

2023

# Realschule

Original-Prüfungen  
mit Lösungen

**MEHR  
ERFAHREN**

Bayern

Mathematik I

Original-Prüfungsaufgaben  
**2022** zum Download

**STARK**

# Inhaltsverzeichnis

## Hinweise

Aufbau und Ablauf der Prüfung .....	I
Unterschiede ab 2023 .....	I
Arbeit mit diesem Buch .....	II
Alte Notenschlüssel zur Orientierung .....	III
Termine 2023 .....	III

## Übungsaufgaben

### Teil A – ohne Taschenrechner

Daten und Zufall .....	Ü-1
Funktionen, ebene Geometrie und Raumgeometrie .....	Ü-6
Lösungsvorschlag .....	Ü-14

### Teil B – mit Taschenrechner

Daten und Zufall .....	Ü-47
Lösungsvorschlag .....	Ü-52

## Aufgaben im Stil der Prüfung

### Beispielaufgaben

Teil A – ohne Taschenrechner .....	B-1
Lösungsvorschlag .....	B-3
Teil B – mit Taschenrechner .....	B-6
Lösungsvorschlag .....	B-10

**Musterprüfung**

Teil A – ohne Taschenrechner .....	M-1
Lösungsvorschlag .....	M-3
Teil B – mit Taschenrechner .....	M-5
Lösungsvorschlag .....	M-9

**AbschlussprüfungsAufgaben**

---

**Abschlussprüfung 2017**

Teil A – mit Taschenrechner .....	2017-1
Lösungsvorschlag .....	2017-5
Teil B – mit Taschenrechner .....	2017-13
Lösungsvorschlag .....	2017-16

**Abschlussprüfung 2018**

Teil A – mit Taschenrechner .....	2018-1
Lösungsvorschlag .....	2018-4
Teil B – mit Taschenrechner .....	2018-10
Lösungsvorschlag .....	2018-12

**Abschlussprüfung 2019**

Teil A – mit Taschenrechner .....	2019-1
Lösungsvorschlag .....	2019-4
Teil B – mit Taschenrechner .....	2019-9
Lösungsvorschlag .....	2019-11

**Abschlussprüfung 2020**

Teil A – mit Taschenrechner .....	2020-1
Lösungsvorschlag .....	2020-4
Teil B – mit Taschenrechner .....	2020-9
Lösungsvorschlag .....	2020-12

**Abschlussprüfung 2021**

Teil A – mit Taschenrechner .....	2021-1
Lösungsvorschlag .....	2021-4
Teil B – mit Taschenrechner .....	2021-10
Lösungsvorschlag .....	2021-13

**Abschlussprüfung 2022** ..... [www.stark-verlag.de/mystark](http://www.stark-verlag.de/mystark)

Sobald die Original-Prüfungsaufgaben 2022 freigegeben sind, können sie als PDF auf der Plattform MyStark heruntergeladen werden (Zugangscode vgl. Umschlaginnenseite).

## Digitales Übungsmaterial zu diesem Buch

---

Zu den folgenden Themen bietet dir das Buch **Lernvideos** und **GeoGebra-Anwendungen**:

- Dreisatz
- Winkel an Geradenkreuzungen und Winkelsummen
- Strahlensätze
- Lineare Funktionen (Geraden)
- Verschobene Normalparabel
- Gestreckte/Gestauchte Parabel
- Bestimmung von Nullstellen bei quadratischen Funktionen
- Exponentialfunktionen
- Baumdiagramm

Mit einem **Smartphone/Tablet** kannst du den abgebildeten **QR-Code** scannen und so die Lernvideos starten.

Am PC kannst du die Lernvideos über folgenden Link öffnen:

[https://www.stark-verlag.de/qrcode/lernvideos\\_0910tk](https://www.stark-verlag.de/qrcode/lernvideos_0910tk)

### **Autor**

Übungsaufgaben (inkl. Lösungen) sowie Lösungen der Beispielaufgaben, Musterprüfung und der Abschlussprüfungsaufgaben: RSD Alois Einhauser



## Bayern • Realschule • Übungsaufgaben

### Mathematik I – Teil B – mit Taschenrechner

#### Daten und Zufall

- 1.1** Marianne erinnert sich bei einem Regensburger Autokennzeichen nur noch daran, dass in der Mitte zwei unterschiedliche Buchstaben standen und dann eine dreistellige Zahl folgte. Ob hier gleiche Ziffern vorkamen, konnte sie nicht sagen.

