

2023 Mittlerer Schulabschluss

Original-Prüfungsaufgaben und Training

**MEHR
ERFAHREN**

Hauptschule Typ B · Gesamtschule EK · Gesamtschule
Nordrhein-Westfalen

Mathematik 10. Klasse

+ Ausführliche Lösungen
+ Hinweise und Tipps

LÖSUNGEN

STARK

Inhalt

Training Grundwissen

1	Grundlagen des Rechnens	1
2	Rechnen mit Größen	12
3	Gleichungen	17
4	Funktionaler Zusammenhang	26
5	Prozent- und Zinsrechnen	54
6	Stochastik	64
7	Geometrie der Ebene	76
8	Körper	97

Original-Prüfungsaufgaben

Zentrale Prüfung 2017	2017-1
Zentrale Prüfung 2018	2018-1
Zentrale Prüfung 2019	2019-1

Wegen des Corona-Virus wurden 2020 die Zentralen Prüfungen in Klasse 10 ersetzt durch Prüfungsarbeiten, die dezentral von den Lehrkräften erstellt wurden. Für 2020 können daher keine Original-Aufgaben und Lösungen dazu abgedruckt werden.

Zentrale Prüfung 2021	2021-1
-----------------------------	--------

Zentrale Prüfung 2022 www.stark-verlag.de/mystark

Sobald die Original-Prüfungsaufgaben 2022 freigegeben sind, kannst du die Lösungen als PDF auf der Plattform MyStark herunterladen. Den Zugangscode findest du auf der Umschlaginnenseite.

Autoren:

Training: Martin Fetzer, Walter Modschiedler, Walter Modschiedler jun.

Lösungen der Prüfungsaufgaben: Wolfgang Matschke, Marc Möllers

Vorwort

Liebe Schülerin, lieber Schüler,

dieses Buch ist das Lösungsbuch zu dem Band *Mittlerer Schulabschluss, Nordrhein-Westfalen, Mathematik 10. Klasse, Hauptschule Typ B, Gesamtschule EK, Sekundarschule* (Titel-Nummer C0530B).

Anhand der ausführlichen Lösungen kannst du überprüfen, ob du die Aufgaben im Trainingsteil und die Original-Prüfungsaufgaben richtig gelöst hast.

Versuche aber stets, jede Aufgabe zunächst alleine zu rechnen und sieh nicht gleich in diesem Buch nach. Nur wenn du dich selbst anstrengst, bleibt der Stoff auch im Gedächtnis und du lernst dazu. Solltest du jedoch allein nicht weiterkommen, kann ein Blick in die Lösung hilfreich sein, da dort wichtige Hinweise und Tipps zur Bearbeitung der Aufgaben gegeben werden.

Zum Schluss solltest du deine Ergebnisse auf jeden Fall mit der Lösung im Buch vergleichen und gegebenenfalls nach Rechenfehlern und Verbesserungsmöglichkeiten deines Ansatzes suchen.

Arbeitest du alle Aufgaben auf diese Weise Schritt für Schritt durch, bist du bestens auf die Prüfung vorbereitet!

Viel Erfolg in der Prüfung!

4 Funktionaler Zusammenhang

112	Menge (kg)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	Preis (€)	0,90	1,80	2,70	3,60	4,50	5,40	6,30	7,20	8,10	9,00

113	Zeit (h)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	Lohn (€)	42,50	85,00	127,50	170,00	212,50	255,00	297,50	340,00	382,50	425,00

- 114** a) 50 Steine $\hat{=}$ 75 €
 1 Stein $\hat{=}$ 1,50 €
 420 Steine $\hat{=}$ 630 €
 420 Steine kosten 630 €.
- b) 75 € $\hat{=}$ 50 Steine
 1 € $\hat{=}$ 0,666... Steine
 1 794 € $\hat{=}$ 1 196 Steine
 Für 1 794 € bekommt man 1 196 Steine.

- 115** 7 Riegel $\hat{=}$ 3,15 €
 1 Riegel $\hat{=}$ 0,45 €
 5 Riegel $\hat{=}$ 2,25 €
 Fünf Schokoladenriegel kosten 2,25 €.

116	Stück	Preis (€)	Menge (kg)	Preis (€)	Liter	Preis (€)
	4	1,80	5	17,00	15	18,75
	10	4,50	6	20,40	9	11,25
	15	6,75	8	27,20	30	37,50
	16	7,20	11	37,40	45	56,25
	18	8,10	13	44,20	75	93,75
	21	9,45	17	57,80	28	35,00

- 117** 4 Karten $\hat{=}$ 60 €
 1 Karte $\hat{=}$ 15 €
 7 Karten $\hat{=}$ 105 €
 Sieben Karten kosten 105 €.

