradlinig mit konstanter Geschwindigkeit.
- Ein Körper verharrt im Zustand der Ruhe oder der gleichförmig geradlinigen Bewegung, sofern er nicht durch einwirkende Kräfte zur Änderung seines Zustands gezwungen wird.
- Wirkt auf einen Körper der Masse  $m$  keine Kraft  $\vec{F}$ , so ist seine Geschwindigkeit  $\vec{v}$  zeitlich konstant,  $d\vec{v}/dt = 0$ .

- Wenn auf einen Massenpunkt  $m$  keine Kraft  $\vec{F}$  wirkt, so ist sein Impuls  $\vec{I}$  konstant. Der Impuls  $\vec{I}$  (Vektor) ist die skalare Multiplikation zwischen einer Masse  $m$  (Skalar) und deren Geschwindigkeit  $\vec{v}$  (Vektor),  $\vec{I} = m\vec{v} = \text{const}$ . Das Ergebnis einer solchen **Skalarmultiplikation**, ist der skalierte Vektor des Impulses  $\vec{I}$ . Das Ergebnis ist – ähnlich wie beim echten Skalarprodukt – eine mathematische Verknüpfung, die einer Zahl (dem Skalar) zwei Vektoren zuordnet:  $m = \vec{I}/\vec{v}$ .

Für die Aerodynamik bzw. für das Fliegen bedeutet das, wenn eine Fluidmasse anfänglich stillsteht und dann anfängt, sich zu bewegen, so muss es dazu auch irgendeine Kraft geben, die an dem Massenteilchen wirkt. Und wenn sich die Bahn des so in Bewegung befindlichen Massenteilchens anschließend verändert, so muss dazu eine weitere Kraft existieren, die diese Bahnänderung einleitet. Wenn also ein Luftstrom eine gekrümmte Bahn über die gewölbte Oberfläche eines Profils nimmt, so muss auch eine Initialkraft existieren, die dafür verantwortlich ist. Im Kontext einer zusammenhängenden Masse, so wie sie Luft als ein räumliches Kontinuum darstellt, präsentiert sich diese Kraft als eine Druckdifferenz.

### 1.2.2 Das Zweite Newtonsche Axiom

**Die Lex Secunda** – Das Aktionsprinzip oder das Kraftgesetz:

- Kraft ist gleich Masse  $m$  mal Beschleunigung  $\vec{a}$ , wenn die Masse  $m$  dabei zeitlich konstant bleibt,  $dm/dt = 0$ . Die Änderung der Bewegung ist der Einwirkung der bewegenden Kraft proportional und geschieht nach der Richtung derjenigen geraden Linie, nach welcher jene Kraft wirkt. Diese sogenannte **Grundgleichung der Mechanik** wurde in dieser Form 1750 erstmals von **Leonhard Euler** formuliert:

$$\vec{F} = m\vec{a} = m \frac{d\vec{v}}{dt} \quad (1.1)$$

- Die **Originalfassung von Newton** enthält dagegen bereits eine allgemein gültigere Form. Ausgedrückt mit den heute üblichen Begriffen der Sprache der Physik heißt das: Die zeitliche Änderung des Impulses  $\vec{I} = d\vec{I}/dt$  eines Körpers der Masse  $m$  entspricht der resultierenden äußeren Kraft  $\vec{F}$ , die auf diesen Körper  $m$  wirkt. Diese Form ist allgemeingültiger und hat vor allem in der Strömungsmechanik und Aerodynamik eine herausragende Bedeutung:

$$\vec{F} = \frac{d\vec{I}}{dt} = \vec{I} = \frac{d}{dt}(m\vec{v}) = m \frac{d\vec{v}}{dt} + \vec{v} \frac{dm}{dt} \quad (1.2)$$

- Diese Gleichung ist eine Verallgemeinerung des Kraftgesetzes nach Euler, da sie nicht nur den Zusammenhang zwischen Kraft und zeitlicher Geschwindigkeitsänderung (Beschleunigung) sondern auch den Zusammenhang zwischen Kraft und zeitlicher Massenänderung (Massenstrom) beschreibt. Wird Gl. (1.2) wie folgt umgestellt, so erhält man daraus die physikalische Größe des sogenannten Kraftstoßes, der auch als Impulsübertragung bezeichnet wird.

$$\vec{F}dt = d\vec{I} \quad (1.3)$$

- Bei der Impulsübertragung erfahren beide Stoßpartner einen Kraftstoß in entgegengesetzten Richtungen. Es gilt dabei zusätzlich das Dritte Newtonsche Axiom, das sogenannte Wechselwirkungsgesetz gemäß Kap. 1.2.3.
- Die Gleichung (1.3) drückt aus, dass eine bestimmte Impulsänderung  $d\vec{I}$  erreicht werden kann, indem man eine große Kraft  $\vec{F}$  für ein kurzes Zeitintervall  $dt$  oder eine kleinere Kraft  $\vec{F}$  für ein längeres Zeitintervall  $dt$  wirken lässt.
- Der Kraftstoß  $\vec{F}dt$  (Impulsübertragung) ist eine vektorielle (gerichtete) Größe, dessen Richtung mit der Richtung der einwirkenden Kraft  $\vec{F}$  übereinstimmt.
- Der Impuls  $\vec{I} = m\vec{v}$  ist ebenfalls eine vektorielle (gerichtete) Größe, deren Richtung mit derjenigen der Bewegungsrichtung  $\vec{v}$  des Körpers übereinstimmt.
- Eine Kraft  $\vec{F}$  kann folglich als Ursache für die zeitliche Änderung des Impulses  $d\vec{I}/dt$  angesehen werden. Der Betrag des Impulses  $|\vec{I}| = m|\vec{v}|$  ändert sich dabei nur durch Kräfte  $\vec{F}$ , die in Richtung der Bewegung  $\vec{v}$  des Körpers wirken, während die Richtung des Impulses  $\vec{I}$  nur durch Kräfte  $\vec{F}$  geändert werden, die senkrecht auf der Bewegung  $\vec{v}$  des Körpers stehen.
- In Strömungen mit konstanter Geschwindigkeit,  $\vec{v} = \text{const}$  bzw.  $d\vec{v}/dt = 0$ , wird aus Gl. (1.2) eine Beziehung, die in der Fliegerei typisch für Impulsantriebe ist, wie Strahltriebwerke und Propeller, aber auch für Hubschrauber, Tragflügel und deren Profile:

$$\vec{F} = \vec{I} = \frac{d\vec{I}}{dt} = \frac{d}{dt}(m\vec{v}) = m\frac{d\vec{v}}{dt} + \vec{v}\frac{dm}{dt} = \vec{v}\frac{dm}{dt} = \vec{v}\dot{m} \quad (1.4)$$

Das Zweite Newtonsche Axiom lehrt uns, dass Strömungen, die Kräften  $\vec{F}$  infolge einer zeitlichen Impulsänderung  $\vec{I}$  (Impulsstrom) unterliegen, von der strömenden Fluidmasse, dem sogenannten Massenstrom  $\dot{m}$ , abhängen und von dessen Strömungsgeschwindigkeit  $\vec{v}$ . Um beispielsweise eine solche Kraft  $\vec{F}$  (Schubkraft beim Strahltriebwerk) zu verdoppeln, ist es erforderlich, entweder den Massenstrom  $\dot{m}$  zu verdoppeln oder die Geschwindigkeit  $\vec{v}$  zu verdoppeln oder aber eine entsprechende Kombination aus beiden Größen. Der Kraftstoß (die Impulsübertragung) in Strömungen auf Basis der Gl. (1.3) ist also:  $\vec{F}dt = \vec{v}dm$ .

### 1.2.3 Das Dritte Newtonsche Axiom

**Die Lex Tertia** – Das Reaktionsprinzip oder das Wechselwirkungsgesetz:

- Kraft ist gleich Gegenkraft (actio = reactio).
- Eine Kraft von einem Körper **Ⓐ** auf einen Körper **Ⓑ** geht immer mit einer gleich großen, aber entgegen gerichteten Kraft von Körper **Ⓑ** auf Körper **Ⓐ** einher.
- Kräfte treten immer paarweise auf.
- Übt ein Körper **Ⓐ** auf einen anderen Körper **Ⓑ** eine Kraft aus (*actio*), so wirkt eine gleich große, aber entgegen gerichtete Kraft von Körper **Ⓑ** auf Körper **Ⓐ** (*reactio*):

$$\vec{F}_{A \rightarrow B} = \vec{F}_{B \rightarrow A} \quad (1.5)$$

Steht also ein Flugzeug im Hangar, so übt es eine Gewichtskraft auf den Hallenboden aus, der das Gewicht aushalten muss und deswegen mit einer entgegengesetzt gerichteten gleich großen Kraft – aufgrund der Festigkeit des Bodens – das Flugzeug trägt. Die Flugzeuggewichtskraft ist die Aktion und die Tragfähigkeit des Bodens, die das Flugzeug kräftemäßig aushalten muss, ist die Reaktion darauf.

