

2023 Mittlerer Schulabschluss

Original-Prüfungsaufgaben und Training

ActiveBook
Interaktives
Training

**MEHR
ERFAHREN**

Hauptschule Typ B · Gesamtschule B · Gesamtschule
Nordrhein-Westfalen

Mathematik 10. Klasse

- + *Basiswissen mit Übungen*
- + *Lernvideos*
- + *Hilfsmittelfreie Aufgaben*

Original-Prüfungsaufgaben
2022 zum Download

STARK

Inhalt

Vorwort

Hinweise und Tipps

1	Hinweise zur Zentralen Prüfung	I
2	Tipps zum ersten Prüfungsteil ohne Hilfsmittel	IV

Mathematische Formeln

Training Grundwissen

1	Grundlagen des Rechnens	3
	Grundbegriffe und Rechenregeln	3
	Runden und Überschlagen	4
	Rechnen mit Brüchen	5
	Rechnen mit Dezimalbrüchen	10
	Rationale Zahlen	12
	Potenzen	14
	Tabellenkalkulation	16
	<i>Fit für die Zentrale Prüfung?</i>	17
2	Rechnen mit Größen	18
	Umrechnungen von Größen	18
	Rechnen mit Geschwindigkeiten	21
	Maßstab	22
	Schätzen	24
	<i>Fit für die Zentrale Prüfung?</i>	26
3	Gleichungen	27
	Rechnen mit Termen	27
	Lineare Gleichungen	30
	Quadratische Gleichungen	34
	<i>Fit für die Zentrale Prüfung?</i>	36
4	Funktionaler Zusammenhang	37
	Proportionale Zuordnungen 	37
	Antiproportionale Zuordnungen 	39
	Lineare Funktionen 	41
	Lineare Gleichungssysteme	45
	Weg-Zeit-Diagramme	48
	Quadratische Funktionen 	50
	Exponentielle Funktionen 	58
	<i>Fit für die Zentrale Prüfung?</i>	60
5	Prozent- und Zinsrechnen	62
	Prozentrechnen	62
	Zinsrechnen	66
	<i>Fit für die Zentrale Prüfung?</i>	71

Fortsetzung nächste Seite

6	Stochastik	72
	Statistische Kennwerte	72
	Grafische Darstellungen und Diagramme 	76
	Einfacher Zufallsversuch	82
	Mehrstufiger Zufallsversuch 	84
	<i>Fit für die Zentrale Prüfung?</i>	87
7	Geometrie der Ebene	88
	Dreiecke	88
	Der Satz des Pythagoras	90
	Der Satz des Thales	93
	Trigonometrie am rechtwinkligen Dreieck	94
	Vierecke	96
	Kreis	101
	Berechnungen an zusammengesetzten Flächen	104
	<i>Fit für die Zentrale Prüfung?</i>	105
8	Körper	106
	Würfel	106
	Quader	107
	Prisma	110
	Zylinder	113
	Pyramide	115
	Kegel	117
	Kugel	119
	Berechnungen an zusammengesetzten Körpern	120
	<i>Fit für die Zentrale Prüfung?</i>	121

Original-Prüfungsaufgaben (Mittlerer Schulabschluss)

Zentrale Prüfung 2017	2017-1
Zentrale Prüfung 2018	2018-1
Zentrale Prüfung 2019	2019-1

Wegen des Corona-Virus wurden **2020** die Zentralen Prüfungen in Klasse 10 durch Prüfungsarbeiten ersetzt, die dezentral von den Lehrkräften erstellt wurden. Für 2020 können daher keine Original-Aufgaben abgedruckt werden.

Zentrale Prüfung 2021	2021-1
-----------------------------	--------

Zentrale Prüfung 2022 www.stark-verlag.de/mystark

Sobald die Original-Prüfungsaufgaben 2022 freigegeben sind, können sie als **PDF** auf der Plattform **MyStark** heruntergeladen werden (Zugangscode vgl. Farbseiten vorne im Buch).



Mit dem **Interaktiven Training** kannst du online mit vielen zusätzlichen interaktiven Aufgaben zu allen prüfungsrelevanten Kompetenzbereichen trainieren.

Die **interaktiven Aufgaben** sind im Buch mit diesem Button gekennzeichnet. Am besten gleich ausprobieren! Ausführliche Infos inkl. Zugangscode findest du auf den **Farbseiten** vorne in diesem Buch.



Autoren:

Martin Fetzer, Walter Modschiedler, Walter Modschiedler jun.

Vorwort

Liebe Schülerin, lieber Schüler,

mit dem vorliegenden Buch kannst du dich in Mathematik besonders nachhaltig **bereits ab Klasse 9** auf die **Zentrale Prüfung** zum **mittleren Schulabschluss** an **Hauptschulen (Klasse 10 Typ B)** und an **Gesamtschulen (Erweiterungskurs)** bzw. **Sekundarschulen** vorbereiten.