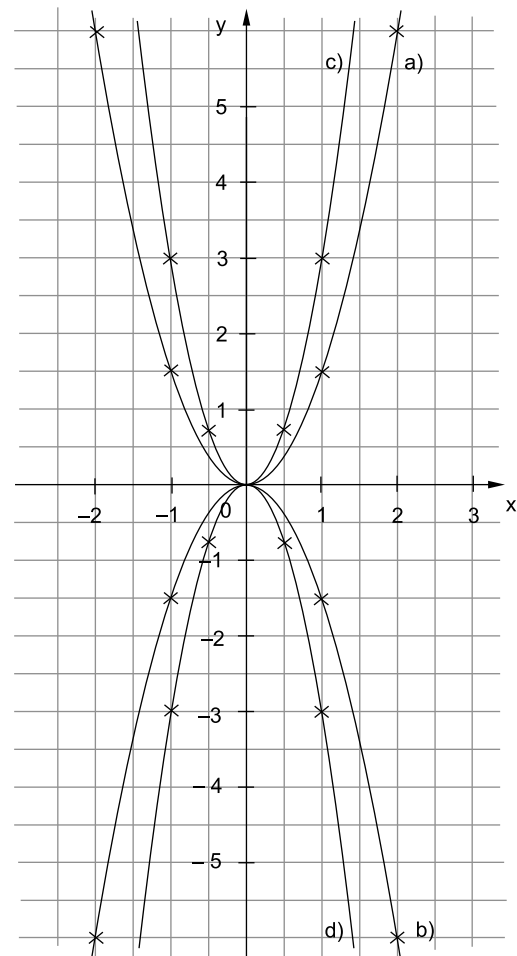
- 118** a) 25 Kugeln $\hat{=}$ 30,00 €
 1 Kugel $\hat{=}$ 1,20 €
 40 Kugeln $\hat{=}$ 48,00 €
 40 Kugeln kosten 48 €.
- b) 30,00 € $\hat{=}$ 25 Kugeln
 1 € $\hat{=}$ 0,833... Kugeln
 16,80 € $\hat{=}$ 14 Kugeln
 Für 16,80 € bekommt man 14 Kugeln Eis.

- 119** a) 23,96 € $\hat{=}$ 4 CDs
 1 € $\hat{=}$ 0,166... CDs
 42 € $\hat{=}$ 7,011... CDs \approx 7 CDs
 Anatol kann sich sieben CDs kaufen.
- b) 4 CDs $\hat{=}$ 23,96 €
 1 CD $\hat{=}$ 5,99 €
 3 CDs $\hat{=}$ 17,97 €
 Drei CDs kosten 17,97 €.

163

	x	-2	-1	0	-1	2
a)	$y = 1,5x^2$	6	1,5	0	1,5	6
b)	$y = -1,5x^2$	-6	-1,5	0	-1,5	-6

	x	-1	-0,5	0	-0,5	-1
c)	$y = 3x^2$	3	0,75	0	0,75	3
d)	$y = -3x^2$	-3	-0,75	0	-0,75	-3



164 Setze die x- und y-Werte der Punkte in die Gleichung ein und löse nach a auf.

$$\begin{aligned} \text{a) } 2 &= a \cdot (-1)^2 \\ 2 &= a \\ \Rightarrow y &= 2x^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } 6 &= a \cdot 3^2 \\ \frac{2}{3} &= a \\ \Rightarrow y &= \frac{2}{3}x^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } -4 &= a \cdot 2^2 \\ -1 &= a \\ \Rightarrow y &= -x^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } -13,5 &= a \cdot 3^2 \\ -1,5 &= a \\ \Rightarrow y &= -1,5x^2 \end{aligned}$$