Schauen wir uns nun in diesem Zusammenhang die umlenkende Strömung über die gewölbte Oberseite eines Profils an. Nach dem *Ersten Newtonschen Axiom* kann eine entsprechende Bahnänderung nur dann erfolgen, wenn es dafür auch eine verantwortliche Kraft gibt. Gemäß des *Dritten Newtonschen Axioms* muss die strömende Luft dann eine gleich große und entgegengesetzte Kraft auf das haben, was sie umlenkt, in diesem Falle also die gewölbte Flügeloberseite. Wird die strömende Luft nach unten umgelenkt, wird eine abwärts gerichtete Kraft existieren, die sich schließlich aus dem *Zweiten Newtonschen Axiom* (Aktionsprinzip, Kraft- oder Wechselwirkungsgesetz) ergibt. Die Strömungsumlenkung auf dem Profil ist also die ursächliche Aktion und die Auftriebskraft am Profil ist die Reaktion darauf – *Drittes Newtonsches Axiom (actio = reactio)*.

Diese und die nachfolgenden Diskussionen zur weitergehenden Interpretation der Newtonschen Axiome hinsichtlich des Fliegens und der jetzt noch einzuführenden Bernoulli-Gleichung, die in diesem Zusammenhang auch gerne und häufig – und besonders häufig auch immer noch falsch – herangezogen wird, bauen auf den Ausführungen von Anderson und Eberhardt (2009) und insbesondere auf denen von Weltner (1978), Weltner (1990), Weltner (1991), Weltner (1997), Weltner (2002), Weltner (2011) und Weltner (2016).

## 1.3 Die Auftriebskraft und wie sie entsteht

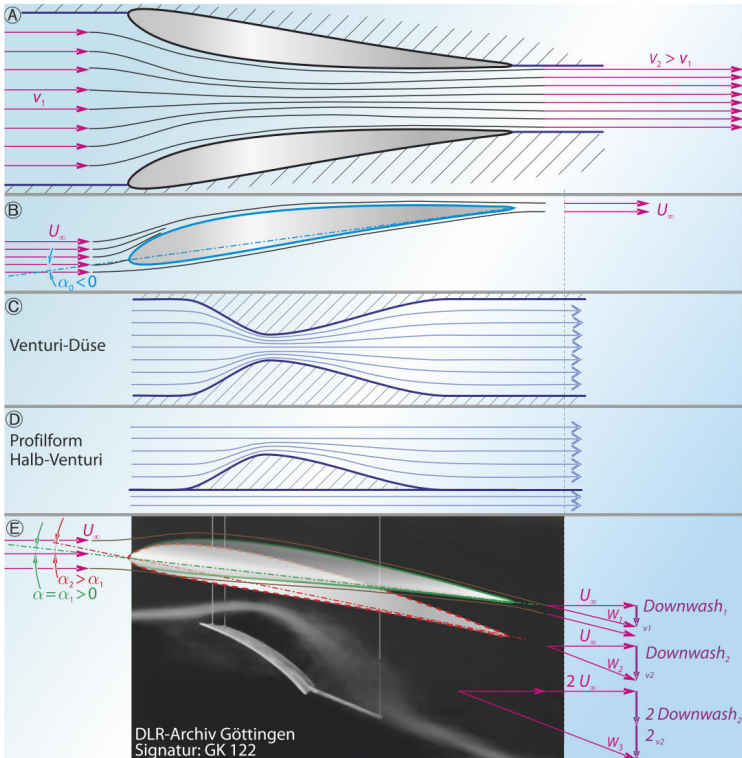
### 1.3.1 Impulsstrom und Bernoulli-Gleichung

Die Abb. 1.2 soll die bisherige Diskussion zu den Newtonschen Axiomen grafisch ein wenig unterstützend veranschaulichen. Abb. 1.2 Ⓐ zeigt dazu erst einmal zwei Profile, die so zueinander angeordnet sind, dass sie eine Düse bilden. Zwischen den Profilen beschleunigt die Strömung, sodass die Austrittsgeschwindigkeit größer als die Eintrittsgeschwindigkeit ist. Selbiges gilt für die Ein- und Austrittsimpulsströme  $\vec{I}$  gemäß der Gl. (1.4) beim *Zweiten Newtonschen Axiom*. Aufgrund der Änderung der Impulsströme zwischen Aus- und Eintritt der Düse entsteht eine effektiv wirkende Reaktionskraft, die man bei einem Strahltriebwerk als dessen Schub bezeichnen würde.

An den umströmten, festen Seitenwänden, die in Abb. 1.2 Ⓐ die beiden Profile bilden, verringert sich der statische Druck  $p$  proportional zum lokalen Anstieg der Strömungsgeschwindigkeiten  $v$ . Ein Zusammenhang, der als Bernoulli-Gleichung wohlbekannt ist:

$$p_{ges} = p_t = p + \frac{\rho}{2} v^2 = \text{const} \quad (1.6)$$





**Abb. 1.2** Grafische Zusammenfassung der Diskussion zu den Newtonschen Axiomen hinsichtlich der Umströmung von Profilen und Flügeln. Foto unten Eckert (2017), Seite 84, mit Genehmigung des Autors

Der statische Druck  $p$  wird senkrecht zur Strömung auf bzw. in der Seitenwandoberfläche gemessen. Der Term  $(\rho/2)v^2 = q$  wird als dynamischer Druck bezeichnet und per Definition mit dem Buchstaben  $q$  abgekürzt. In Gl. (1.6) ist  $\rho$  die Dichte des strömenden Gases und  $v$  dessen Geschwindigkeit. Die Summe aus statischem und dynamischem Druck wird als Total- oder Gesamtdruck  $p_{\text{ges}} = p_t = p + q$  bezeichnet. Der Total- oder Gesamtdruck  $p_t$  kann leicht mit einer sogenannten Pitot-Sonde in der Strömung gemessen werden. Flugzeuge sind mit solchen Sonden, die zudem auch noch relativ unempfindlich gegen Fehlanströmungen sind, ausgestattet, um damit die Fluggeschwindigkeit bestimmen zu können. Dass dies mittels der Bernoulli-Gleichung (1.6) umsetzbar ist, sollte leicht zu erkennen sein, vorausgesetzt es gibt eine zusätzliche Messstelle für den Druck  $p$ , die sich an einem Flugzeug am vorderen Teil des Rumpfes befindet, Abb. 1.3. Der dynamische Druck  $q$  ist ein Maß für die kinetische Energie in der Strömung, wie noch gezeigt werden wird.

### 1.3.2 Die Bernoulli-Gleichung in Strömungen mit Energiezufuhr

In einem Strömungskanal mit festen Begrenzungswänden, Abb. 1.2 Ⓐ, ist die Summe aus statischem und dynamischem Druck  $q$  konstant,  $p + q = \text{const} = p_t = p_{\text{ges}}$  und für gasförmige Fluide gilt die Gl. (1.6) uneingeschränkt. Ist die Konstante,  $p_t = \text{const}$ , bekannt, so kann bei Kenntnis des statischen Druckes  $p$  die Geschwindigkeit  $v$  oder bei Kenntnis der Geschwindigkeit  $v$  der statische Druck  $p$  berechnet werden.

Insbesondere letzteres trifft nicht mehr zu, wenn der Luft örtlich eine zusätzliche Energie zugeführt wurde, was z. B. durch einen Rotor (Propeller) oder durch Ein- oder Ausblasen von Luft geschehen könnte. Die Strömung ist dann keine Potenzialströmung mehr und in der Bernoulli-Gleichung ist in einem solchen Fall lokal die Konstante  $p_t$  in der Gleichung a priori nicht mehr bekannt, Landau und Lifshitz (1987), Seite 17, Gl. (9.4), da sie vor und hinter dem Ort der Energiezufuhr einen unterschiedlichen Betrag aufweist. Mit der Verwendung der Ableitung der Gl. (1.6),  $dp + \rho v dv = 0$ , könnte man zwar die Konstante mehr oder weniger „akademisch“ geschickt ausblenden, würde aber durch einen solchen „Trick 17 mit Selbstüberlistung“ zu einem speziös raffinierten Lösungsansatz gelangen, der schlussendlich auf originelle Art und Weise mehr oder minder zum Scheitern verurteilt ist.