Gerade bei einer zentral gestellten Prüfung ist das **Grundlagenwissen** besonders wichtig, da die Aufgaben auf möglichst breiten Kenntnissen auch aus früheren Jahrgangsstufen aufbauen. Die Prüfungsvorbereitung sollte deshalb eine Gesamtwiederholung darstellen.

- ▶ In diesem Buch beginnen wir daher mit einem ausführlichen **Trainingsteil**, in dem du sowohl den grundlegenden Stoff der früheren Klassen wiederholen als auch die Inhalte der 9. und 10. Jahrgangsstufe festigen kannst.

Die einzelnen Kapitel bieten dir die Möglichkeit, dich auf sämtliche prüfungsrelevante Bereiche intensiv vorzubereiten. In den acht Kapiteln findest du insgesamt über **380 Aufgaben**, anhand derer du deine Fähigkeiten ganz gezielt auf Prüfungsniveau trainieren kannst. Übe am besten parallel zu dem Thema, das ihr gerade im Unterricht behandelt, mit den Aufgaben aus diesem Buch und bereite dich so **frühzeitig** auf die Anforderungen in der Prüfung vor.



Die Aufgaben mit einer Glühbirne sind anspruchsvollere **Anwendungsaufgaben**, für die du mehr Zeit einplanen solltest. Oft musst du zur Lösung dieser Aufgaben nicht nur die Inhalte des aktuellen Kapitels anwenden, sondern auch Stoff, der darüber hinausgeht, beherrschen.

Zu einzelnen Themen gibt es zusätzlich **Lernvideos**. An den entsprechenden Stellen im Buch findest du einen QR-Code, der mit einem Smartphone oder Tablet  gescannt werden kann. Eine Zusammenstellung der Videos ist über den QR-Code links abrufbar bzw. unter <http://qrcode.stark-verlag.de/53501ml>. Außerdem kannst du die Videos von der Plattform **MyStark** herunterladen.

- ▶ Mit dem Vorwissen aus dem Trainingsteil kannst du dich an die **Original-Prüfungsaufgaben** wagen, die in den letzten Jahren vom Kultusministerium in Nordrhein-Westfalen gestellt wurden. Sie sollen dir einen Eindruck vermitteln, welche Anforderungen dich in der Zentralen Prüfung erwarten. Versuche deshalb, unter echten Prüfungsbedingungen zu arbeiten und jede der Prüfungen in der vorgegebenen Zeit von 130 Minuten zu lösen. Das Buch enthält die **Prüfungen der Jahre 2017 bis 2021**; die **Prüfung 2022** steht dir auf der **Plattform MyStark** zum Download zur Verfügung.
- ▶ Zu diesem Buch ist ein separates **Lösungsbuch** (Titelnummer C0530BL) erhältlich. Es enthält **ausführliche Lösungen**, in denen jeder Rechenschritt erklärt ist, sowie hilfreiche Hinweise und Tipps zur Bearbeitung der Prüfungsaufgaben.
- ▶ Sollten nach Erscheinen dieses Bandes noch **wichtige Änderungen** für die Abschlussprüfung 2023 bekannt gegeben werden, erhältst du **aktuelle Informationen** dazu auf der **Plattform MyStark**. Den Zugangscodex dafür findest du vorne im Buch.

Wenn du den Inhalt dieses Buches beherrscht, bist du bestens auf die Prüfung vorbereitet. Du wirst sehen: Übung macht den Meister!

Autoren und Verlag wünschen dir viel Erfolg in der Prüfung!

Hinweise und Tipps

1 Hinweise zur Zentralen Prüfung

In Nordrhein-Westfalen kannst du am Ende der 10. Klasse an der Zentralen Prüfung zum Erwerb des Hauptschulabschlusses nach Klasse 10 oder des mittleren Schulabschlusses (Fachoberschulreife) teilnehmen. Die Prüfung umfasst je eine schriftliche Arbeit in den Fächern Deutsch, Mathematik und einer Fremdsprache (Englisch oder auf Wunsch des Prüflings eine andere Fremdsprache, die ab Klasse 5 unterrichtet wurde).