R – XX – XXX

Ermitteln Sie, wie viele Möglichkeiten es für das Kennzeichen gibt.

*Hinweis:* Als Buchstaben kommen die 26 Großbuchstaben des lateinischen Alphabets in Frage.

- 1.2** Lea erinnert sich bei einem Augsburger Autokennzeichen nur noch daran, dass in der Mitte zwei gleiche Buchstaben standen und dann eine dreistellige Zahl folgte. Dabei waren die Hunderter- und die Zehnerstelle sicher gleich und es handelte sich um eine gerade Zahl.

A – XX – XXX

Ermitteln Sie, wie viele Möglichkeiten es für das Kennzeichen gibt.

*Hinweis:* Als Buchstaben kommen die 26 Großbuchstaben des lateinischen Alphabets in Frage.

- 2** Aus zwölf Eissorten werden je vier verschiedene in einem Becher gekauft. Die Anordnung der Eissorten ist egal.  
Bestimmen Sie, wie viele Möglichkeiten es gibt.
- 3** Eine Klasse besteht aus 24 Schülerinnen und Schülern. In der Klasse gibt es nur einen Felix. Für eine Gruppenarbeit sollen per Losverfahren Vierergruppen gebildet werden.  
Ermitteln Sie, wie viele Möglichkeiten der Gruppenzusammensetzung es für die Gruppe gibt, in der der Schüler Felix ist.
- 4** Bei einem Turnier gibt es elf Teams. Alle Teams sollen genau einmal gegeneinander spielen.  
Ermitteln Sie, wie viele Spiele es gibt.

- 5.0** Beim Spiel „Mastermind professional“ wählt Spieler A aus acht verschiedenfarbigen Stiften fünf aus und ordnet diese in einer Reihe an. Spieler B muss diesen Farb-Code erraten.
- 5.1** Bestimmen Sie die Gesamtanzahl an möglichen Farb-Codes.
- 5.2** Spieler B hat bereits beim ersten Versuch erraten, welche Farben Spieler A ausgewählt hat. Er muss nun nur noch die Reihenfolge herausfinden.  
Bestimmen Sie die Anzahl der Möglichkeiten, die Farbstifte anzutragen.
- 5.3** In den folgenden Teilaufgaben sind für jede der acht Farben fünf Stifte vorhanden.  
Bestimmen Sie die Anzahl an möglichen Farb-Codes, wenn die fünf ausgewählten Stifte im Farb-Code nicht verschiedenfarbig sein müssen.
- 5.4** Bestimmen Sie die Anzahl an möglichen Farb-Codes, wenn der Farb-Code aus vier grünen und einem gelben Stift bestehen soll.
- 5.5** Bestimmen Sie die Anzahl an möglichen Farb-Codes, wenn der Farb-Code aus drei blauen und zwei grünen Stiften bestehen soll.
- 6.0** Bei einer Verlosung befinden sich insgesamt 20 Lose in der Trommel. Es wird mit „jedes vierte Los gewinnt“ geworben.
- 6.1** Bestimmen Sie, wie viele Gewinnlose und wie viele Nieten in der Los-trommel sind.
- 6.2** Herr Kunz kauft zwei Lose.  
Zeichnen Sie ein zugehöriges Baumdiagramm, in dem die Wahrscheinlichkeiten ersichtlich sind. Bestimmen Sie sodann ...  
a) die Wahrscheinlichkeit, dass Herr Kunz zwei Gewinne zieht.  
b) die Wahrscheinlichkeit, dass Herr Kunz zwei Nieten zieht.  
c) die Wahrscheinlichkeit, dass Herr Kunz mindestens einen Gewinn zieht.
- 6.3** Nachdem Herr Klug beobachtet hat, dass Herr Kunz zwei Nieten gezogen hatte, kauft Herr Klug zwei Lose.  
Zeichnen Sie ein zugehöriges Baumdiagramm, in dem die Wahrscheinlichkeiten ersichtlich sind. Bestimmen Sie sodann die Wahrscheinlichkeit, dass Herr Klug zwei Gewinne zieht.