Geht man nun einmal davon aus, dass einem atmosphärischen Luftstrom durch einen Propeller kinetische Energie zugeführt wurde, so wird sich dadurch der dynamische Druck  $q$  erhöhen, aber der statische Druck  $p$  sich deswegen nicht verringern, da in einem Freistrahle der statische Druck praktisch immer gleich dem Umgebungsdruck  $p = p_{\infty}$  ist. Ausnahmen existieren unmittelbar hinter dem Propeller oder an der Mündung einer Düse, aus der ein Strahl ins Freie austritt. Die Tatsache, dass sich die Luft schneller bewegt, bedeutet also generell nicht, dass sich der statische Druck  $p$  dabei auch zu verringern hat. Ein Beispiel dafür ist die Messstelle für den statischen Druck (*Static Port*) an einem Flugzeug, die sich seitlich am Rumpf befindet. Die Abb. 1.3 zeigt diese Situation bei einem zweimotorigen Passagierflugzeug vom Typ Boeing 737. Der markierte Port für den statischen Druck  $p$  dient u. a. auch dazu, dem Höhenmesser (*Altimeter*) des Flugzeuges Informationen zum Umgebungsdruck  $p_{\text{Baro}}$  (barometrischer Druck) in der Atmosphäre zu geben, aus der in einem Reiseflug die jeweilige Flughöhe bestimmt werden kann. Am Boden, wenn das Flugzeug sich nicht bewegt, zeigt das Instrument die Höhe über Normalnull (NN oder MSN *Mean Sea Level*) des Flugfeldes an, auf dem sich das Flugzeug befindet. Der statische Druck  $p$  ist dann der Barometerdruck der Umgebung,  $p = p_{\text{Baro}}$ . Beginnt das Flugzeug sich auf dem Rollfeld zu bewegen und beginnt seinen Startlauf auf dem Boden, so strömt die Umgebungsluft längs des Rumpfes entlang und damit auch über die statischen Druckmessstellen. Der Höhenmesser verändert seine Anzeige dabei aber nicht, obwohl man doch mutmaßen könnte, dass, nach der scheinbar „landläufigen Interpretation“ der Bernoulli-Gleichung, eine höhere Geschwindigkeit Strömungsgeschwindigkeit auch einen niedrigeren statischen Druck  $p$  bedeuten müsste. Das ist aber, wie hier erklärt, nicht (immer) der Fall, denn der Höhenmesser müsste gemäß der „landläufigen Interpretation“ eine größere Höhe als die Flugfeldhöhe anzeigen, da mit der Höhe der atmosphärische Druck ja sinkt. Zwischen der Strömung auf der Rumpfoberfläche und der Umgebung existiert keine trennende Barriere und damit auch keine Druckdifferenz. Wäre es anders und der Strahl hätte einen geringeren Druck als die Umgebung, so würde – abstrakter und irrationaler



**Abb. 1.3** Messstellen für den statischen Druck (engl.: Static Port) eines Passagierflugzeuges des Typs Boeing 737. Bild oben links: © Stefano Garau – stock.adobe.com (#71338630), Bild oben rechts: © Stephen – stock.adobe.com (#164883125), Bild unten: © h368k742 – stock.adobe.com (#84083976)

Weise – der höhere Umgebungsdruck den Strahl niedrigeren Drucks solange zusammen-drücken, bis die Drücke wieder gleich sind, was selbstverständlich vollkommen absurd wäre. Im hier beschriebenen Fall steigen – infolge der relativen Energiezufuhr<sup>1</sup> – aufgrund der kinetischen Energie des sich im Strömungsfeld bewegenden Flugzeuges nur der Totaldruck  $p_t$  und der dynamische Druck  $q$  an. Der statische Druck  $p$  verändert sich nicht. In Kap. 4.8.5.7, Abb. 4.24, wird dieses Thema noch einmal wiederaufgenommen und aus-führlicher physikalisch-mathematisch untermauert werden.

Man sollte also keinesfalls vergessen, dass die **Bernoulli-Gleichung auch einen Ener-gieerhaltungssatz für Strömungen** darstellt und deswegen auch nicht in der Form der Gl. (1.6) für Strömungen gelten kann, die einem äußeren Energieaustausch unterliegen – Zu-

1 Relative Energiezufuhr: Eigentlich ist das zu betrachtende Fluid, die Umgebungsluft, ein mehr oder weniger ruhendes, dreidimensionales Strömungsfeld, durch das sich das Flugzeug bewegt. Eine physika-lisch vergleichbare Situation kann aber auch dadurch hergestellt werden, indem ein ruhendes Flugzeug be-trachtet und dessen Umströmung mittels eines Gebläses bereitgestellt wird, was einem Windkanalversuch entspricht. In diesem letzten Fall ist es leicht einzusehen, dass dem Gebläse von außen Energie zugeführt werden muss, mittels der es eine kontinuierliche Bewegung des Fluides (Strömung) aufrechterhält. Das Bezugssystem, aus dem heraus man die physikalischen Vorgänge betrachtet, dreht sich dabei nur um. Es wird relativ, also energetisch lediglich in ein umgekehrtes Verhältnis gesetzt. Wie auch immer, der Vor-gang des startenden Flugzeuges wird nur durch Energiezufuhr möglich; Entweder, indem die Energie dazu aufgewandt wird, das Flugzeug zu bewegen, oder aber, indem die Energie dazu aufgewandt wird, das Strö-mungsfeld in Bewegung zu versetzenbringen.

fuhr von Energie von außen in die Strömung hinein (von einem Motor angetriebener Propeller oder Gebläse) oder aber Abgabe von Energie aus der Strömung heraus nach außen (Windrad, das Windenergie an einen Generator zur Stromerzeugung abgibt).

**Noch einmal: Die Tatsache, dass sich die Luft schneller bewegt, bedeutet generell nicht (immer), dass sich der statische Druck  $p$  dabei auch zu verringern hat.** In Strömungen zwischen festen Wänden ist das anders, hier gilt die Bernoulli-Gleichung wie gehabt in der Form der Gl. (1.6), es sei denn, der Strömung würde von außen Energie zugeführt oder aus der Strömung würde Energie nach außen abgegeben werden, wie es z. B. bei Strömungsmaschinen der Fall ist. Wie im vorhergehenden Absatz bereits geschrieben, kann in einem solchen Fall die Bernoulli-Gleichung in der Form der Gl. (1.6) **natürlich nicht** zwischen Zulaufkanal zur Strömungsmaschine und deren Ablaufkanal angesetzt werden, vgl. hierzu auch Becker (1993), Seiten 53–54.

### 1.3.3 Bernoulli-Gleichung und Profilmströmungen. Eine Geschichte der Missinterpretationen

Nun aber wieder zurück zu der Abb. 1.2. In Abb. 1.2 © wurde die obere Hälfte der darüber gezeichneten Düse entfernt und es ist nun nur noch die elementare Stromlinienführung um das verbleibende Einzelprofil zu sehen. Die Zuströmung teilt sich vor dem Profil in eine Unter- und eine Oberseitenströmung auf, umströmt es und nimmt ein kurzes Wegstück hinter dem Profil wieder dieselbe Richtung und denselben Betrag auf, wie die Strömung sie vor dem Profil hatte. Eine Beschleunigung der Strömung tritt nicht mehr auf. Die gekrümmte Profilform hat insgesamt keine Umlenkung der Strömung bewirkt und folglich wirkt am Profil nach dem Dritten Newtonschen Axiom auch keine Auftriebskraft. Diese Winkellage wird als Nullauftriebsrichtung des Profils bezeichnet und mit dem Nullauftriebswinkel  $\alpha_0 < 0$  gekennzeichnet, der zwischen der Zuströmrichtung und der Lage der Profilschne (gedachte Verbindungslinie zwischen der Profilnase oder Profilvorderkante und der Profilhinterkante) gemessen wird. An diesem Beispiel wird deutlich, dass es weder die Profilform noch die sich auf ihr ausbildenden Druckverteilung sein können, die primär den Auftrieb erzeugen, sondern viel mehr die Profillage im Strömungsfeld, d. h., sein Anstellwinkel  $\alpha$ . Gibt es hinter dem Profil keinen Abwind (*Downwash*), so gibt es auch keine Auftriebskraft am Profil. Das Profil in Abb. 1.2 © hat zwar die potenzielle Energie (Lageenergie) der Strömung zwischen Profilnase und Profilhinterkante verändert (angehoben), dies aber zum einen nur sehr wenig und zum anderen spielt in Gasen, wie z. B. Luft, die Änderung der potenziellen Energie ohnehin keine Rolle, da sie hier – insbesondere bei den in der Aerodynamik vorkommenden vertikalen Lageänderungen – vollkommen unbedeutend und deswegen vernachlässigbar gering sind.