Aufbau der
Prüfung

Im Fach Mathematik besteht die schriftliche Prüfung aus zwei Teilen:

- ▶ Im **ersten Prüfungsteil** werden deine **Basiskompetenzen** in den verschiedenen Themenbereichen geprüft, die du im Laufe der Klassen 5 bis 10 erworben hast. Dieser Teil enthält mehrere, voneinander unabhängige Teilaufgaben zu grundlegenden mathematischen Sachverhalten, darunter auch Aufgaben mit Auswahlcharakter (Multiple-Choice-Aufgaben). Zur Bearbeitung des ersten Teils sind **30 Minuten** vorgesehen. **Ab der Prüfung 2023** ist dieser Prüfungsteil **ohne Taschenrechner** und **ohne Formelsammlung** zu bearbeiten.
- ▶ Im **zweiten Prüfungsteil** werden **komplexere Aufgaben** aus allen vier Themengebieten (Arithmetik/Algebra, Funktionen, Geometrie und Stochastik) gestellt. Die Aufgaben umfassen jeweils mehrere Teilaufgaben zu einem Kontext und beziehen sich auf den Unterricht in den **Jahrgangsstufen 9 und 10**. Die Aufgaben des zweiten Teils sind im Vergleich zum ersten Teil anspruchsvoller. Du musst hier oft länger nachdenken. Aber lass dich nicht entmutigen, auch wenn die Aufgabe anfangs schwer erscheint. Bleib ruhig und überlege, dann wirst du Zusammenhänge erkennen und auch knifflige Aufgaben lösen können. Der Arbeitszeitanteil umfasst im zweiten Teil **90 Minuten**.
- ▶ Zu den oben genannten Bearbeitungszeiten stehen zusätzlich **10 Minuten Bonuszeit** zur ersten Orientierung zur Verfügung.

Inhalte und
Kompetenzen

Grundlage für die zentral gestellten Aufgaben der schriftlichen Prüfung sind die Vorgaben des Kernlehrplans. Nachfolgend sind Beispiele von Aufgaben aufgelistet, anhand derer die geforderten Kompetenzen geübt werden können:

Basiskompetenzen	Beispielaufgaben im Buch
▶ Bestimmung von Längen, Flächen und Volumina sowie Winkeln bei Grundfiguren und -körpern	▶ Training: 270–272, 294, 297, 299, 300, 303, 310, 314, 330, 333, 344, 346, 360 ▶ Prüfungsteil 1: 2017: 1; 2018: 3; 2019: 2; 2021: 3
▶ Entnahme mathematischer Informationen aus einfachen Texten, Grafiken und Diagrammen	▶ Training: 123, 124, 205–209, 216–218, 242–247, 249–252 ▶ Prüfungsteil 1: 2017: 3; 2018: 5a; 2019: 3a; 2021: 1
▶ Umgang mit Zahlen und Größen, Techniken des Überschlagens anwenden	▶ Training: 2–4, 14–18, 46–52, 66–68 ▶ Prüfungsteil 1: 2017: 2; 2018: 1; 2019: 1; 2021: 2

- ▶ Umgang mit Variablen, Termen, Gleichungen und Gleichungssystemen (auch mit Tabellenkalkulation)
 - ▶ Bestimmung von elementaren Wahrscheinlichkeiten
 - ▶ Erkennen einfacher proportionaler und antiproportionaler Zuordnungen
 - ▶ Nutzen von Tabellenkalkulationen und dynamischer Geometriesoftware zur Erkundung mathematischer Probleme
 - ▶ Wechseln der Darstellung (Situation, Tabelle, Graph, Term) bei funktionalen Zusammenhängen
 - ▶ Erstellen und Vergleichen von Netzen zu vorgegebenen Körpern
 - ▶ Beurteilen mathematischer Aussagen und Angeben von Beispielen oder Gegenbeispielen
- ▶ Training: 42, 73–101, 147–153
 - ▶ Prüfungsteil 1: 2017: 4, 5; 2018: 4; 2019: 4a, 5; 2021: 4a (W2), 5
 - ▶ Training: 253–258
 - ▶ Prüfungsteil 1: 2018: 2
 - ▶ Training: 112–133
- ▶ Training: 42, 245, 227
 - ▶ Prüfungsteil 1: 2018: 5; 2019: 3; 2021: 5
- ▶ Training: 112, 113, 116, 123, 125, 135–137, 157, 162–165
 - ▶ Prüfungsteil 1: 2021: 4 (W1)
 - ▶ Training: 331, 335, 342, 346
- ▶ Training: 137, 139, 157, 200
 - ▶ Prüfungsteil 1: 2018: 1b; 2021: 4b (W2)

Themenspezifische Kompetenzen

Beispielaufgaben im Buch

Arithmetik/Algebra

- ▶ Erläuterung mathematischer Zusammenhänge mit eigenen Worten und geeigneten Fachbegriffen beim Umgang mit linearen Gleichungen/Gleichungssystemen bzw. quadratischen Gleichungen
- ▶ Vergleich, Überprüfung und ggf. Verbesserung von vorgegebenen Aufgabenlösungen
- ▶ Nutzen von elementaren mathematischen Verfahren