## Lösungsvorschlag

- 1.1** Da die Buchstaben verschieden waren, gibt es hier  $26 \cdot 25 = 650$  Möglichkeiten.

Da es eine 3-stellige Zahl war, kommen in Frage:

- für die Hunderterstelle nur die Ziffern 1 bis 9 (9 Möglichkeiten)
- für die Zehner- sowie Einerstelle die Ziffern 0 bis 9 (jeweils 10 Möglichkeiten)

Für die 3-stellige Zahl gibt es also  $9 \cdot 10 \cdot 10 = 900$  Möglichkeiten.

Insgesamt gibt es somit  $650 \cdot 900 = 585\,000$  Möglichkeiten.

- 1.2** Da die Buchstaben gleich waren, ist der zweite Buchstabe durch den ersten Buchstaben festgelegt und es gibt hier 26 Möglichkeiten.

Da es eine 3-stellige Zahl war, kommen für die Hunderterstelle nur die Ziffern 1 bis 9 in Frage (9 Möglichkeiten).

Da die Hunderter- und die Zehnerstelle gleich waren, ist die Zehnerstelle durch die Hunderterstelle festgelegt (keine weitere Möglichkeit).

Da die Zahl außerdem gerade war, kommen nur die Einerziffern 0, 2, 4, 6 und 8 in Frage (5 Möglichkeiten).

Für die 3-stellige Zahl gibt es also  $9 \cdot 5 = 45$  Möglichkeiten.

Insgesamt gibt es also  $26 \cdot 45 = 1\,170$  Möglichkeiten.

- 2** Für die Auswahl von 4 verschiedenen Eissorten aus den 12 zur Verfügung stehenden gibt es  $12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 = 11\,880$  Möglichkeiten.

**TIPP** Da die Anordnung der Eissorten egal ist, muss durch die Anzahl der Anordnungen (Permutationen) geteilt werden.

Es gibt  $4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$  verschiedene Anordnungen von 4 Eissorten.

Die gesuchte Anzahl an Möglichkeiten beträgt also:

$$\frac{11\,880}{24} = 495$$

oder:

Diese Frage ist gleichbedeutend mit: Wie viele Möglichkeiten gibt es, 4 aus 12 zu ziehen?

Es gibt also  $\frac{12!}{(12-4)! \cdot 4!} = \frac{12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 495$  Möglichkeiten.

- 3** Da Felix in seiner Gruppe feststeht, müssen noch 3 Gruppenmitglieder „gezogen“ werden. Hierfür gibt es  $23 \cdot 22 \cdot 21 = 10\,626$  Möglichkeiten.

Da es egal ist, in welcher Reihenfolge die Gruppenmitglieder gezogen werden, und es für 3 Personen  $3! = 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$  verschiedene Anordnungen (Permutationen) gibt, beträgt die Anzahl der möglichen Gruppenzusammensetzungen:

$$\frac{10\,626}{6} = 1\,771$$

oder:

Diese Frage ist gleichbedeutend mit: Wie viele Möglichkeiten gibt es, 3 aus 23 zu ziehen?

Es gibt also  $\frac{23!}{(23-3)! \cdot 3!} = \frac{23 \cdot 22 \cdot 21}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 1\,771$  Möglichkeiten.

- 4** Jedes der 11 Teams spielt gegen 10 andere. Das wären  $11 \cdot 10 = 110$  mögliche Partien.

Da jedes Team genau einmal gegen ein anderes spielt, wird nicht zwischen "Team A gegen Team B" oder "Team B gegen Team A" unterschieden.

Somit halbiert sich die Anzahl an möglichen Partien auf insgesamt 55.

oder:

Team 1 spielt gegen 10 gegnerische Teams.

Team 2 spielt noch gegen 9 weitere Teams

(neben dem bereits stattgefundenen Spiel gegen Team 1).