Alles zuvor Gesagte, gilt auch für die Teilbilder © und © Abb. 1.2. Das Teilbild © zeigt ein sogenanntes Venturirohr. Es dient der Messung von Volumenströmen in Flüssigkeiten und Gasen. Der Venturi-Effekt wurde von Giovanni Battista Venturi (italienischer Physiker: \*1746 †1822) entdeckt und von Daniel Bernoulli (schweizer Mathematiker: \*1700 †1782) mathematisch beschrieben. Entsprechend der Bernoulli-Gleichung beschleunigt die Strömung in dem kanalförmigen Gebilde mit festen Wänden und erreicht an der Stelle des engsten Querschnitts ihre höchste Geschwindigkeit und damit auch ihren geringsten

---

# Sachwortverzeichnis

## Symbole

$\ell/4$ -Position 64, 66, 67, 85, 86, 87, 93, 103, 104, 105, 108, 109, 110, 111, 118, 833, 839  
 $\Pi$ -Theorem 137

## Zahlen

1. Newtonsches Axiom 2
2. Newtonsches Axiom 39
3. Newtonsches Axiom 2, 5

## A

Abbildung, affine 731, 732  
Abbildungsmatrix 265, 266, 267, 363, 364, 517, 565  
Abbildungsverfahren, grafische 745  
Abbildung, umkehrbar und eindeutig 748, 761, 762  
Abflussbedingung nach Kutta 43, 816  
Ackeret, Jacob IX, 50, 59, 60, 178, 189  
aerodynamische Beiwerte 75, 180  
aerodynamisches Moment 65, 66, 67, 78, 81, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 94, 108, 109, 172, 638, 833  
aerodynamisches Zentrum 103, 105, 107, 109, 110, 111  
Affine Abbildung 731, 732  
Ähnlichkeit 58, 76, 119, 121, 166, 167, 168, 169, 171, 172, 173, 174, 175, 177, 179, 180, 183, 184, 204, 225, 265, 389, 490, 545, 547, 557, 611, 617, 723, 730, 732, 733, 775  
Ähnlichkeitsgesetze und Modellregeln 166  
Ähnlichkeit, unvollständige 169, 172  
Ähnlichkeit, vollständige 169, 172, 184  
Ähnlichkeit von Strömungen 76, 166, 167, 169, 172, 177, 179, 183  
Algebraische Gleichungen im Komplexen 542, 549  
Analysis, komplexe 370, 519, 520, 557, 633, 663, 747  
Änderung, konvektive 223  
Änderung, lokale 223

Änderung, substantielle 223, 320  
Anstellwinkel, Langstreckenflug 102  
arctan2 und arctan 663, 673, 802  
Argument 529, 530, 531, 533, 535, 537, 550, 552, 563, 584, 587, 673, 697, 780, 842  
ATAN2-Funktion 663, 675  
aufgelöste Polare 88, 115  
Auftrieb VII, XI, XII, XVI, XXXV, 1, 9, 10, 12, 13, 16, 18, 19, 20, 33, 35, 36, 37, 38, 40, 42, 43, 44, 47, 51, 61, 63, 64, 66, 68, 89, 91, 92, 94, 95, 97, 111, 119, 185, 331, 332, 369, 370, 614, 631, 632, 633, 638, 837, 859  
Auftriebsbeiwert 44, 46, 47, 78, 88, 91, 93, 94, 95, 96, 104, 105, 112, 114, 115, 121, 124, 125, 131, 132, 370, 835  
Auftriebskraft XI, XII, 1, 2, 5, 9, 10, 12, 13, 14, 16, 17, 18, 19, 20, 23, 32, 33, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 46, 52, 57, 63, 65, 67, 68, 75, 81, 84, 92, 97, 102, 103, 119, 121, 129, 278, 285, 331, 332, 369, 613, 632, 729, 747, 822, 833, 834, 835, 836

## B

Bahnlinie 205, 206, 216, 218, 219, 246, 249, 296  
Banach, Stefan 659, 660, 663, 664  
Basisgesetze von Potenzialströmungen 762  
Beiwerte, aerodynamische 75, 180, 863  
Bernoulli-Gleichung XI, XII, XIII, XIV, XXXII, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 30, 31, 32, 33, 37, 50, 53, 54, 117, 238, 246, 247, 248, 249, 250, 251, 252, 253, 254, 256, 257, 264, 268, 271, 272, 273, 277, 278, 283, 284, 285, 287, 290, 292, 293, 295, 296, 299, 301, 302, 303, 307, 308, 309, 310, 311, 312, 330, 350, 357, 358, 359, 366, 367, 375, 408, 419, 452, 470, 483, 503, 600, 609, 626, 651, 688  
Bernoulli-Gleichung mit lokalem Energieaustausch 301  
Bernoulli-Integration der Eulerschen-Bewegungsgleichungen 246, 254, 358  
Bernoulli-Konstante XIV, 245, 247, 248, 249, 251, 252, 253, 254, 256, 259, 271, 278, 279, 280, 301, 303, 311, 358, 366, 375  
Betz, Albert IX, 114, 567, 727  
Bezugsflügelteiefe 76, 77  
Blasius, Heinrich XVI, XVIII, XXX, XXXI, XXXII, 355, 370, 631, 633, 634, 635, 638, 641, 643, 644, 725  
Blasius-Tschaplygin-Momentengleichung 641  
Buckingham'sches  $\Pi$ -Theorem 137

## C

Cauchy-Riemannschen Differenzialgleichungen 392, 564, 575, 579, 747, 748, 765, 780  
Cauchy-Riemannschen partiellen Differenzialgleichungen 391, 392, 394, 517, 562, 564, 565, 567, 573, 574, 579, 583, 764, 765, 774, 780, 781, 782, 783, 784, 785, 786, 787, 788, 789, 791  
Cauchy'sche Integralsatz für Elementargebiete 643  
CFD, Computational Fluid Dynamics 23, 153, 278  
Coandă-Effekt 23, 24, 47, 48, 49, 51, 52, 53, 54, 61, 62

$c_p$ -Verteilung XXXIII, 32, 33, 601, 617, 619, 651, 693, 694, 723, 747, 831, 833

## D

d'Alembert, Jean-Baptiste le Rond XXIII, 21, 34, 60, 226, 274

Definitionslücke 117, 413, 465, 471, 643, 654, 696, 761, 797, 803, 805, 839

Definitionslücke, einpunktige 643, 761, 797, 803, 805

Deformation XXVIII, 223, 234, 236, 276

Deformationsbewegung 237, 359

Deformationsgeschwindigkeit 237

Dimensionsanalyse XVI, 85, 137, 154, 156, 157, 159, 160, 184, 190

Dimensionssymbol 139, 140, 141, 143, 144, 145, 146, 361, 670, 672, 865

Dipolströmung, räumliche 455, 471, 479, 480

Doppeldecker 125, 126

Downwash 1, 9, 10, 19, 32, 37, 39, 40, 41, 89, 118, 119

Drehstreckung 531, 578

drehsymmetrisch 394, 459, 467, 471, 474, 493, 495, 749

drehsymmetrischer Halbkörper 493

drehungsfrei XXIX, XXX, XXXI, 35, 234, 239, 259, 267, 302, 358, 359, 360, 380, 383, 384, 385, 387, 388, 395, 433, 644, 865, 868

Drehungsfreiheit XXIX, XXX, 239, 240, 259, 260, 261, 264, 279, 358, 359, 361, 364, 374, 380, 381, 391, 394, 397, 414, 415, 433, 434, 437, 484, 518, 632, 765, 767, 779

Drehvektor eines Geschwindigkeitsfeldes 233

Drela, Mark 281

Drittes Newtonsches Axiom 4, 343

Druckänderung 23, 277, 281

Druckbeiwert 25, 27, 73, 75, 162, 420, 453, 483, 503, 504, 651, 688, 719

Druckdifferenz 3, 7, 33, 162, 193, 229, 246, 250, 470, 610, 831

Druckkraft XXVI, XXVII, XXXIII, XXXIV, 21, 22, 29, 36, 50, 179, 193, 194, 213, 226, 227, 228, 234, 275, 276, 281, 290, 294, 304, 315, 317, 322, 324, 325, 335, 337, 338, 339, 340, 342, 345, 353, 422, 505, 506, 507, 601, 606, 609, 620, 623, 626, 627, 634, 635, 636, 638, 639, 640, 815, 821, 822, 823, 833, 839, 855, 859, 860, 865

Druckkräfte XXXIV, 179, 213, 226, 227, 228, 317, 322, 325, 337, 338, 339, 340, 342, 345, 353, 505, 506, 507, 620, 623, 626, 822

Druck, piezometrischer 250, 277

Druckpunkt 64, 65, 66, 67, 81, 82, 83, 84, 85, 86, 94, 105, 638

Druckpunktverschiebung 84

Druckschlag 295, 312

Druckverteilung XVI, XXXI, XXXII, 9, 16, 19, 27, 28, 32, 35, 36, 63, 64, 65, 66, 68, 72, 75, 87, 191, 192, 193, 194, 200, 205, 213, 223, 249, 272, 281, 286, 287, 288, 289, 327, 330, 332, 346, 359, 367, 368, 370, 375, 422, 454, 480, 484, 490, 507, 601, 610, 634, 644, 686, 687, 729, 815, 831

Druckverteilungen XVI, XXXI, XXXII, 19, 27, 28, 32, 36, 63, 64, 65, 66, 68, 75, 87, 205, 249, 281, 330, 346, 359, 370, 484, 490, 634, 686, 815