 165 D $y = 0,02x^2$ C $y = -1,75x^2$ A $y = 2,5x^2$ B $y = -0,025x^2$

166

Funktion	Scheitelpunkt	a	Form
a) $y = 0,5x^2 + 4$	S(0 4)	0,5	gestaucht, nach oben geöffnet
b) $y = -4x^2 + 7$	S(0 7)	-4	gestreckt, nach unten geöffnet
c) $y = -2x^2 - 5$	S(0 -5)	-2	gestreckt, nach unten geöffnet
d) $y = 0,4x^2 - 2,4$	S(0 -2,4)	0,4	gestaucht, nach oben geöffnet

$$\begin{array}{ll}
 \text{b) I} & 10x + 5y = 40 \quad | :5 \\
 & 2x + y = 8 \quad | -2x \\
 & y = 8 - 2x \\
 \text{II} & -32x + 16y = 64 \quad | :16 \\
 & -2x + y = 4 \quad | +2x \\
 & y = 4 + 2x \\
 \\
 & \text{I} = \text{II} \\
 & 8 - 2x = 4 + 2x \quad | +2x - 4 \\
 & 4 = 4x \quad | :4 \\
 & 1 = x \\
 \\
 & \text{in I} \\
 & y = 8 - 2 \cdot 1 \\
 & y = 6
 \end{array}$$

191 a) ☐ $y = 6,4 - x$ ☐ $y = 6,4 + 0,7 \cdot x$ ☐ $y = 0,7 \cdot x$ ☒ $y = 6,4 - 0,7 \cdot x$

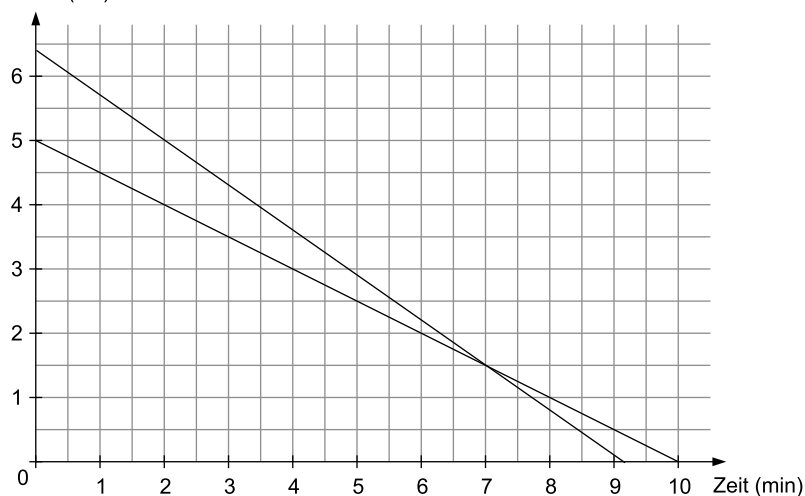
y steht für die Höhe der Kerze, x steht für die Zeit, die die Kerze brennt.

b) Aus dem Graphen kann man ablesen, dass die Kerze nach zwei Minuten noch 5 cm hoch ist.

c)

Zeit (min)	0	2	4	6	8	10
Höhe (cm)	5	4	3	2	1	0

Höhe (cm)



d) Kerze 1: $y = 6,4 - 0,7x$
Kerze 2: $y = 5 - 0,5x$

Zeitpunkt mit gleicher Kerzenhöhe:

$$\begin{array}{ll}
 6,4 - 0,7x = 5 - 0,5x & | -5 + 0,7x \\
 1,4 = 0,2x & | :0,2 \\
 7 = x
 \end{array}$$

Nach sieben Minuten Brenndauer sind beide Kerzen gleich hoch (erkennbar auch am Schnittpunkt der beiden Geraden).

192 a) $y = c \cdot a^x$
 y = Endwert
 c = Anfangswert
 a = Wachstumsfaktor
 x = Anzahl der vergangenen Stunden

b) $c = 200$ Bakterien

$$x = 3$$

$$p\% = 50\%$$

$$a = 1 + \frac{p}{100} = 1 + \frac{50}{100} = 1,5$$

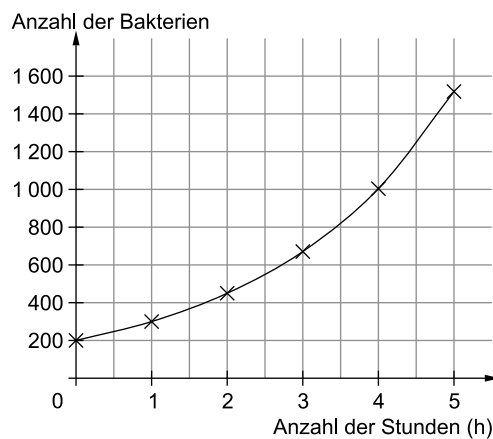
Zu bestätigender Endwert: $y = 675$

$$y = c \cdot a^x$$

$$y = 200 \cdot 1,5^3$$

$$y = 675$$

c) Anzahl der Stunden	0	1	2	3	4	5
Bakterien	200	300	450	675	1 012	1 518
		$\cdot 1,5$	$\cdot 1,5$	$\cdot 1,5$	$\cdot 1,5$	$\cdot 1,5$