Team 3 spielt noch gegen 8 weitere Teams

(neben den bereits stattgefundenen Spielen gegen Team 1 und 2).

...

Team 10 spielt noch gegen 1 weiteres Team

(neben den bereits stattgefundenen Spielen gegen die Teams 1 bis 9).

Die Summe an Spielen beträgt somit:

$$10 + 9 + 8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = \frac{11 \cdot 10}{2} = 55$$

Es finden 55 Spiele statt.

oder:

Diese Frage ist gleichbedeutend mit: Wie viele Möglichkeiten gibt es, 2 aus 11 zu ziehen?

Die Anzahl der Spiele beträgt also:

$$\frac{11!}{(11-2)! \cdot 2!} = \frac{11 \cdot 10}{2} = 55$$



**Bayern • Realschule • Musterprüfung**  
**Mathematik I – Teil B – mit Taschenrechner**

**Aufgabe B 1**

BE

- B 1.0** Vitamin D kann im menschlichen Körper produziert werden, wenn Sonnenstrahlung unter bestimmten Bedingungen auf die Haut trifft. Im Winterhalbjahr nimmt daher die Konzentration von Vitamin D im Körper normalerweise ab.

Bei Andreas wurde Ende September eine Anfangskonzentration von 55 Nanogramm Vitamin D pro Milliliter Blut ( $55 \frac{\text{ng}}{\text{ml}}$ ) gemessen. Der Zusammenhang zwischen der Anzahl  $x$  der Wochen und der verbleibenden Konzentration  $y \frac{\text{ng}}{\text{ml}}$  an Vitamin D lässt sich bei Andreas näherungsweise durch die Funktion  $f_1$  mit der Gleichung  $y = 55 \cdot 0,93^x$  ( $x \in \mathbb{R}_0^+$ ,  $y \in \mathbb{R}^+$ ) beschreiben.

- B 1.1** Um wie viel Prozent reduziert sich folglich bei Andreas die Konzentration an Vitamin D in einer Woche? Ergänzen Sie.

Die Konzentration reduziert sich in einer Woche um   %.

1

- B 1.2** Berechnen Sie mithilfe der Funktion  $f_1$  die Konzentration an Vitamin D bei Andreas nach 21 Tagen.

Runden Sie auf zwei Nachkommastellen.

1

- B 1.3** Berechnen Sie, in welcher Woche sich die Anfangskonzentration an Vitamin D bei Andreas entsprechend der Funktion  $f_1$  halbiert.

2

- B 1.4** Bei Stephan wurde gleichzeitig mit Andreas eine Messung begonnen. Bei Stephan lässt sich der Zusammenhang zwischen der Anzahl  $x$  der Wochen und der verbleibenden Konzentration  $y \frac{\text{ng}}{\text{ml}}$  an Vitamin D annähernd durch die Funktion  $f_2$  mit der Gleichung  $y = 51 \cdot 0,91^x$  ( $x \in \mathbb{R}_0^+$ ,  $y \in \mathbb{R}^+$ ) beschreiben.

Ist es unter diesen Voraussetzungen möglich, dass die Konzentrationen an Vitamin D zu einem Zeitpunkt bei Stephan und Andreas den gleichen Wert erreichen?

Begründen Sie Ihre Entscheidung ohne Rechnung.

1

## Aufgabe B 2

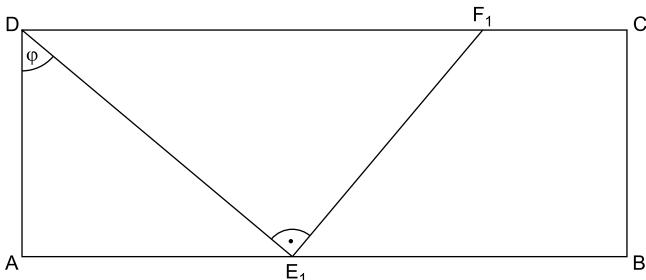
**B 2.0** Gegeben ist das Rechteck ABCD.