Druckwiderstand 34, 35, 36, 72, 326, 327, 332, 507

Durchflussmenge 397, 398, 399, 400, 408, 409, 413, 465, 501, 695  
 dynamischer Druck XIV, 6, 7, 8, 25, 75, 121, 132, 250, 309, 311, 335, 609, 835

## E

ebene Platte 587, 729, 768, 773, 775, 777, 778, 791, 792, 794, 799, 802, 803, 808, 810, 811,  
 815, 820, 821, 823, 828, 830, 854, 856, 858, 860  
 ebene Platte mit Zirkulation 815  
 Ebener Halbkörper 415  
 Ebenes Quellen-Senken-Paar 423, 654  
 Einheitensystem, internationales 138  
 Einheitsbreite 38, 40, 42, 46, 47, 64, 72, 74, 76, 156, 157, 189, 331, 352, 398, 416, 422, 438,  
 457, 458, 471, 635, 638, 639, 641, 643, 644, 645, 651, 834, 835, 855, 856, 857  
 Einheitskreis 540, 597, 608, 612, 655, 697, 750, 751, 768, 769, 778, 792, 793, 794, 795, 796,  
 799, 807, 811, 818, 841, 842, 847, 852  
 Elementararbeit 244, 248, 365  
 elliptische Auftriebsverteilung 113, 122  
 Energieerhaltung XIII, 120, 251  
 Energieerhaltungssatz XIII, 8, 37, 250, 271, 302, 304  
 Energiegleichung 34, 243, 244, 246  
 Energiezufuhr 7, 8, 302  
 Erforderlicher Schub 131, 133  
 Ergiebigkeit 413, 414, 416, 421, 423, 424, 425, 427, 428, 429, 433, 434, 465, 466, 474, 495,  
 496, 497, 499, 501, 510, 646, 647, 654, 655, 658, 667, 668, 669, 676, 692, 695, 696, 700  
 Erstes Newtonsches Axiom 2  
 Eulersche Bewegungsgleichung 213, 214, 218, 219, 257, 462  
 Eulersche Bewegungsgleichung, eindimensional 209  
 Eulersche Bewegungsgleichungen, dreidimensional 225, 462  
 Eulersche Formel 552, 554, 802  
 Euler-Zahl 25, 75, 162  
 Exponentialform der komplexen Zahl 553

## F

Fangstromröhre 323, 343, 346  
 Finsterwalder, Sebastian 859, 861  
 Fixpunktsatz von Banach 659, 660, 663  
 Flaps (Klappen) 346  
 Flügel/Rumpf-Kombination 346  
 Flügelstreckung 95, 96, 99, 101, 111, 121, 124, 125  
 Fluidteilchen XXIV, XXV, XXVI, XXVII, XXVIII, XXXII, XXXIII, XXXV, 23, 24, 193,  
 201, 203, 204, 205, 206, 209, 211, 213, 215, 216, 222, 223, 226, 227, 228, 234, 235, 236,  
 237, 246, 259, 260, 264, 274, 275, 276, 286, 290, 292, 294, 295, 296, 316, 317, 358, 359,  
 380, 381, 382, 383, 384, 385, 388, 395, 433, 442, 443  
 Fluidteilchendeformation, laterale 237



Fluidvolumen XXIX, XXXIII, XXXIV, 262, 304, 321, 328, 359, 361, 371, 387, 399, 456, 646, 648, 669  
flüssige Oberfläche 317  
FORTRAN 73, 281, 355, 512, 660, 675, 725  
Fractional Analysis 160  
freie Wirbel 118  
Freistrahle 7, 49, 50, 309, 349, 352, 353, 354  
Freistrahle, schräger 352, 353  
Freistrahlturbine 349  
Froude-Zahl 162, 163, 177, 180  
Funktionentheorie XIV, XVI, XXII, XXX, XXXI, 38, 39, 46, 331, 370, 392, 445, 516, 519, 549, 557, 560, 561, 562, 567, 568, 582, 588, 602, 613, 633, 643, 644, 645, 651, 725, 726, 727, 728, 747, 749, 765, 766, 768  
Funktionentheorie, komplexe XIV, XVI, XXII, XXX, XXXI, 38, 39, 46, 331, 370, 392, 445, 516, 519, 549, 557, 560, 561, 562, 567, 568, 582, 588, 602, 613, 633, 643, 644, 645, 651, 725, 726, 727, 728, 747, 749, 765, 766, 768

## G

Gaußsche Zahlenebene 519, 525, 792, 795  
gebundener Wirbel 118  
gekrümmte Oberflächen 19  
geometrisch ähnlich 179  
geometrische Konstruktion 531, 533  
geometrische Operationen 527, 529, 571  
Gesamtimpuls 313, 315  
Geschwindigkeitsbeträge 792, 854  
Geschwindigkeitsfeld 119, 201, 204, 214, 251, 270, 367, 368, 374, 396, 441, 469, 489, 618, 649, 790, 792, 797, 803, 823  
Geschwindigkeitspotenzial XXVIII, XXX, 240, 241, 242, 261, 262, 263, 267, 268, 269, 357, 360, 364, 372, 373, 374, 376, 380, 391, 396, 400, 402, 404, 405, 406, 408, 410, 413, 414, 415, 417, 423, 424, 428, 429, 434, 443, 445, 465, 472, 473, 474, 480, 482, 493, 767  
Geschwindigkeitsstabilität 131, 133, 135  
Geschwindigkeitsverteilungen 279, 328, 332, 801, 804, 805, 806, 816, 821, 828, 829, 832, 833, 853, 854, 855  
Gleitverhältnis 97, 98, 99, 129  
Gleiten, Nose-Down 97  
Gleiten, Nose-Up 97  
Gleitwinkel 97, 98, 99, 100, 101, 130  
Gleitzahl 92, 98, 99, 102, 128, 129  
Goniometrie 528  
goniometrisch 529  
goniometrische Form 529  
Goniometrische Form komplexer Zahlen 528  
Gradientenbildung 242, 264, 361, 362, 363, 364, 377, 388, 392, 765, 792, 798, 824

grafische Abbildungsverfahren 745  
Grenzschicht VIII, 32, 190, 253, 254, 280, 281, 310, 336, 356, 455, 492  
Grenzschichtströmung 278

## H

Halbkörper 368, 415, 416, 418, 422, 423, 426, 493, 494, 495, 500, 501, 505, 510, 511, 555,  
645, 646, 647, 649, 655  
Halbkörper, drehsymmetrischer 493  
Halbkörper, räumlicher 493  
Hesse-Matrix 195, 265, 363  
Hesse, Otto 195, 265  
holomorphe Funktion 516  
Hufeisenwirbel 116, 118  
hydrostatischer Druck 200, 272

## I

imaginäre Einheit XXXI, 520, 522, 524, 525, 540, 588, 597, 671, 786  
imaginäre Zahl 524, 525, 527, 533, 550  
Imaginärteil  $\text{Im}$  der komplexen Zahl 525, 534  
Impulsfluss 321, 333  
Impulssatz der Mechanik XXXIV, 315, 316  
Impulsstrom 4, 5, 18, 119, 321, 330, 334, 337, 339, 342, 343, 354  
Impulsübertragung 3, 4, 312, 313, 314, 343, 350, 609  
Impulsverlustdicke 336  
induzierter Widerstand 114, 115, 120, 121, 122, 123, 126, 132, 133  
inkompressible Fluide 245, 246, 248, 250, 267, 283, 295, 364, 368, 374  
installierte Schub 346  
instationär XIV, XXIV, XXV, 203, 209, 212, 217, 223, 224, 294, 808  
instationäre Strömungen 181, 203, 214, 216, 245, 293, 295, 296, 321, 374  
irrotational (drehungsfrei) XXX, 34, 35, 36, 238, 360, 385, 413, 515, 644

## J

Joukowski, Nikolai XVI, XVII, XVIII, XXX, XXXI, XXXII, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 46, 58,  
331, 332, 356, 370, 611, 614, 620, 621, 631, 632, 633, 638, 643, 644, 726, 834, 859, 862

## K

Kantenwinkeldeformation, rotatorisch 237  
Kavitation 311, 312  
Kavitationsfraß 312  
Klappen 50, 54, 55, 346  
Knudsen-Zahl 164, 174  
komplex differenzierbar XXXI, 516, 561, 568, 572, 785  
komplexe Analysis 370, 519, 520, 557, 633, 663, 747