- ▶ Training: 94–96, 102–104, 147–156
- ▶ Prüfungsteil 2: 2018: 3b; 2019: 3c, 3f

Funktionen

- ▶ Analyse und Bewertung funktionaler Zusammenhänge in authentischen Texten
 - ▶ Interpretation von grafischen Darstellungen funktionaler Zusammenhänge
- ▶ Erstellung, Nutzung und Interpretation von Modellen aus den Bereichen:
 - Weg-Zeit-Zusammenhänge
 - Wachstumsprozesse
 - Prozent-, Zins- und Zinseszinsrechnung
 - ▶ Erkundung funktionaler Zusammenhänge (z. B. mithilfe eines Taschenrechners oder einer Tabellenkalkulation)

- ▶ Training: 137, 139, 165, 182, 184
- ▶ Prüfungsteil 2: 2017: 2c–d, 2g; 2019: 1c
- ▶ Prüfungsteil 2: 2018: 1a, 2a–b; 2019: 1b, 3a–b, 3d–e; 2021: 1b–c, 2e

- ▶ Training: 145, 146, 155, 156

- ▶ Training: 136, 137, 140, 162, 168, 182–184
- ▶ Prüfungsteil 2: 2017: 3a–b; 2018: 1e–f, 2f; 2021: 2c–d
- ▶ Training: 145, 146, 157–160, 185, 186–189, 195–224
- ▶ Prüfungsteil 2: 2017: 2a–b, 2f–g; 2018: 1b–c, 1e–f, 2f, 3f; 2019: 2d–f; 2021: 2a, 2c–d, 2f–g
- ▶ Training: 224, 287
- ▶ Prüfungsteil 2: 2017: 2e; 2018: 3d–e; 2021: 2b

Geometrie

- ▶ Bestimmung unbekannter Größen wie z. B. Umfang und Flächeninhalt von Figuren oder Oberfläche und Volumen von Körpern
 - ▶ Training: 295, 304, 307–309, 319–324, 336, 337, 350, 362, 378
 - ▶ Prüfungsteil 2: 2017: 1a, 1c, 3d; 2018: 2c–e, 3a; 2019: 1a, 2a–c; 2021: 1a, 3d–f
- ▶ Bestimmung unbekannter Größen mithilfe von Sinus, Cosinus und Tangens oder mit dem Satz des Pythagoras
 - ▶ Training: 277–283, 288–293
 - ▶ Prüfungsteil 2: 2018: 1d, 3a; 2021: 3a
- ▶ Erstellung, Nutzung und Interpretation von Modellen aus den Bereichen Architektur und Verpackungen
 - ▶ Training: 332, 338, 339, 341, 348, 358, 367, 377, 379
 - ▶ Prüfungsteil 2: 2017: 1c; 2019: 1b–c
- ▶ Nutzung verfügbarer Werkzeuge zur Bearbeitung geometrischer Situationen (z. B. Zirkel und Geodreieck)
 - ▶ Training: 284–286, 331, 346, 349, 377
 - ▶ Prüfungsteil 2: 2018: 1c; 2021: 3b–c

Stochastik

- ▶ Analyse von grafischen Darstellungen statistischer Daten und deren Manipulation
 - ▶ Training: 242–252
- ▶ Nutzung von Baumdiagrammen zur Beurteilung von Chancen und Risiken
 - ▶ Training: 259–264
 - ▶ Prüfungsteil 2: 2017: 1e–f; 2019: 1e–f; 2021: 1d – f
- ▶ Simulation von Zufallsexperimenten sowie Auswertung und Darstellung von Daten (z. B. mithilfe einer Tabellenkalkulation)
 - ▶ Training: 253–258
 - ▶ Prüfungsteil 2: 2017: 1d; 2019: 1d

Bewertung Die Bewertung deiner schriftlichen Prüfung erfolgt durch die Vergabe von Punkten. Für formale Richtigkeit werden Zusatzpunkte vergeben. Achte deshalb auf die richtigen Maßeinheiten, zeichne sauber und genau und stelle den Lösungsweg nachvollziehbar dar. Vergiss auch nicht, einen Antwortsatz zu formulieren.

Hilfsmittel In Mathematik darfst du in der schriftlichen Prüfung folgende Hilfsmittel verwenden:

- ▶ Zirkel und Geodreieck,
- ▶ **im Prüfungsteil 2** eine handelsübliche Formelsammlung oder die im Bildungsportal bereitgestellte Formelsammlung,
- ▶ **im Prüfungsteil 2** wissenschaftliche Taschenrechner, d.h. alle für die Schule üblichen elektronischen Rechenhilfen.

2 Tipps zum ersten Prüfungsteil ohne Hilfsmittel

In der Zentralen Prüfung 2023 ist der erste Prüfungsteil zum ersten Mal ohne Taschenrechner und ohne Formelsammlung zu bearbeiten. Die inhaltlichen Anforderungen der Aufgaben bleiben jedoch grundsätzlich unverändert.

