

Inhaltsverzeichnis.

I. Die Prinzipien der Mechanik.

§ 1. Das Prinzip der virtuellen Arbeiten als allgemeines Grundgesetz der Statik	2
1. Einleitende Bemerkungen und der Begriff der virtuellen Verrückung	2
2. Das Prinzip der virtuellen Verrückungen für ein Körpersystem	3
3. Beispiele und Anwendungen	6
a) Die doppelschiefe Ebene.	6
b) Klappbrücke	7
c) Zugbrücke	7
d) Das Torricellische Prinzip	8
4. Die Arten des Gleichgewichtes (stabiles und labiles Gleichgewicht)	9
§ 2. Anwendungen des Prinzips der virtuellen Arbeiten auf die Elastizitätstheorie (Energimethoden der Elastizitätslehre)	12
1. Das elastische Fachwerk	12
2. Das Prinzip der virtuellen Verrückungen für linear elastische Systeme	14
3. Elastische Systeme aus Hookeschem Material	17
4. Das Prinzip der virtuellen Kräfte	19
5. Die Formänderungsarbeit für spezielle Belastungen eines geraden Stabes	21
a) Reiner Zug bzw. Druck	21
b) Reine Biegebeanspruchung	22
c) Durch Querkräfte hervorgerufener Schubspannungszustand	23
d) Durch Torsion hervorgerufener Schubspannungszustand	24
6. Die Sätze von CASTIGLIANO	26
a) Ihre Herleitung	26
b) Beispiele	27
α) Kragbalken mit Momentenbelastung	27
β) Gelenkig gelagerter Balken mit Einzellast	28
c) Eine Bemerkung	28
d) Anwendung des ersten Castiglianoschen Satzes zur Bestimmung von Reaktions- und Schnittlasten bei statisch unbestimmten Systemen	29
7. Das Ritzsche Verfahren	30
Übungen zu § 1 und § 2	37
§ 3. Das Prinzip von D'ALEMBERT	53
1. Einleitende Bemerkungen. Das Problem des Schwingungsmittelpunktes und seine Lösung durch HUYGENS	53
2. JAKOB BERNOULLIS Problem	54
3. Das Prinzip von D'ALEMBERT	55
4. Beispiele	58
a) Drehung eines starren Körpers um eine feste Achse	58
b) Förderkorb	58
c) Abrollen auf der schiefen Ebene	58
d) Bewegung auf der Doppelschiefebene	59

§ 4. Das Hamiltonsche Prinzip	59
1. Einleitende Bemerkungen	59
2. Die Lagrangesche Zentralgleichung	59
3. Das Hamiltonsche Prinzip	60
4. Die Prinzipien von MAUPERTUIS, GAUSS und HERTZ	61
§ 5. Schwingungen von Saiten (Seilen), Membranen und Stäben	62
1. Die Bewegungsgleichung einer Saite	62
2. Allgemeine Bewegungsgleichungen eines dehnbaren Fadens	69
3. Die Bewegung einer Membran	71
a) Die rechteckige Membran	73
b) Die kreisförmige Membran	74
4. Stabschwingungen	76
a) Longitudinalschwingungen	76
b) Torsionsschwingungen	78
c) Transversalschwingungen von Stäben	78
d) Erzwungene Transversalschwingungen von Stäben	82
5. Näherungsweise Ermittlung der ersten Eigenkreisfrequenz von Saiten, Membranen und Stäben nach RAYLEIGH	83
a) Schwingende Saite	84
b) Durch Einzelmasse belastete Saite	84
c) Transversal schwingender Stab mit Einzelmasse	85
d) Kreisförmige Membran	86
§ 6. Lagrangesche Bewegungsgleichungen	86
1. Vorbereitende Bemerkungen	86
2. Die Bewegungsgleichungen	87
3. Ein Beispiel: Das Doppelpendel	89
§ 7. Die räumliche (Dreh-)Bewegung eines starren Körpers	90
1. Bewegung eines starren Körpers um einen raumfesten Punkt. Die Eulerschen Gleichungen	91
2. Die kinetische Energie. Das Trägheitsellipsoid	93
3. Die kräftefreie Bewegung. Der Kreisel	94
a) Der Körper dreht sich mit konstanter Winkelgeschwindigkeit um eine Hauptträgheitsachse	95
b) Der Kreisel	96
4. Das Moment der Kreiselwirkung. Deviationswiderstand	97
5. Der schwere Kreisel. Die Eulerschen Winkel	99
§ 8. Variationsrechnung mit Anwendungen auf die Mechanik	101
1. Einleitende und historische Bemerkungen	101
2. Die Eulersche Differentialgleichung	103
3. Beispiele	106
a) Die Brachistochrone	106
b) Rotationskörper kleinster Oberfläche	107
c) Die Form eines homogenen schweren Seiles	107
d) Das Prinzip von FERMAT	108
e) Variationsproblem und Laplacesche Potentialgleichung	108
4. Variationsproblem und Differentialgleichung	108
5. Eigenwertbestimmung nach dem Ritzschen Verfahren. Der Rayleigh- sche Quotient	110
a) Die Differentialgleichung zweiter Ordnung	110
b) Die Differentialgleichung vierter Ordnung	115
Übungen zu § 3 bis § 8	117