- komplexe Differenzierbarkeit XXXI, 516, 561, 568, 572, 785
- komplexe  $n$ -te Wurzel 535
- komplexen Zahlen XIV, XVI, XXII, XXXI, 370, 519, 520, 521, 522, 523, 524, 525, 526, 527, 528, 529, 533, 534, 535, 538, 540, 542, 548, 549, 550, 552, 555, 556, 557, 559, 560, 571, 572, 584, 588, 589, 596, 634, 673, 728, 762, 771, 778, 791
- kompressibel 162, 222, 230, 231, 246, 248, 312
- Kompressibilität 177, 178, 179, 183
- Konforme Abbildung 578, 725, 727, 743, 750, 768, 773, 820, 861
- Konformität 729, 733
- konjugiert komplexe Geschwindigkeit 580, 692
- konjugiert komplexe Zahl 525, 532, 580, 584, 780
- konservatives Kraftfeld 197, 262, 264, 286, 364, 365, 376, 517
- Kontinuität XXIX, 207, 219, 225, 241, 262, 353, 357, 374, 391, 394, 397, 414, 415, 437, 438, 459, 518, 764, 767, 779
- Kontinuitätsgleichung 208, 210, 219, 222, 225, 231, 266, 267, 269, 270, 293, 300, 305, 309, 329, 330, 333, 334, 352, 357, 363, 364, 368, 374, 390, 396, 400, 438, 457, 462, 463, 466, 468, 470, 480, 518, 519, 767, 779, 868
- Kontrollfläche 321, 322, 323, 324, 325, 326, 327, 328, 329, 330, 332, 333, 334, 335, 337, 338, 339, 340, 342, 343, 344, 345, 349, 633
- konvektiv XXV, 223
- konvektive Änderung 223
- kopflastig 83
- Körpergeometrie 280, 281, 664, 667
- Körperoberfläche 35, 253, 269, 280, 492, 506, 627, 635
- Kraftfeld 196, 197, 262, 263, 264, 286, 364, 365, 367, 376, 389, 517
- Kraftfeld, konservatives 197, 262, 264, 286, 287, 364, 365, 376, 517
- Kreisbogenprofil 822, 839, 848, 854, 855, 856, 858, 860, 869
- Kreiszyylinder 442, 443, 444, 454, 455, 457, 480, 481, 483, 487, 595, 596, 597, 598, 600, 601, 604, 605, 606, 608, 612, 613, 614, 616, 620, 621, 631, 641, 655, 729, 747, 750, 751, 770, 777, 778, 812, 816, 834, 840, 842
- Kreiszyylinder mit Zirkulation 58, 601, 604, 605, 606, 611, 613, 614, 616, 619, 620, 621, 631, 633, 634, 638, 641, 643, 729, 747, 816, 840, 848
- Kreuzprodukt XXX, 22, 196, 204, 258, 360, 392, 489, 765
- Krümmungskreis 277
- Krümmungsradius 23, 275, 276, 277, 278
- Kugel XXXIII, 142, 179, 183, 368, 394, 445, 453, 455, 463, 465, 467, 471, 472, 480, 481, 482, 484, 485, 486, 487, 488, 489, 490, 491, 492, 510, 634, 732, 738, 740, 742
- kugelsymmetrisch 191, 459
- Kugelumströmung 445, 455, 488, 492, 510, 634
- Kutta-Joukowski-Theorem 39, 40, 41, 46, 58, 331, 332, 370, 611, 620, 643, 834
- Kuttasche-Abflussbedingung 43, 816
- Kutta, Wilhelm XVI, XVIII, XXX, XXXI, XXXII, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 46, 58, 62, 331, 332, 355, 369, 370, 611, 613, 614, 620, 621, 631, 632, 633, 634, 643, 644, 725, 726, 822, 834, 840, 841, 855, 857, 860, 861

Kutta-Žukovskij XVI, XVIII, XXXI, 39, 40, 41, 42, 46, 58, 331, 332, 370, 611, 620, 621, 631, 632, 633, 643, 644, 834

## L

Lagrangesche Gleichung 245

Lamb, Horace 239

Lanchester, Frederick 38, 614, 631, 858, 859

Längskraft 68, 74, 82, 634, 644

Längskraftbeiwert 78, 80

Langstreckenflug 102

Laplace-Operator 267, 364, 519, 767, 779

Laplacesche Gleichung 368, 516, 518, 519, 592, 779, 784, 786, 789, 790

Laplaceschen Gleichung, homogene 368, 779

Lastverteilung 118, 119, 839

Laufzeitmissverständnis 13

Lilienthal, Otto XI, XII, 14, 16, 20, 285, 858

Lilienthalpolare 88, 96

Linienintegral XXXI, 38, 45, 266, 363, 371, 372, 375, 377, 614, 631, 644, 837

lokale Änderung XXV, 223

Loxodrome 741, 742, 862

## M

Machsches Ähnlichkeitsgesetz 177

Machzahl 162, 163, 164, 174, 175, 177, 178, 184

Magnus-Effekt 52, 53, 55, 56, 57, 60, 610

Magnus, Gustav 52, 53, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 610, 611, 870

Massenmittelpunkt 313

Massenpunkt 3, 226, 315, 365

Massenstrom 3, 4, 10, 18, 40, 41, 207, 208, 331, 334, 339, 344, 347, 348, 350, 374, 438

Matrix 147, 148, 157, 186, 194, 195, 196, 265, 363, 565, 573, 574, 576, 577, 578

mechanisch ähnlich 179

Mercatorprojektion 738, 739, 740, 741, 742, 743, 744, 745

Methode der Differenzialgleichungen 184

Methode der Kräfteverhältnisse 184

Methode der Maßstäbe 166, 184

Minimum Drag Speed 128, 129, 130, 132, 133, 134, 135

Modul 529, 566, 589, 590, 599, 689, 692, 720

Momentenbeiwert 78, 80, 92, 93, 94, 104, 105, 109, 172, 836, 839

Momentengleichung nach Blasius-Tschaplygin 641

## N

Nabla-Operator XXVII, 389

Navier-Stokes XIV, XXIII, XXXII, 182, 191, 244, 490

Neutralpunkt 64, 65, 66, 67, 81, 85, 86, 87, 93, 103, 104, 105, 870

Newton-Raphson-Verfahren 281

Newtonsche Axiome XIV, 1, 5

Newton-Verfahren 281

Normalkraft, Normalkraftbeiwert 77, 453, 454

Nose-Down-Gleiten 97

Nose-Up-Gleiten 97

Nullauftrieb 9, 18, 67, 85, 92, 99, 111, 127

Nullmoment 65, 66, 67, 93, 94, 645

Nullmomentenbeiwert 93, 104

Nullwiderstand 370

## O

Oberseitenströmung 9

Orthodrome 742

orthogonal 21, 24, 32, 36, 206, 213, 264, 270, 275, 278, 325, 338, 339, 373, 377, 388, 390, 391, 392, 393, 408, 413, 440, 441, 447, 452, 456, 479, 488, 489, 505, 581, 606, 729, 738, 745, 746, 748, 749, 750, 756, 763, 765, 769, 774, 776, 777, 790, 815, 822

Oswald-Faktor 123, 127

## P

parabolische Widerstandspolare 126, 127, 128, 870

Parallelströmung 254, 278, 279, 280, 310, 402, 449, 600, 604, 608, 612, 618, 634, 641, 642, 643, 680, 681, 682, 683, 686, 692, 709, 711, 712, 714, 716, 719, 729, 817, 821

piezometrischer Druck 250, 277

Poissonsche Gleichung 377, 518, 779

Polare 88, 92, 109, 110, 115, 122

Polare, aufgelöste 88, 115

Polstelle 117, 441, 643, 644, 654, 754, 757, 758, 761, 797, 803, 805

Potenzialfunktion 241, 242, 265, 266, 268, 289, 358, 361, 363, 365, 367, 368, 388, 391, 392, 394, 396, 397, 401, 402, 414, 415, 416, 424, 431, 434, 437, 445, 446, 449, 451, 458, 459, 463, 466, 468, 471, 472, 473, 475, 477, 479, 484, 503, 512, 518, 561, 562, 566, 578, 579, 580, 583, 585, 593, 595, 603, 620, 622, 648, 649, 656, 679, 697, 710, 760, 766, 767, 774, 778, 779, 790, 792, 798, 809, 817

Potenzialströmung XXX, XXXI, XXXIII, XXXIV, 7, 32, 34, 35, 36, 38, 43, 52, 231, 238, 239, 240, 241, 242, 245, 247, 254, 259, 260, 265, 267, 268, 271, 272, 279, 280, 287, 299, 301, 302, 357, 358, 359, 360, 364, 365, 366, 367, 368, 372, 375, 376, 377, 379, 384, 391, 393, 396, 397, 400, 403, 412, 413, 422, 437, 440, 442, 444, 453, 454, 455, 458, 465, 471, 481, 484, 487, 489, 490, 492, 494, 505, 507, 517, 559, 561, 562, 563, 564, 566, 567, 578, 582, 587, 588, 592, 596, 600, 601, 610, 611, 615, 620, 621, 622, 630, 631, 632, 634, 638, 644, 687, 697, 722, 724, 725, 757, 765, 767, 770, 779, 803, 822, 823, 858