Punkte  $E_n$  auf der Seite  $\overline{AB}$  und Punkte  $F_n$  auf der Seite  $\overline{CD}$  legen zusammen mit dem Punkt D Dreiecke  $DE_nF_n$  fest.

Die Winkel  $ADE_n$  haben das Maß  $\varphi$  mit  $\varphi \in [24,30^\circ; 65,70^\circ]$ .

Es gilt:  $|\overline{AB}| = 8 \text{ cm}$ ;  $|\overline{AD}| = 3 \text{ cm}$ ;  $\angle F_n E_n D = 90^\circ$ .

Die Skizze zeigt das Dreieck  $DE_1F_1$  für  $\varphi = 50^\circ$ .



**B 2.1** Begründen Sie, weshalb die Winkel  $DF_nE_n$  stets das Maß  $\varphi$  haben. 1

**B 2.2** Zeigen Sie rechnerisch, dass für die Länge der Strecken  $\overline{CF_n}$  in Abhängigkeit von  $\varphi$  gilt:

$$|\overline{CF_n}|(\varphi) = \left( 8 - \frac{3}{\sin \varphi \cdot \cos \varphi} \right) \text{ cm.}$$

3

**B 2.3** Berechnen Sie die Länge der Strecke  $\overline{CF_1}$ .

Runden Sie auf zwei Nachkommastellen.

1

## Lösungsvorschlag

B 1.1

**TIPP** Die Basis 0,93 gibt an, dass sich die Konzentration in einer Woche auf 93 % verringert. Der gesuchte Prozentsatz, um den verringert wird, beträgt also:  $100\% - 93\% = 7\%$

Die Konzentration reduziert sich in einer Woche um 7 %.

B 1.2

**TIPP** 21 Tage sind 3 Wochen.

$$y = 55 \cdot 0,93^3$$

$$y = 44,24$$

Nach 21 Tagen beträgt die Konzentration an Vitamin D bei Andreas  $44,24 \frac{\text{ng}}{\text{ml}}$ .

B 1.3

**TIPP** Gesucht ist die Belegung von  $x$ , für die  $y = 55 \cdot 0,93^x$  die Hälfte der Anfangskonzentration ergibt.

$$0,5 \cdot 55 = 55 \cdot 0,93^x \quad | :55$$

$$x \in \mathbb{R}_0^+$$

$$\Leftrightarrow 0,5 = 0,93^x$$

$$\Leftrightarrow x = \log_{0,93} 0,5$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{\lg 0,5}{\lg 0,93}$$

$$\Leftrightarrow x = 9,6$$

$$L = \{9,6\}$$

Die Konzentration an Vitamin D halbiert sich in der 10. Woche.

B 1.4

**TIPP** Andreas „startet“ mit einer Anfangskonzentration von  $55 \frac{\text{ng}}{\text{ml}}$ , die wöchentlich um 7 % abnimmt. Stephan „startet“ mit einer Anfangskonzentration von  $51 \frac{\text{ng}}{\text{ml}}$ , die wöchentlich um 9 % abnimmt.

Stephans Anfangswert ist kleiner und nimmt schneller ab als der von Andreas. Die Konzentrationen können folglich niemals gleichzeitig den gleichen Wert erreichen.

$$\text{oder: } \frac{55}{>51} \cdot \overbrace{0,93^x}^{>0,91} > 51 \cdot 0,91^x \quad x \in \mathbb{R}_0^+$$

Die Konzentrationen können folglich niemals gleichzeitig den gleichen Wert erreichen.

### B 2.1

**TIPP** Das Viereck ABCD ist ein Rechteck. Somit gilt:

$$\angle E_n D F_n = \angle A D C - \varphi = 90^\circ - \varphi$$

Aufgrund der Innenwinkelsumme im Dreieck  $D E_n F_n$  gilt:

$$\angle D F_n E_n = 180^\circ - \angle F_n E_n D - \angle E_n D F_n$$

$$\angle D F_n E_n = 180^\circ - 90^\circ - (90^\circ - \varphi)$$

$$\angle D F_n E_n = \varphi$$

### B 2.2

**TIPP** Da  $|\overline{C F_n}| = |\overline{C D}| - |\overline{D F_n}| = |\overline{A B}| - |\overline{D F_n}|$ , benötigt man noch  $|\overline{D F_n}|$ .