Bei den Aufgaben der in diesem Buch enthaltenen Original-Prüfungen waren Taschenrechner und Formelsammlung zugelassen; du musst diese Aufgaben also nicht vollständig ohne Hilfsmittel lösen können. Dennoch solltest du das Arbeiten ohne Taschenrechner und Formelsammlung, also insbesondere das Kopfrechnen, üben.

In den Abschnitten *Fit für die Zentrale Prüfung?* am Ende jedes Kapitels findest du Aufgaben zu den Basiskompetenzen, die du ohne Taschenrechner lösen können solltest. Damit kannst du diese neuen Anforderungen in der Prüfungssituation üben.

Darüber hinaus findest du auf den folgenden Seiten Tipps zum Lösen von Aufgaben ohne Hilfsmittel.



2.1 Rechentipps und Nutzen von Rechenvorteilen

Folgende Beispiele zeigen dir Rechentipps zum Lösen des Prüfungsteils 1 ohne Hilfsmittel:

1. $1,19 \text{ €} \cdot 4 = ?$

$$1,19 \text{ €} \approx 1,20 \text{ €}$$

$$1,20 \text{ €} \cdot 4 = 4,80 \text{ €}$$

$$4,80 \text{ €} - 4 \cdot 1 \text{ ct} = 4,76 \text{ €}$$

Runde zuerst die 1,19 € auf und verschaffe dir so einen Rechenvorteil.

Multipliziere die gerundete Zahl und subtrahiere dann vom Ergebnis $4 \cdot 1 \text{ ct} = 4 \text{ ct}$.

2. $2,52 \text{ €} \cdot 7 = ?$

$$2,52 \text{ €} \approx 2,50 \text{ €}$$

$$2,50 \text{ €} \cdot 7 = 17,50 \text{ €}$$

$$17,50 \text{ €} + 7 \cdot 2 \text{ ct} = 17,64 \text{ €}$$

Runde zuerst die 2,52 € ab und verschaffe dir so einen Rechenvorteil.

Multipliziere mit der gerundeten Zahl und addiere dann zum Ergebnis $7 \cdot 2 \text{ ct} = 14 \text{ ct}$.

3. $35,6 + 89 + 13,4 + 31 = ?$

$$\textcircled{1} \quad 35,6 + 13,4 = 49$$

$$\textcircled{2} \quad 89 + 31 = 120$$

$$120 + 49 = 169$$

Prüfe bei der Rechnung zuerst, ob durch die Addition geeigneter Zahlenpaare Rechenvorteile entstehen, um natürliche Zahlen oder Zehnerzahlen zu erhalten.

Addiere dann die Kommazahlen und im Anschluss die natürlichen Zahlen.

Addiere zuletzt die Teilergebnisse.

4. $\underbrace{-3 - 11} + 8 = ?$

$$-14 \text{ „€“} + 8 \text{ „€“} = -6 \text{ „€“}$$

$$-14 + 8 = -6$$

Rechne bei negativen Zahlen mit „Schulden“:

3 € Schulden und 11 € Schulden ergeben

14 € Schulden; dann gibst du 8 € zurück.

Es bleiben noch 6 € Schulden, also -6.

5. $(-3) \cdot (+4) = -12$

$$(-4) \cdot (-6) = +24$$

$$(+3) \cdot (-5) = -15$$

$$(+2) \cdot (+7) = +14$$

$$(+18) : (-9) = -2$$

$$(-10) : (+2) = -5$$

$$(-30) : (-10) = +3$$

$$(+8) : (+4) = +2$$

Ermittle **zuerst** das Vorzeichen:

$$\begin{array}{l} - \cdot - = + \\ + \cdot + = + \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} - \cdot - = + \\ + \cdot + = + \end{array}} \right\} \text{ gleiches Vorzeichen } +$$

$$\begin{array}{l} + \cdot - = - \\ - \cdot + = - \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} + \cdot - = - \\ - \cdot + = - \end{array}} \right\} \text{ ungleiches Vorzeichen } -$$

$$\begin{array}{l} - : - = + \\ + : + = + \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} - : - = + \\ + : + = + \end{array}} \right\} \text{ gleiches Vorzeichen } +$$

$$\begin{array}{l} + : - = - \\ - : + = - \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} + : - = - \\ - : + = - \end{array}} \right\} \text{ ungleiches Vorzeichen } -$$

Berechne dann die Zahlen.

4 Funktionaler Zusammenhang

Proportionale Zuordnungen

Merke



Proportionale Zuordnungen

Wenn bei einer Zuordnung zwischen zwei Größen gilt:

- das **Doppelte** der einen Größe → das **Doppelte** der anderen Größe
 - das **Dreifache** der einen Größe → das **Dreifache** der anderen Größe
 - das **Vierfache** der einen Größe → das **Vierfache** der anderen Größe
- usw.
- die **Hälfte** der einen Größe → die **Hälfte** der anderen Größe
 - ein **Drittel** der einen Größe → ein **Drittel** der anderen Größe
 - ein **Viertel** der einen Größe → ein **Viertel** der anderen Größe
- usw.

dann liegt eine **proportionale** Zuordnung vor.