II. Ausgewählte Probleme der höheren Elastizitätstheorie.

§ 9. Der allgemeine Spannungs- und Deformationszustand der linearen Elastizitätstheorie	142
1. Spannungen und Gleichgewichtsbedingungen	142
2. Die Deformationsgleichungen	145
3. Die Differentialgleichungen für die Verschiebungen und Spannungen	146
§ 10. Der ebene Spannungszustand	148
1. Einleitende Bemerkungen	148
2. Der Mohrsche Spannungskreis	149
3. Die Verträglichkeitsbedingung und die Differentialgleichungen für die Spannungen	152
4. Die Airysche Spannungsfunktion	153
5. Beispiele von Airyschen Spannungsfunktionen	154
6. Ebener Spannungszustand in Polarkoordinaten	157
a) Bohrung in einer Vollscheibe mit Radialdruck	159
b) Reine Biegung eines kreisbogenförmigen Balkens	159
§ 11. Der rotationssymmetrische Spannungszustand	161
1. Gleichgewichtsbedingungen und Deformationsgleichungen	161
2. Spezialfälle an Kreiszylindern und Kreisrohren	162
a) Mittlerer Bereich eines sehr langen Rohres bzw. Zylinders	162
α) Der ebene Deformationszustand	164
β) Der Fall freier Zylinderenden	164
γ) Der Fall belasteter Zylinderenden	165
b) Der ebene Spannungszustand	165
c) Beispiele	166
α) Kreiszylindrisches Rohr mit innerer und äußerer Belastung	166
β) Rotierender Vollkreiszylinder	167
3. Die Differentialgleichungen für die Verschiebungen im allgemeinen rotationssymmetrischen Fall ohne Massenkräfte	167
4. Der durch eine Einzelkraft belastete elastische Halbraum	169
5. Die Theorie der Härte von HEINRICH HERTZ	171
6. Die Theorie des Stoßes elastischer Körper nach HERTZ	176
§ 12. Theorie der dünnen Platten mit kleiner Durchbiegung. (Kirchhoffsche Plattentheorie)	179
1. Erklärungen	179
2. Spannungen, Schnittlasten, Gleichgewichtsbedingungen	179
3. Die Deformationen. Die Plattengleichung	181
4. Die Randbedingungen und Auflagerlasten	183
a) Eingespannter Rand	183
b) Frei gestützter Rand	184
c) Kräftefreier Rand	185
5. Einfache Anwendungen der Plattengleichung	186
a) Der Plattenstreifen	186
b) Am Rande eingespannte elliptische Platte unter konstanter Last	186
6. Die freigelagerte rechteckige Platte	187
a) Platte mit gleichmäßiger Vollast	188
b) Belastung durch eine Einzelkraft	188
7. Die Kreisplatte	189
8. Spezielle Belastungs- und Lagerungsfälle von Kreisplatten	192
a) Die eingespannte Platte unter gleichmäßiger Last	192
b) Freigestützte Platte unter gleichmäßiger Last	192
c) Platte mit Einzellast im Mittelpunkt	193