d) $c = 200$ Bakterien

$$a = 1,5$$

$$x = 8$$

Anzahl der Bakterien nach acht Stunden:

$$y = c \cdot a^x$$

$$y = 200 \cdot 1,5^8$$

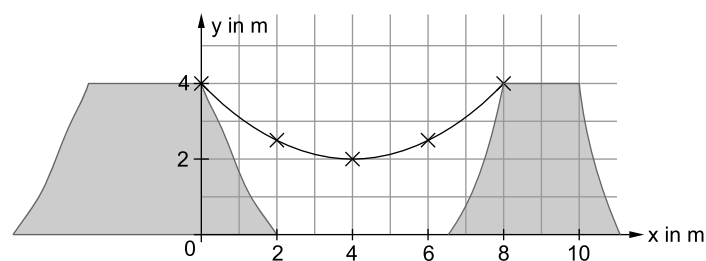
$$y \approx 5\,126$$

Paul hat recht. Da die Population der Bakterien exponentiell wächst, sind nach acht Stunden mehr als 4 000 Bakterien bei diesem Versuch entstanden.

193 a) Nein, der gegenüberliegende Hügel wird nicht erreicht.

Der Scheitelpunkt der Parabel liegt bei $S(3|2)$. Da eine Parabel immer symmetrisch ist, müsste dieser Punkt in der Mitte, bei $x = 4$ m, also bei $S(4|2)$ liegen, damit der Hügel erreicht wird.

b) x	0	2	4	6	8
$y = \frac{1}{8}(x-4)^2 + 2$	4	2,5	2	2,5	4



Zentrale Prüfung 2019

Hinweise und Tipps

Prüfungsteil 1

Aufgabe 1

Mögliche Nebenrechnungen:

$$\frac{6}{10} = 0,6; \quad -0,626; \quad -6,26; \quad \frac{1}{6} = 0,166\dots$$

Lösung:

$$-6,26 < -0,626 < \frac{1}{6} < \frac{6}{10}$$

Wandle die Brüche in Dezimalzahlen um und beachte beim Vergleichen die Vorzeichen. Veranschauliche die Zahlen zur besseren Vorstellung ggf. auf einer Zahlengeraden.

Aufgabe 2

a) Nach Pythagoras gilt:

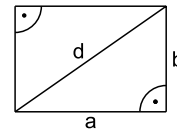
$$d^2 = a^2 + b^2$$

$$d^2 = (5 \text{ cm})^2 + (3 \text{ cm})^2 \quad | \sqrt{}$$

$$d = \sqrt{25 \text{ cm}^2 + 9 \text{ cm}^2}$$

$$d \approx 5,83 \text{ cm}$$

Die Diagonale teilt das Rechteck in zwei rechtwinklige Dreiecke.



b) Für das Ausgangsrechteck gilt:

$$A_{\text{alt}} = 5 \text{ cm} \cdot 3 \text{ cm} = 15 \text{ cm}^2$$

Für das Rechteck mit doppelten Seitenlängen gilt:

$$A_{\text{neu}} = (5 \text{ cm} \cdot 2) \cdot (3 \text{ cm} \cdot 2) = 60 \text{ cm}^2$$

Verhältnis der Flächeninhalte:

$$\frac{A_{\text{neu}}}{A_{\text{alt}}} = \frac{60 \text{ cm}^2}{15 \text{ cm}^2} = 4$$

Verdoppelt man die Seitenlängen a und b, dann vervierfacht sich der Flächeninhalt.

Alternative Lösungsmöglichkeit:

$$A_{\text{alt}} = a \cdot b$$

$$A_{\text{neu}} = 2a \cdot 2b = 4 \cdot a \cdot b = 4 \cdot A_{\text{alt}}$$

Bestimme die Fläche mit den ursprünglichen und den veränderten Seitenlängen und vergleiche.

$$\begin{aligned} \text{c) } a &= 1 \text{ cm und } b = 24 \text{ cm} \rightarrow A = 1 \text{ cm} \cdot 24 \text{ cm} = 24 \text{ cm}^2 \\ a &= 2 \text{ cm und } b = 12 \text{ cm} \rightarrow A = 2 \text{ cm} \cdot 12 \text{ cm} = 24 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

Weitere Möglichkeiten:

$$a = 3 \text{ cm und } b = 24 \text{ cm}^2 : 3 \text{ cm} = 8 \text{ cm}$$

$$a = 4 \text{ cm und } b = 24 \text{ cm}^2 : 4 \text{ cm} = 6 \text{ cm}$$

$$a = 5 \text{ cm und } b = 24 \text{ cm}^2 : 5 \text{ cm} = 4,8 \text{ cm}$$

usw.