Hierzu ermittelt man zunächst  $|\overline{D E_n}|$  im rechtwinkligen Dreieck  $A E_n D$ , um dann im rechtwinkligen Dreieck  $D E_n F_n$  die Streckenlänge  $|\overline{D F_n}|$  zu bestimmen.

Im rechtwinkligen Dreieck  $A E_n D$  gilt:

$$\cos \varphi = \frac{|\overline{A D}|}{|\overline{D E_n}|} \quad \left| \cdot \frac{|\overline{D E_n}|}{\cos \varphi} \right.$$

$$|\overline{D E_n}| = \frac{|\overline{A D}|}{\cos \varphi}$$

$$|\overline{D E_n}|(\varphi) = \frac{3}{\cos \varphi} \text{ cm} \quad \varphi \in [24,30^\circ; 65,70^\circ]$$

Im rechtwinkligen Dreieck  $D E_n F_n$  gilt:

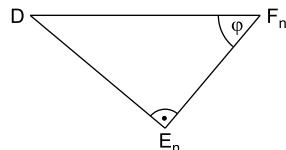
$$\sin \varphi = \frac{|\overline{D E_n}|}{|\overline{D F_n}|} \quad \left| \cdot \frac{|\overline{D F_n}|}{\sin \varphi} \right.$$

$$|\overline{D F_n}| = \frac{|\overline{D E_n}|}{\sin \varphi}$$

$$\text{mit } |\overline{D E_n}|(\varphi) = \frac{3}{\cos \varphi} \text{ cm}$$

$$|\overline{D F_n}|(\varphi) = \frac{\frac{3}{\cos \varphi}}{\sin \varphi} \text{ cm} \quad \varphi \in [24,30^\circ; 65,70^\circ]$$

$$|\overline{D F_n}|(\varphi) = \frac{3}{\sin \varphi \cdot \cos \varphi} \text{ cm}$$





**Aufgabe B 1**

BE

- B 1.0** Gegeben ist die Funktion  $f_1$  mit der Gleichung  $y = 3 \cdot \log_3(x+7) - 4$  ( $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ ).

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

- B 1.1** Geben Sie die Gleichung der Asymptote  $h$  des Graphen zu  $f_1$  an.

Zeichnen Sie sodann den Graphen zu  $f_1$  für  $x \in [-4; 9]$  in ein Koordinatensystem.

Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm;  $-4 \leq x \leq 9$ ;  $-6 \leq y \leq 4$

2

- B 1.2** Der Graph der Funktion  $f_1$  wird durch Achsen spiegelung an der  $x$ -Achse und anschließende Parallelverschiebung mit dem Vektor

$$\bar{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$$
 auf den Graphen der Funktion  $f_2$  abgebildet.

Bestätigen Sie durch Rechnung, dass für die Gleichung der Funktion  $f_2$  gilt:

$$y = -3 \cdot \log_3(x+6) + 2 \quad (\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}).$$

Zeichnen Sie sodann den Graphen zu  $f_2$  für  $x \in [-4; 9]$  in das Koordinatensystem zu B 1.1 ein.

3

- B 1.3** Punkte  $A_n(x | -3 \cdot \log_3(x+6) + 2)$  auf dem Graphen zu  $f_2$  und Punkte  $D_n(x | 3 \cdot \log_3(x+7) - 4)$  auf dem Graphen zu  $f_1$  haben dieselbe Abszisse  $x$ . Sie sind für  $x > -3,46$  zusammen mit Punkten  $B_n$  und  $C_n$  Eckpunkte von Parallelogrammen  $A_n B_n C_n D_n$ . Die Punkte  $B_n$  liegen dabei ebenfalls auf dem Graphen zu  $f_2$ , ihre  $x$ -Koordinate ist stets um 4 größer als die Abszisse  $x$  der Punkte  $A_n$ .

Zeichnen Sie das Parallelogramm  $A_1 B_1 C_1 D_1$  für  $x = -1,5$  und das Parallelogramm  $A_2 B_2 C_2 D_2$  für  $x = 4$  in das Koordinatensystem zu B 1.1 ein.