Beispiel

Für 12 € bekommt man am Obststand 4,5 kg Apfelsinen.
Wie viele kg bekommt man für 8 €?

Lösung:

	Preis (€)		Menge (kg)	
:12 (12 €		4,5 kg) :12
	1 €		0,375 kg	
·8 (8 €		3 kg) ·8

Für 8 € erhält man 3 kg.



Interaktive Aufgaben

- ▬ 1. Joghurt
- ▬ 2. Parkett

Aufgaben

112

5 kg Kartoffeln kosten 4,50 €. Fülle die Tabelle aus.

Menge (kg)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Preis (€)					4,50					

113

Für drei Arbeitsstunden berechnet ein Elektromeister 127,50 €. Fülle die Tabelle aus.

Zeit (h)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Lohn (€)			127,50							

114

50 Pflastersteine kosten 75 €.

- a) Wie viel kosten 420 Pflastersteine?
- b) Wie viele Pflastersteine kann man für 1 794 € kaufen?

115

Sieben Schokoladenriegel kosten 3,15 €.

Berechne den Preis für fünf Schokoladenriegel der gleichen Sorte.

Quadratische Funktionen

Merke

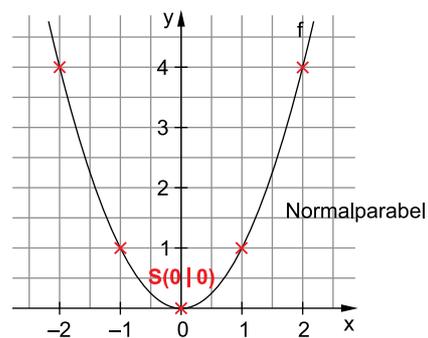
Quadratische Funktionen

- Funktionen mit der Funktionsgleichung $y = ax^2 + bx + c$ heißen (wegen des quadratischen Terms ax^2) **quadratische Funktionen**.
- Den (symmetrischen) Graphen einer quadratischen Funktion nennt man **Parabel**.
- Die einfachste Form einer quadratischen Funktion lautet **f: $y = x^2$** . Der Graph dieser Funktion ist eine **Normalparabel** und hat den **Scheitelpunkt S(0|0)** im Ursprung.

Beispiel

Zeichne die Parabel der Funktion $f: y = x^2$.

Lösung:



Wertetabelle:

x	-2	-1	0	1	2
y	4	1	0	1	4

Die Parabel ist nach oben geöffnet.

Aufgabe

161

Trage folgende Punkte in die Parabel des Beispiels ein.

a) $P_1(1,5|2,25)$

b) $P_2(-1,5|2,25)$

Merke



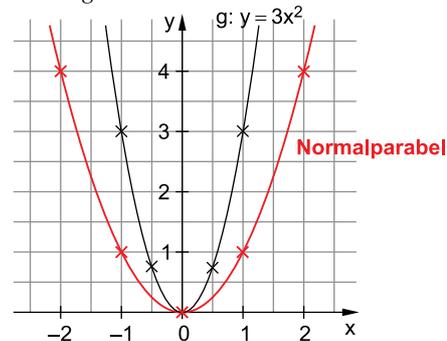
Quadratische Funktionen der Form $f: y = ax^2$

- Die Graphen der Funktionen $f: y = ax^2$ sind Parabeln mit dem Scheitel **S(0|0)**, die durch **Streckung** ($a > 1$ oder $a < -1$) oder **Stauchung** ($-1 < a < 1$) aus der **Normalparabel** entstehen.
- Für **negative Werte von a** ist die Parabel an der **x-Achse gespiegelt** und somit **nach unten geöffnet**.

Beispiele

1. Zeichne die gestreckte Parabel der Funktion $g: y = 3x^2$.

Lösung:



$a > 1$

Die Parabel verengt sich.

Wertetabelle:

x	-1	-0,5	0	0,5	1
y	3	0,75	0	0,75	3



Fit für die Zentrale Prüfung?