Setze die verdoppelten Seitenlängen in die Formel ein und vergleiche mit der vorherigen Formel.

Bestimme Seitenlängen a und b, deren Produkt 24 cm^2 beträgt, indem du für ein frei gewähltes a den Wert von b durch Division berechnest:

$$b = 24 \text{ cm}^2 : a$$

Aufgabe 3

a) Der Wert von c entspricht der y-Koordinate des Scheitelpunkts der Parabel. Somit gilt $c = 3$.

Die Form der Funktionsgleichung zeigt, dass es sich um eine um den Betrag von c nach oben/unten verschobene Normalparabel handelt. Der Wert von c entspricht dabei der y-Koordinate des Scheitelpunkts.

Prüfungsteil 2

Aufgabe 1: Kaugummiautomat

- a) Gegeben: Durchmesser: $d = 14 \text{ mm} = 1,4 \text{ cm}$
 Radius: $r = d : 2 = 0,7 \text{ cm}$

Gesucht: Volumen: V

Rechnung:

$$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$$

$$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot (0,7 \text{ cm})^3$$

$$V = 1,436... \text{ cm}^3$$

$$V \approx 1,44 \text{ cm}^3$$

Das Volumen einer Kaugummikugel beträgt ca. $1,44 \text{ cm}^3$.

Alternative Lösungsmöglichkeit:

Gegeben: Volumen: $V = 1,44 \text{ cm}^3$

Gesucht: Durchmesser: d

Rechnung:

Berechnung des Radius:

$$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$$

$$1,44 \text{ cm}^3 = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 \quad \left| \cdot \frac{3}{4} \right.$$

$$\frac{1,44 \text{ cm}^3 \cdot 3}{4} = \pi \cdot r^3 \quad \left| : \pi \right.$$

$$r^3 = \frac{1,44 \text{ cm}^3 \cdot 3}{4 \cdot \pi} \quad \left| \sqrt[3]{} \right.$$

$$r = \sqrt[3]{\frac{1,44 \text{ cm}^3 \cdot 3}{4 \cdot \pi}}$$

$$r \approx 0,70 \text{ cm}$$

Berechnung des Durchmessers:

$$d = 2 \cdot r$$

$$d = 2 \cdot 0,70 \text{ cm} = 1,4 \text{ cm} = 14 \text{ mm}$$

Eine Kaugummikugel mit einem Volumen von $1,44 \text{ cm}^3$ hat einen Durchmesser von 14 mm.

Beachte, dass das Volumen in cm^3 anzugeben ist.

Bestätige durch Rechnung, dass eine Kaugummikugel mit einem Volumen von $1,44 \text{ cm}^3$ einen Durchmesser von 14 mm hat.

- b) Berechnung der Masse einer Kaugummikugel:

Gegeben: Volumen: $V = 1,44 \text{ cm}^3$

Dichte (Masse pro Volumen): $\rho = 0,82 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$

Gesucht: Masse: m

Rechnung:

$$m = \rho \cdot V = 0,82 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \cdot 1,44 \text{ cm}^3 = 1,1808 \text{ g}$$

Berechnung der Anzahl Kaugummikugeln in einer 300-Gramm-Packung:

$$300 \text{ g} : 1,1808 \text{ g} = 254,06... \approx 254$$

In einer 300-Gramm-Packung sind 254 Kaugummikugeln.

Berechne zunächst die Masse einer Kaugummikugel mithilfe ihres aus Teilaufgabe a bekannten Volumens.

Die Masse eines Stoffs (hier: Kaugummi) ergibt sich aus dem Produkt der Dichte und des Volumens:
 Masse = Dichte · Volumen

Hier muss abgerundet werden, da nur ganze Kugeln enthalten sind.



© **STARK Verlag**

www.stark-verlag.de
info@stark-verlag.de

Der Datenbestand der STARK Verlag GmbH
ist urheberrechtlich international geschützt.
Kein Teil dieser Daten darf ohne Zustimmung
des Rechteinhabers in irgendeiner Form
verwertet werden.

STARK