2

- B 1.4** Zeigen Sie rechnerisch, dass für den Flächeninhalt A der Parallelogramme  $A_nB_nC_nD_n$  in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte  $A_n$  gilt:  
 $A(x) = [12 \cdot \log_3(x^2 + 13x + 42) - 24] \text{ FE.}$  3
- B 1.5** Im Parallelogramm  $A_3B_3C_3D_3$  liegt der Punkt  $D_3$  auf der x-Achse.  
Bestimmen Sie rechnerisch den Flächeninhalt des Parallelogramms  $A_3B_3C_3D_3.$  3
- B 1.6** Das Parallelogramm  $A_4B_4C_4D_4$  hat einen Flächeninhalt von 16 FE.  
Bestimmen Sie rechnerisch die Koordinaten des Punktes  $B_4.$  4

## Aufgabe B 2

---

- B 2.0** Die Diagonalen  $[AC]$  und  $[BD]$  des Drachenvierecks ABCD schneiden sich im Punkt M. Das Drachenviereck ABCD ist die Grundfläche der Pyramide ABCDS mit der Spitze S und der Höhe  $[MS].$   
Es gilt:  $\overline{AC} = 11 \text{ cm}; \overline{AM} = 4,5 \text{ cm}; \overline{BD} = 10 \text{ cm}; \overline{MS} = 9 \text{ cm}.$   
Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.
- B 2.1** Zeichnen Sie das Schrägbild der Pyramide ABCDS, wobei  $[AC]$  auf der Schrägbildachse und der Punkt A links vom Punkt C liegen soll.  
Für die Zeichnung gilt:  $q = \frac{1}{2}; \omega = 45^\circ.$   
Berechnen Sie sodann das Maß des Winkels MSC.  
[Ergebnis:  $\angle MSC = 35,84^\circ]$  3
- B 2.2** Punkte  $P_n$  liegen auf der Strecke  $[CS].$  Die Winkel  $P_nMS$  haben das Maß  $\varphi$  mit  $\varphi \in [0^\circ; 90^\circ].$  Die Punkte  $P_n$  sind zusammen mit den Punkten B und D die Eckpunkte von Dreiecken  $BDP_n.$   
Zeichnen Sie die Strecke  $[MP_1]$  sowie das Dreieck  $BDP_1$  für  $\varphi = 30^\circ$  in das Schrägbild zu B 2.1 ein.  
Zeigen Sie sodann, dass für die Länge der Strecken  $[MP_n]$  in Abhängigkeit von  $\varphi$  gilt:  

$$\overline{MP_n}(\varphi) = \frac{5,27}{\sin(\varphi + 35,84^\circ)} \text{ cm.}$$
 3
- B 2.3** Das Dreieck  $BDP_2$  ist gleichseitig. Berechnen Sie den zugehörigen Wert für  $\varphi.$  3

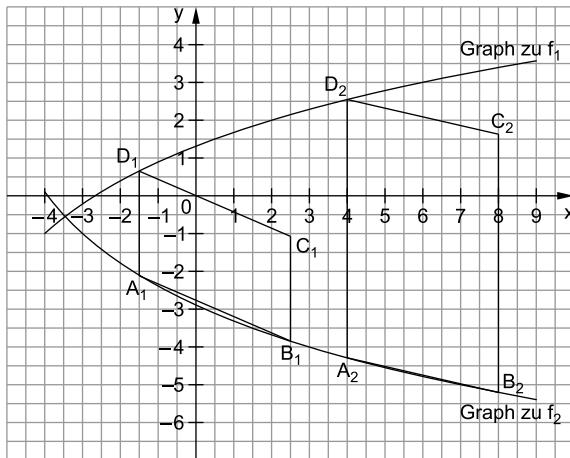
## Lösungsvorschlag

**B 1.1** Gleichung der Asymptote:

$$h: x = -7$$

Zeichnen des Graphen zu  $f_1$ , z. B. mit folgender Wertetabelle:

x	-4	-3	-2	-1	0	1
$y = 3 \cdot \log_3(x + 7) - 4$	-1	-0,21	0,39	0,89	1,31	1,68
x	2	3	4	6	9	
$y = 3 \cdot \log_3(x + 7) - 4$	2	2,29	2,55	3,00	3,57	