9. Plattenschwingungen	193
a) Die freigestützte Rechteckplatte	193
b) Die eingespannte Kreisplatte	194
c) Bestimmung der ersten Eigenkreisfrequenz nach der Energiemethode	195
§ 13. Einblick in die Schalentheorie	197
1. Erklärungen	197
2. Membrantheorie rotationssymmetrischer Schalen mit ebensolchen Lasten	198
3. Beispiele für Membranspannungszustände	200
a) Die Kugelschale	200
α) Belastung durch Eigengewicht	200
β) Konstanter Innendruck	200
γ) Hydrostatischer Druck	201
b) Kegelschale	201
4. Biegebeanspruchung rotationssymmetrischer Schalen	201
Übungen zu § 9 bis § 13	204
§ 14. Torsion von Stäben	272
1. Einleitende Bemerkungen	272
2. Die Theorie von DE SAINT-VENANT	273
3. Beispiele	278
a) Der elliptische Stab	278
b) Der schmale rechteckige Stab	280
c) Der rechteckige Stab	282
4. Das Membrangleichnis (Seifenhautmethode) und das hydrodynamische Gleichnis	289
5. Torsion bei behinderter Querschnittsverwölbung	292
a) Wölbkrafttorsion eines I-Trägers	293
b) Der rechteckige Stab	296
Übungen zu § 14	302
§ 15. Instabilitätsprobleme	312
1. Einleitende Bemerkungen	312
2. Die Durchbiegung (Elastika) des geknickten Stabes	313
a) Lösung durch Iteration	313
b) Lösung mit Hilfe der Störungsrechnung	315
3. Knickung im elastischen Bereich (Eulersche Theorie) und im nicht-elastischen Bereich	317
4. Das Kippen eines auf Biegung beanspruchten Trägers mit schmalem Rechteckquerschnitt	319
5. Knickung kreisförmiger Ringe und Rohre unter Außendruck	322
a) Die Differentialgleichung der Biegelinie	322
b) Knickung unter gleichmäßigem Außendruck	323
α) Knicken eines Ringes von kreisförmigem Querschnitt	325
β) Beulen einer Kreiszyinderschale unter Außendruck	325
6. Beulung von Platten	325
7. Die Theorie der Beulung von Schalen	330
8. Biegedrillknickung von axial gedrückten Stäben	332
Übungen zu § 15	339
III. Einblick in die Plastizitätstheorie.	
§ 16. Allgemeine Betrachtungen	363
1. Einführende Bemerkungen über Ziele und Entwicklung der Plastizitätstheorie	363
2. Physikalische Voraussetzungen	366
3. Der Spannungs- und Deformationszustand	367
a) Der Spannungszustand	367
b) Der Deformationszustand	369

