

Distributional Differential Algebraic Equations

Von Stephan Trenn



Universitätsverlag Ilmenau
2009

Impressum

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Angaben sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

Diese Arbeit hat der Fakultät für Mathematik und Naturwissenschaften der Technischen Universität Ilmenau als Dissertation vorgelegen.

Tag der Einreichung: 29. Mai 2009

1. Gutachter: Prof. Dr. Achim Ilchmann
(Technische Universität Ilmenau)

2. Gutachter: Prof. Dr. Hans Babovsky
(Technische Universität Ilmenau)

3. Gutachter: Prof. Dr. Daniel Liberzon
(University of Illinois at Urbana-Champaign, USA)

Tag der Verteidigung: 28. Juli 2009

Technische Universität Ilmenau/Universitätsbibliothek

Universitätsverlag Ilmenau

Postfach 10 05 65

98684 Ilmenau

www.tu-ilmenau.de/universitaetsverlag

Herstellung und Auslieferung

Verlagshaus Monsenstein und Vannerdat OHG

Am Hawerkamp 31

48155 Münster

www.mv-verlag.de

ISBN 978-3-939473-57-2 (Druckausgabe)

urn:nbn:de:gbv:ilm1-2009000207

Titelfoto: photocase.com | Lily

Contents

1	Introduction	13
1.1	Distributional solutions	13
1.2	Distributional DAEs and multiplication of distributions	15
1.3	Regularity of distributional DAEs	17
1.4	Controllability and observability	17
1.5	Previously published results and joint work	18
1.6	Basic notational conventions	18
2	Distribution theory	21
2.1	Review of classical distribution theory	21
2.2	Piecewise-regular distributions	28
2.2.1	Restrictions of distributions	28
2.2.2	Multiplication with piecewise-smooth functions	36
2.3	Piecewise-smooth distributions and its properties	38
2.4	Multiplication of piecewise-smooth distributions	42
2.4.1	Uniqueness of multiplications on $\mathbb{D}_{\text{pw}C^\infty}$	43
2.4.2	Properties of the Fuchssteiner multiplication	49
2.4.3	Matrix calculus for piecewise-smooth distributions	51
3	Regularity of distributional DAEs	55
3.1	Initial trajectory problems (ITPs) and DAE-regularity	55
3.2	Necessary and sufficient conditions for DAE-regularity	62
3.3	Distributional ODEs	74
3.3.1	Consistent solutions of distributional ODEs	74
3.3.2	ITP solutions of distributional ODEs	83
3.3.3	On the dimension of the solution space of distributional ODEs	85
3.4	Pure distributional DAEs	88
3.5	Generalized Weierstraß form	95
4	Switched DAEs	101
4.1	System class and motivation	101
4.2	Impulse free solutions	102

4.2.1	The Quasi Weierstraß form	103
4.2.2	Consistency projectors	109
4.2.3	Sufficient conditions for impulse/jump freeness of solutions	112
4.2.4	Application to a dual redundant buck converter .	117
4.3	Stability of switched DAEs	123
4.3.1	Lyapunov functions for classical differential al- gebraic equations	123
4.3.2	Switched DAEs: motivating examples	126
4.3.3	Sufficient conditions for stability of switched DAEs	132
5	Controllability and observability for distributional DAEs	141
5.1	Controllability	141
5.2	Observability	147
5.3	A normal form for pure DAEs	152
	References	173
	List of symbols and abbreviations	181
	Index	185