190

Löse die beiden linearen Gleichungssysteme.

a) I $3x + 6y = 18$
 II $x - y = 3$

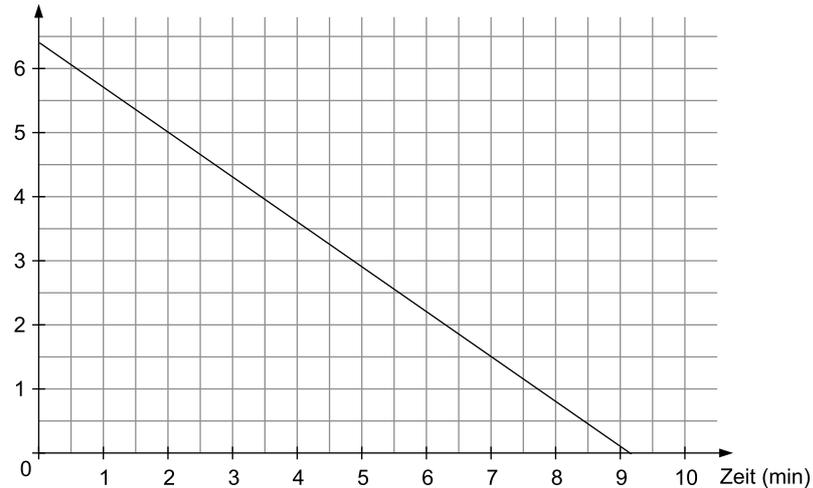
b) I $10x + 5y = 40$
 II $-32x + 16y = 64$



191

Hier siehst du das Schaubild einer 6,4 cm hohen Geburtstagskerze, die sich in einer Minute Brennzeit um 0,7 cm verkürzt.

Höhe (cm)



a) Mit welchem Term kann man die aktuelle Höhe der Kerze berechnen? Kreuze an und erkläre, wofür die Variablen x und y stehen.

$y = 6,4 - x$ $y = 6,4 + 0,7 \cdot x$ $y = 0,7 \cdot x$ $y = 6,4 - 0,7 \cdot x$

b) Nach wie vielen Minuten ist die Kerze noch 5 cm hoch?

c) Eine 5 cm hohe Kerze wird pro Minute Brennzeit um 0,5 cm kürzer.

Fülle die Tabelle aus und zeichne den Graphen in das abgebildete Koordinatensystem.

Zeit (min)	0	2	4	6	8	10
Höhe (cm)						

d) Nach wie vielen Minuten sind beide Kerzen gleich hoch, wenn man sie zeitgleich anzündet? Berechne und überprüfe deine Lösung in der Zeichnung.

192

Bei einem Versuch wird die Vermehrung von Bakterien beobachtet. Nimm an, dass sich die Bakterien jede Stunde um 50 % vermehren. Begonnen wird mit 200 Bakterien.

a) Welche Bedeutung haben die Variablen der Exponentialfunktion $y = c \cdot a^x$ in diesem Zusammenhang? Erkläre mit den unten stehenden Begriffen.

Anfangswert

Wachstumsfaktor

Anzahl der vergangenen Stunden

Endwert

b) Zeige durch eine Rechnung, dass nach drei Stunden 675 Bakterien vorhanden sind.

c) Lege eine Wertetabelle über einen Zeitraum von fünf Stunden an und stelle die Vermehrung der Bakterien in einem Koordinatensystem dar.

d) Paul behauptet, dass die Population nach acht Stunden auf über 4 000 Bakterien angewachsen ist. Hat Paul recht? Begründe deine Antwort.

Zentrale Prüfung 2019
NRW – Mathematik

Prüfungsteil 1

Aufgabe 1

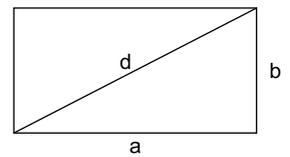
Ordne die Zahlen der Größe nach. Beginne mit der kleinsten Zahl.

$$\frac{6}{10} \quad -0,626 \quad -6,26 \quad \frac{1}{6}$$

Aufgabe 2

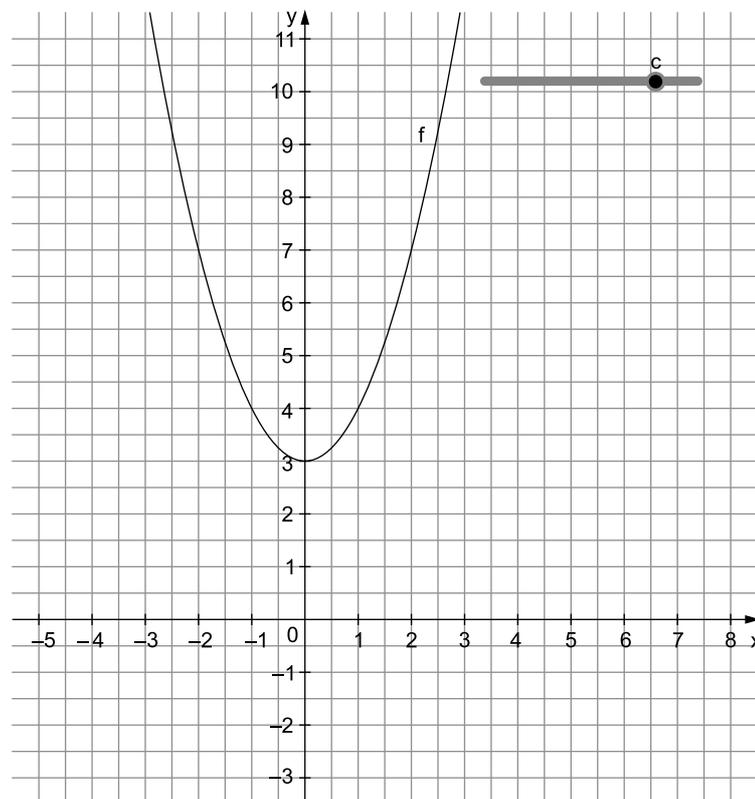
Ein Rechteck hat die Seitenlängen $a=5$ cm und $b=3$ cm.