4. Fließbedingungen und Verfestigungsgesetze. Bruchhypothesen . . .	371
5. Die Spannungs-Deformations-Beziehungen . . .	374
a) Elastisches Material . . .	374
b) Die Gesetze von NEWTON, KELVIN und MAXWELL . . .	374
c) Das Gesetz von HENCKY . . .	375
d) Das differentielle Spannungs-Deformations-Gesetz nach DE ST.-VÉNANT, LÉVY-v. MISES und PRANDTL-REUSS . . .	376
e) Finites oder differentielles Gesetz? . . .	377
6. Die Deformationsenergie . . .	378
7. Die Lösungen von Problemen der Plastizitätstheorie . . .	379
§ 17. Anwendungen . . .	380
1. Theorie der plastischen Balkenbiegung . . .	380
2. Beispiele und Ergänzungen zur Balkentheorie . . .	383
a) Durchführung der Lösung für idealplastisches Material und rechteckigen Querschnitt . . .	383
b) Beispiele . . .	384
α) Gleichmäßig belasteter frei aufliegender Balken . . .	384
β) Durch Einzellast belasteter Kragträger . . .	385
c) Die Berechnung der Durchbiegung . . .	386
d) Die Schubspannungen . . .	387
3. Plastische Torsion . . .	387
4. Das achsensymmetrische Problem . . .	394
5. Knickung von Stäben nach Überschreiten der Proportionalitätsgrenze . . .	401
a) Die Knicktheorie nach ENGESSER-v. KÁRMÁN . . .	402
b) Die Knicktheorie nach SHANLEY . . .	404
6. Das Problem des ebenen plastischen Fließens und die Theorie der Gleitlinien . . .	405
7. Der Walzvorgang als Beispiel für ein technologisches Formgebungsverfahren . . .	410
Übungen zu § 16 und § 17 . . .	412
IV. Theorie der Flüssigkeiten und Gase.	
§ 18. Ideale Flüssigkeiten . . .	429
1. Die Eulerschen Grundgleichungen . . .	430
2. Die Kontinuitäts- und Zustandsgleichung . . .	431
3. Erhaltung der Masse. Impuls- und Energiesatz . . .	433
§ 19. Dynamik inkompressibler idealer Flüssigkeiten . . .	434
1. Die allgemeinen Gleichungen und grundsätzliche Bemerkungen . . .	434
2. Die Helmholtzschen Wirbelsätze . . .	437
3. Potentialströmungen . . .	438
4. Ebene stationäre Potentialströmung . . .	441
5. Beispiele ebener Potentialströmungen . . .	444
a) Parallelströmung . . .	444
b) Quelllinienströmung . . .	444
c) Wirbellinienströmung . . .	445
d) Quell- und Senkenströmung. Doppelquelle (Dipol) . . .	445
6. Strömung um einen Kreis . . .	447
a) Ausweichströmung . . .	447
b) Parallelströmung mit Zirkulation . . .	448
7. Methode der konformen Abbildung . . .	449
8. Beispiele zur Methode der konformen Abbildung . . .	451
a) Abbildung des Kreises in ein Kreisweieck . . .	451
b) Die Strömung um eine Platte . . .	452
9. Die Bedingung von KUTTA, JOUKOWSKI-Profile . . .	453
10. Ebene Oberflächenwellen . . .	454

§ 20. Bewegung zäher Flüssigkeiten	456
1. Die Bewegungsgleichungen von NAVIER-STOKES	456
2. Die Stokessche Widerstandsformel für die Kugel	460
3. Flüssigkeiten geringer Zähigkeit. Die Grenzschicht von PRANDTL	462
a) Grundsätzliche Bemerkungen	462
b) Strömung um eine dünne Platte	463
c) Ablösung der laminaren Grenzschicht und Wirbelbildung	465
d) Bemerkungen zur Tragflügeltheorie	467
§ 21. Einblick in die Dynamik idealer Gase.	469
1. Die Grundgleichungen der Gasdynamik	469
2. Die thermodynamischen Grundgesetze	470
3. Ausbreitung kleiner Störungen. Die Schallgeschwindigkeit	472
4. Die Machsche Zahl	474
5. Verdichtungsstoß oder Stoßwelle	475
6. Stationäre und wirbelfreie Strömung	477
7. Stationäre Stromfadentheorie	479
§ 22. Potentialtheoretische Behandlung gasdynamischer Probleme	483
1. Die Differentialgleichung des Geschwindigkeitspotentials einer wirbel- freien und stationären Strömung	483
2. Ebene und parallele Anströmung eines schlanken Profils	485
3. Strömung um schlanke Rotationskörper	488
4. Rotationskörper kleinsten Widerstandes	491
§ 23. Gasströmungen mit Unstetigkeitsflächen (Verdichtungs- stöße)	496
1. Die allgemeinen Stoßgleichungen	496
2. Der eindimensionale stationäre Verdichtungsstoß	501
3. Der eindimensionale instationäre Verdichtungsstoß	501
4. Weitere Bemerkungen zur Theorie des Verdichtungsstoßes	502
Übungen zu § 18 bis § 23	504
Anhang. Vermischte Übungsaufgaben	529
Namen- und Sachverzeichnis	536