(Darstellung im Maßstab 1 : 2)

$$\mathbf{B 1.2} \quad f_1 \xrightarrow{\text{x-Achse}} f' \xrightarrow{\bar{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}} f_2$$

Abbildung durch Spiegelung an der x-Achse:

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \odot \begin{pmatrix} x \\ 3 \cdot \log_3(x+7) - 4 \end{pmatrix} \quad \mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}; x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ -(3 \cdot \log_3(x+7) - 4) \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow y' = -3 \cdot \log_3(x'+7) + 4$$

Abbildung durch Parallelverschiebung mit dem Vektor  $\vec{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$ :

$$\begin{aligned} & \begin{pmatrix} x'' \\ y'' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x' \\ -3 \cdot \log_3(x'+7) + 4 \end{pmatrix} \oplus \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} \quad G = \mathbb{R} \times \mathbb{R}; x' \in \mathbb{R} \\ \Leftrightarrow & \begin{pmatrix} x'' \\ y'' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x'+1 \\ -3 \cdot \log_3(x'+7) + 4 - 2 \end{pmatrix} \\ \Leftrightarrow & \boxed{\begin{array}{l|l} x'' = x'+1 & | -1 \\ \wedge y'' = -3 \cdot \log_3(x'+7) + 2 & \end{array}} \\ \Leftrightarrow & \boxed{\begin{array}{l|l} x' = x'' - 1 & \\ \wedge y'' = -3 \cdot \log_3(x'' - 1 + 7) + 2 & \end{array}} \\ \Rightarrow & y'' = -3 \cdot \log_3(x'' + 6) + 2 \end{aligned}$$

$$f_2: y = -3 \cdot \log_3(x+6) + 2 \quad G = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$$

Einzeichnen des Graphen zu  $f_2$ , z. B. mithilfe folgender Wertetabelle:

x	-4	-3	-2	-1	0	1
$y = -3 \cdot \log_3(x+6) + 2$	0,11	-1	-1,79	-2,39	-2,89	-3,31
x	2	3	4	6	9	
$y = -3 \cdot \log_3(x+6) + 2$	-3,68	-4	-4,29	-4,79	-5,39	

oder:

Einzeichnen durch Spiegelung und Parallelverschiebung von Punkten des Graphen von  $f_1$  mit:

$$f_1 \xrightarrow{x\text{-Achse}} f' \xrightarrow{\vec{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}} f_2$$

### B 1.3 Einzeichnen des Parallelogramms $A_1B_1C_1D_1$ für $x = -1,5$

#### TIPP

- $A_1$  liegt auf dem Graphen zu  $f_2$  und hat die x-Koordinate  $-1,5$ , also  $A_1(-1,5 | -2,11)$ .
- $D_1$  liegt auf dem Graphen zu  $f_1$  und hat ebenfalls die x-Koordinate  $-1,5$ , also  $D_1(-1,5 | 0,66)$ .
- $B_1$  liegt auf dem Graphen zu  $f_2$  und die x-Koordinate von  $B_1$  ist um 4 größer als die des Punktes  $A_1$ , also  $B_1(2,5 | -3,84)$ .
- Da der Punkt  $C_1$  dieselbe Abszisse wie der Punkt  $B_1$  hat und  $\overrightarrow{B_1C_1} = \overrightarrow{A_1D_1} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2,77 \end{pmatrix}$  gilt, erhält man  $C_1(2,5 | -1,07)$ .



© STARK Verlag

[www.stark-verlag.de](http://www.stark-verlag.de)  
[info@stark-verlag.de](mailto:info@stark-verlag.de)

Der Datenbestand der STARK Verlag GmbH  
ist urheberrechtlich international geschützt.  
Kein Teil dieser Daten darf ohne Zustimmung  
des Rechteinhabers in irgendeiner Form  
verwertet werden.

**STARK**