- Berechne die Länge der Diagonale d .
- Wie verändert sich der Flächeninhalt dieses Rechtecks, wenn man jede Seitenlänge verdoppelt? Begründe.
- Ein anderes Rechteck hat einen Flächeninhalt von 24 cm^2 .
Wie lang könnten die Seiten sein? Gib zwei unterschiedliche Möglichkeiten an.



Aufgabe 3

Isabelle zeichnet mit einer Geometriesoftware den Graphen einer quadratischen Funktion mit: $f(x)=x^2+c$. Sie erstellt einen Schieberegler, mit dem sie den Wert für c verändern kann.



Prüfungsteil 2

Aufgabe 1: Kaugummiautomat

Steffi hat zum Geburtstag einen Kaugummiautomaten und eine Tüte mit Kaugummikugeln bekommen (Abbildung 1).

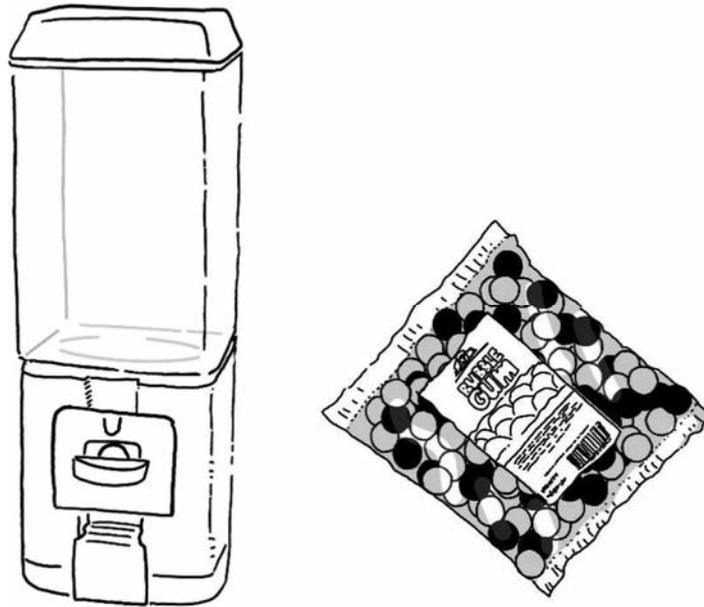


Abbildung 1: Kaugummiautomat und Tüte mit Kaugummikugeln

- Eine Kaugummikugel hat einen Durchmesser von 14 mm.
Bestätige durch eine Rechnung, dass das Volumen einer Kaugummikugel ca. $1,44 \text{ cm}^3$ beträgt.
- 1 cm^3 Kaugummimasse wiegt 0,82 g.
Berechne, wie viele Kaugummikugeln in einer 300-Gramm-Packung sind.
- Der Behälter für die Kaugummikugeln ist 16,5 cm breit, 16,5 cm tief und 42,5 cm hoch. Steffi möchte wissen, wie viele Kaugummikugeln in den Behälter passen und rechnet $(16,5 \cdot 16,5 \cdot 42,5) : 1,44 \approx 8\ 035$.
Erkläre Steffis Rechnung und beurteile, ob Steffis Rechnung geeignet ist, die Anzahl der Kaugummikugeln in der Realität zu berechnen.

Steffi füllt eine Mischung aus 8 roten und 12 weißen Kaugummikugeln in den Automaten. Durch Drehen am Automaten erhält man zufällig eine rote oder eine weiße Kaugummikugel.

- Begründe, dass die Wahrscheinlichkeit, beim ersten Drehen eine rote Kaugummikugel zu erhalten, $\frac{2}{5}$ beträgt.
- Das Baumdiagramm (Abbildung 2) zeigt die Wahrscheinlichkeiten, beim ersten und zweiten Drehen eine rote oder weiße Kaugummikugel zu erhalten.
Ergänze die fehlenden Einträge im Baumdiagramm.



© **STARK Verlag**

www.stark-verlag.de
info@stark-verlag.de

Der Datenbestand der STARK Verlag GmbH ist urheberrechtlich international geschützt. Kein Teil dieser Daten darf ohne Zustimmung des Rechteinhabers in irgendeiner Form verwertet werden.

STARK