Potenzialwirbel 56, 57, 259, 261, 279, 378, 432, 434, 438, 440, 557, 559, 562, 604, 605, 608, 611, 618, 621, 622, 643, 747, 758, 760, 761, 816, 817, 818, 820, 834, 839, 841

Prandtl, Ludwig IX, X, XI, XX, XXIII, XXXI, XXXII, 13, 33, 35, 41, 43, 57, 60, 61, 112, 114, 117, 135, 156, 175, 178, 190, 355, 365, 454, 466, 471, 488, 492, 513, 567, 592, 632, 633, 644, 687, 726, 857

Profil VIII, XI, 5, 9, 10, 12, 13, 14, 18, 19, 23, 25, 26, 28, 31, 32, 33, 37, 39, 42, 43, 44, 45, 46, 52, 53, 54, 57, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 72, 74, 75, 76, 78, 81, 82, 83, 84, 85, 88, 89, 90, 91, 92, 97, 98, 100, 101, 103, 104, 105, 108, 109, 110, 113, 115, 119, 121, 131, 156, 215, 283, 284, 311, 332, 333, 335, 420, 452, 483, 503, 613, 651, 703, 723, 729, 747, 857, 860

Profilkontur, gekrümmte 273

Profiloberseite 12, 16, 19, 21, 28, 31, 39, 69, 73, 74, 80, 90, 269, 271, 275, 278, 282, 284, 285

Profilsehnenlänge 42, 44, 64, 68, 85, 88, 94, 95, 174, 183

Profilumströmung 30, 32, 43, 49, 52, 278, 284, 331

Profilunterseite 20, 31, 33, 70, 72, 73, 74, 79, 80, 214, 269, 271, 279, 284, 285

Propeller 1, 4, 7, 9, 31, 99, 152, 284, 303, 306, 307, 308, 309, 310, 345

## Q

Quelle XXIX, 17, 44, 99, 146, 152, 208, 220, 225, 374, 410, 412, 413, 414, 415, 416, 422, 423, 424, 425, 426, 427, 428, 429, 431, 432, 433, 434, 437, 456, 464, 465, 466, 467, 471, 472, 473, 474, 495, 496, 501, 509, 510, 511, 557, 558, 559, 562, 564, 645, 646, 647, 648, 654, 655, 656, 658, 664, 667, 677, 692, 694, 695, 696, 700, 701, 702, 703, 704, 705, 706, 707, 708, 709, 710, 711, 712, 717, 720, 754, 758, 759, 760

Quellenfreiheit XXIX, 208, 222, 270, 293, 377, 391, 397, 414, 415, 434, 437, 438, 470, 484, 764, 765, 767

Quellen-Senken-Kombination 510, 593, 594, 677, 680, 681, 682, 683, 684, 685, 686, 705, 719, 808, 810

Quellen- und Senkenströmung, räumlich 463

Querkraft XXXI, XXXIII, 52, 55, 56, 58, 423, 484, 610, 611, 612, 613, 614, 620, 621, 626, 627, 631, 634, 641, 643, 644, 747, 815, 823

## R

Randbedingungen X, 49, 97, 104, 133, 191, 207, 241, 254, 257, 268, 269, 270, 301, 302, 358, 368, 385, 400, 401, 469, 470, 579, 663, 666, 674, 675, 676, 691, 692, 699, 702, 737, 746, 749, 753, 792

räumliche Quellen- und Senkenströmung 463

räumlicher Dipol 455, 471, 479, 480

räumlicher, drehsymmetrischer Halbkörper 493

räumlicher Halbkörper 493

Reaktionskraft 1, 5, 17, 18, 32, 42

Realteil **Re** der komplexen Zahl 525

reellwertige Funktion  $F(z)$  in einer komplexen Variablen 564

Reibungswiderstand 30, 32, 33, 35, 72, 76, 126, 325, 332, 370, 507

resultierende Kraft 64, 84, 85, 209, 315, 322, 327, 349, 422, 453, 454, 484, 610, 831, 833, 836

Reynolds, Osborne XXIII, 47, 50, 53, 61, 135, 156, 157, 159, 161, 163, 164, 165, 166, 172, 173, 174, 175, 176, 177, 179, 180, 181, 183, 190, 281, 355, 455, 513, 614, 726

Reynoldssches Ähnlichkeitsgesetz 180  
Reynolds-Zahl 156, 157, 159, 161, 163, 164, 166, 172, 173, 174, 175, 177, 179, 180, 181, 183, 281, 455  
Riemannsche Blätter 753  
Riemannscher Abbildungssatz 747  
Runge, Carl 726, 857, 858, 859, 861  
Runge-Kutta-Verfahren 857

## S

Satz von Kutta-Žukovskij 631, 632, 643, 644  
Satz von Schwarz 194, 242, 265, 266, 362, 363, 785, 788  
Saugkraft 422, 821, 822, 823, 834, 840, 860  
Schallgeschwindigkeit 161, 162, 163, 173, 178, 179, 189, 311  
Scherspannung 33, 72, 75, 76, 325, 326  
Schlichting, Hermann 23, 61, 112, 113, 119, 120, 122, 135, 183, 190, 278, 332, 336, 356, 358, 455, 466, 500, 513, 613, 726, 830, 835, 862  
schräg angeströmte ebene Platte 797, 823  
Schränkung 96, 102  
Schub, installierter 346  
Schubkraft 1, 4, 151, 314, 341, 345, 346, 347  
Schub, nicht installierter 346  
schwanzlastig 836  
Schwenkdüse 338, 341, 346  
Schwerkraft 19, 50, 51, 53, 177, 227, 276, 286, 287, 290, 291, 294, 303, 315, 366  
Schwerpunktsatz der Mechanik 316  
Sehne 841, 842, 848, 860  
Senke 208, 220, 225, 374, 410, 414, 423, 424, 425, 426, 427, 428, 429, 431, 432, 434, 437, 466, 467, 470, 471, 472, 473, 474, 510, 511, 654, 655, 656, 658, 664, 677, 692, 706, 757, 758, 759, 761  
Short Take-Off and Landing 49, 54, 346  
Skalar 196, 223, 224, 264, 312, 338, 361, 363, 375, 396, 439, 792  
skalare Funktion 240, 261, 287, 288, 360, 361, 377, 389  
Skalarfeld XXVI, XXVII, XXVIII, XXX, 360, 363, 627  
Slats (Vorflügel) 346  
spezifische Elementararbeit der Volumenkräfte 244  
spezifische kinetische Energie 214, 246, 250  
spezifische Verschiebearbeit 243, 245, 246, 250  
Stammfunktion 256, 574, 643, 668, 741, 789, 790, 862  
stationär XIV, 203, 204, 207, 213, 214, 215, 217, 219, 222, 231, 240, 243, 245, 246, 249, 251, 272, 285, 293, 296, 333, 359, 374, 808  
stationäre Strömung 135, 203, 205, 246, 254, 333  
statischer Druck XIII, 5, 6, 7, 8, 9, 75, 254, 309, 311, 333, 610, 619, 626  
stereografische Projektion 733, 734, 735, 737, 738, 742, 743, 744  
Stokessche Stromfunktion 456, 459, 471, 477, 479, 484, 502, 512

- STOL (Short Take-Off and Landing) 49, 54, 55, 346
- Stoß 312, 314, 365, 367
- Streckung 95, 96, 99, 101, 102, 111, 112, 115, 121, 122, 123, 124, 125, 132, 169, 170, 571, 578, 793
- Stromfaden 180, 181, 201, 206, 209, 210, 219, 221, 398, 400, 408, 409
- Stromfunktion XXX, 360, 388, 389, 390, 391, 392, 394, 397, 398, 399, 400, 401, 404, 405, 410, 412, 414, 415, 416, 424, 425, 426, 429, 431, 432, 434, 437, 441, 443, 445, 446, 449, 450, 456, 458, 459, 463, 471, 472, 476, 477, 479, 484, 485, 493, 502, 503, 512, 515, 518, 558, 560, 561, 564, 566, 579, 583, 585, 593, 595, 601, 603, 604, 605, 614, 616, 618, 637, 640, 641, 648, 650, 656, 663, 679, 680, 681, 686, 688, 692, 697, 699, 702, 705, 710, 711, 749, 760, 767, 779, 784, 787, 792
- Stromfunktion, Stokessche 456, 459, 471, 477, 479, 484, 502, 512
- Stromlinie VII, VIII, XXVIII, 19, 20, 21, 22, 23, 201, 202, 203, 204, 205, 206, 210, 213, 216, 217, 218, 219, 221, 246, 247, 248, 249, 251, 253, 254, 255, 256, 257, 259, 271, 273, 275, 278, 279, 280, 282, 284, 290, 291, 292, 293, 295, 296, 297, 301, 350, 352, 358, 379, 389, 390, 399, 400, 406, 407, 409, 435, 440, 442, 446, 447, 457, 464, 502, 581, 596, 600, 601, 608, 634, 637, 645, 648, 650, 656, 676, 680, 682, 683, 686, 699, 704, 705, 706, 709, 711, 712, 713, 714, 716, 719, 729, 747, 749, 754, 757, 768, 772, 775, 802, 807, 817, 818, 825, 828, 829, 857
- Stromröhre 201, 206, 207, 209, 219, 221, 293, 303, 304, 305, 309, 310, 374
- Strömungsfeld XXIV, XXV, XXVIII, XXX, 8, 9, 26, 27, 38, 45, 160, 164, 166, 167, 173, 175, 177, 178, 185, 205, 212, 214, 216, 220, 223, 224, 225, 229, 234, 239, 246, 247, 249, 251, 254, 259, 264, 265, 271, 272, 277, 289, 303, 317, 319, 320, 328, 374, 375, 377, 385, 387, 388, 394, 395, 399, 417, 419, 420, 421, 422, 455, 469, 470, 479, 486, 487, 488, 494, 495, 515, 586, 587, 599, 600, 606, 614, 618, 620, 621, 631, 646, 648, 652, 664, 667, 682, 704, 729, 750, 751, 755, 756, 768, 769, 770, 772, 778, 791, 796, 797, 801, 802, 803, 804, 806, 808, 809, 820, 823, 825, 828, 829, 831, 837
- Strömungsfunktion 515, 561, 562, 563, 564, 565, 566, 578, 579, 583, 586, 587, 590, 594, 597, 599, 601, 631, 635, 637, 638, 641, 645, 648, 655, 656, 663, 668, 669, 671, 679, 686, 688, 689, 692, 697, 698, 710, 719, 720, 721, 749, 750, 751, 753, 754, 756, 758, 759, 760, 761, 774, 808, 809, 816, 817, 855
- Strömungsumlenkung 5, 19, 49
- Strouhal-Zahl 180
- substantielle Änderung 223, 320
- substanzielles Differential 223
- Swivel Nozzle, Schwenkdüse 336, 337, 346, 347
- symmetrische Körper 271

## T

- Tietjens, Oskar XX, 41, 57, 61, 156, 190, 355, 356, 365, 447, 454, 466, 471, 488, 492, 512, 513, 557, 580, 581, 592, 632, 678, 684, 688, 694, 699, 726, 803, 818, 862
- Trägheitskraft 21, 165, 179, 226, 228, 274, 490
- Tragkraft 1, 346, 347
- Trennungsfläche 116, 117, 120, 836



Triebwerk 24, 313, 314, 323, 342, 343, 344, 345, 346, 347, 348  
Truckenbrodt, Erich 23, 61, 112, 113, 119, 120, 122, 135, 224, 278, 315, 332, 356, 358, 410,  
454, 455, 466, 471, 474, 475, 476, 477, 500, 513, 613, 726, 830, 835, 862  
Tschaplygin, Sergei 638, 641, 856, 860, 862  
Turbofan 55, 341, 342, 343  
Turbojet 323, 341

## U

umkehrbar eindeutige Abbildung 748, 761, 762  
Umströmung eines Kreiszylinders 443, 444, 452, 601, 634, 666, 729, 748  
Umströmung eines Kreiszylinders mit Zirkulation 58, 601, 604, 605, 606, 611, 613, 614,  
616, 619, 620, 621, 631, 633, 634, 638, 641, 643, 729, 747, 816, 840, 848  
Umströmung eines Kreiszylinders ohne Zirkulation 443, 452  
uninstallierter Schub 346  
Unterseitenströmung 13  
unvollständige Ähnlichkeit 169, 172  
Upwash 17, 19, 39, 118, 369

## V

Vektor XXVI, XXVII, XXIX, 3, 22, 23, 193, 196, 201, 203, 204, 217, 223, 227, 257, 259,  
262, 275, 276, 312, 324, 327, 360, 363, 377, 389, 392, 395, 398, 428, 474, 489, 519, 529,  
569, 627, 634, 635, 765, 859  
Vektoranalysis V, XVI, XIX, XXIII, XXIX, XXX, 38, 46, 195, 196, 197, 204, 220, 223, 331,  
389, 392, 396, 489, 613, 765  
Vektorfeld XXVI, XXVIII, XXIX, XXX, 195, 201, 220, 225, 239, 242, 266, 287, 301, 359,  
360, 361, 363, 364, 374, 389, 395, 437  
Vektorprodukt 258, 380  
Vertauschungsprinzip 401, 456, 477, 479, 512, 560  
Verzerrung 168, 706, 733, 735, 793, 812  
Verzerrungsfaktor 794, 795, 799, 805, 813, 825, 848, 850, 853  
Verzerrungszahl 794, 799, 841, 847  
Viskosität XXXV, 30, 32, 33, 34, 35, 36, 43, 51, 52, 56, 95, 119, 140, 142, 144, 146, 152,  
155, 157, 161, 163, 173, 174, 175, 177, 182, 183, 185, 206, 207, 221, 310, 322, 326, 422,  
490, 505, 611  
vollständige Ähnlichkeit 169, 172, 184  
Volumenkraft 191, 194, 195, 196, 226, 227, 228, 230, 244, 248, 249, 254, 274, 286, 287,  
294, 295  
Volumenstrom 141, 207, 208, 304, 305, 309, 310, 321, 330, 398, 399, 409, 422, 432, 456,  
458, 459, 466, 468, 495, 501, 646, 647, 655, 692, 695  
Vorflügel 281, 346  
V-Stellung 96

**W**

- Wandkontur 270, 271, 399, 648
- Wechselwirkungsgesetz 4, 5, 17, 19, 42, 54, 343, 369, 609, 618
- Wechselwirkungswiderstand 346
- Wegintegral 375, 378, 379, 385, 386, 395, 643
- Weg- oder Linienintegral 375, 377, 614
- Weltner, Klaus VIII, XII, 5, 12, 13, 14, 17, 41, 42, 51, 52, 58, 61, 62, 611, 632
- Widerstand XVI, XXXV, 12, 34, 35, 36, 43, 53, 64, 68, 91, 92, 95, 97, 103, 111, 113, 114, 115, 119, 120, 121, 122, 123, 124, 125, 126, 127, 129, 130, 132, 133, 134, 157, 184, 185, 192, 227, 326, 327, 332, 333, 335, 346, 453, 455, 484, 507, 610, 614, 666, 822, 823
- Widerstand, induzierter 114, 115, 120, 121, 122, 123, 126, 132, 133
- Widerstandsbeiwert 78, 88, 95, 96, 105, 109, 112, 113, 127, 156, 159, 188, 332, 335, 336, 453, 506, 507
- Widerstandskraft XXXV, 35, 67, 68, 69, 75, 97, 119, 120, 133, 143, 145, 154, 325, 335, 422, 454, 484, 505, 507, 606, 621, 626, 822, 823
- Widerstandspolare 88, 97, 98, 109, 110, 112, 114, 115, 122, 126, 127, 128
- Widerstandspolare, parabolische 126, 127, 128, 870
- Winkelgeschwindigkeit 23, 58, 146, 151, 233, 234, 237, 260, 275, 285, 286, 296, 380, 384, 387, 388, 395, 610
- winkeltreu 729, 733, 775, 776, 792, 819
- winkeltreue Abbildung 578, 725, 727, 743, 750, 768, 773, 820, 861
- Wirbel, freier 118
- Wirbel, gebundener 118

**Z**

- Zeiger 519, 526, 527, 528, 529, 531, 533, 534, 539, 559, 566, 581, 584, 588, 596, 598, 654, 656, 670, 672, 678, 679, 692, 710, 795, 808, 847
- Zentrifugalkraft VIII, 192, 286, 290, 292
- Zentripetalbeschleunigung 19, 22, 23, 32, 273, 275, 276, 284
- Zentriwinkel 846, 855, 857
- Zirkulation XI, XXX, XXXI, 36, 37, 38, 39, 40, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 56, 58, 62, 260, 266, 331, 332, 359, 363, 367, 369, 370, 371, 372, 379, 385, 423, 440, 441, 443, 446, 452, 480, 482, 487, 505, 595, 601, 603, 604, 605, 606, 607, 611, 613, 614, 615, 616, 619, 620, 621, 622, 623, 624, 630, 631, 632, 633, 634, 638, 641, 642, 643, 644, 729, 747, 766, 815, 816, 817, 818, 821, 822, 823, 828, 831, 834, 836, 837, 839, 840, 841, 848, 858, 859
- Žukovskij, Nikolai Jegorowitsch XVI, XVII, XVIII, XXX, XXXI, XXXII, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 46, 58, 331, 332, 356, 370, 611, 614, 620, 621, 631, 632, 633, 638, 643, 644, 726, 834, 859, 862
- Zweites Newtonsches Axiom 3, 4, 141, 314
- Zylinderkoordinaten 435, 437, 439, 440, 442, 444, 449, 455, 460, 462, 479