

Inhaltsverzeichnis

1. Grundlagen	1
1.1 Riemannsche Flächen und ihre Abbildungen	2
1.2 Liftungs- und Quotientenprinzip	7
1.3 Holomorphe Abbildungen	11
1.4 Endliche Abbildungen. Überlagerungen	14
1.5 Deckgruppen	17
1.6 Meromorphe Funktionen	20
1.7 Aufgaben	22
2. Tori und elliptische Funktionen	24
2.1 Elliptische Funktionen	24
2.2 Die \wp -Funktion	26
2.3 Abelsches Theorem für elliptische Funktionen	29
2.4 Die Entdeckung der elliptischen Funktionen	32
2.5 Reduzierte Basen. Torusabbildungen	35
2.6 Normale Abbildungen der Zahlenebene	38
2.7 Aufgaben	41
3. Fundamentalgruppe und Überlagerungen	43
3.1 Fundamentalgruppen	43
3.2 Monodromie	47
3.3 Holomorphe Überlagerungen	52
3.4 Analytische Fortsetzung	53
3.5 Abzählbarkeit	55
3.6 Unverzweigte normale Überlagerungen	58
3.7 Konstruktion von Überlagerungen	60
3.8 Die Fundamentalgruppe einer Vereinigung	62
3.9 Aufgaben	66
4. Verzweigte Überlagerungen	68
4.1 Orbitprojektionen	68
4.2 Endliche Automorphismengruppen der Zahlenkugel	69
4.3 Diskontinuierliche Gruppen	76
4.4 Komplexe Mannigfaltigkeiten und Garben	77

4.5	Orbitflächen	80
4.6	Verzweigungen	81
4.7	Verzweigte normale Überlagerungen	84
4.8	Universelle verzweigte Überlagerungen	87
4.9	Aufgaben	91
5.	Die J- und λ-Funktion	93
5.1	Modulgruppe und Modulbereich	93
5.2	Reduktionstheorie binärer Formen	97
5.3	Die J -Funktion	99
5.4	Die λ -Funktion	103
5.5	Eigenschaften der λ -Funktion	106
5.6	Anwendungen der λ -Funktion	109
5.7	Modulflächen	112
5.8	Aufgaben	115
6.	Algebraische Funktionen	117
6.1	Funktionen auf endlichen Überlagerungen	117
6.2	Riemannsche Gebilde	120
6.3	Puiseux-Theorie	124
6.4	Minimalpolynome und Automorphismen	125
6.5	Konsequenzen des Riemannschen Existenzsatzes	127
6.6	Funktionenkörper	129
6.7	Aufgaben	131
7.	Differentialformen und Integration	133
7.1	Differentialformen	134
7.2	Riemann-Hurwitzsche Formel. Automorphismen	137
7.3	Residuum. Invariante Formen. Spur	140
7.4	Integration	143
7.5	Die Abelsche Relation	145
7.6	Eine Charakterisierung der Tori	147
7.7	Homologie und Cohomologie	149
7.8	Logarithmische Ableitung	151
7.9	Aufgaben	153
8.	Divisoren und Abbildungen in projektive Räume	155
8.1	Positive Divisoren	155
8.2	Holomorphe Differentialformen	158
8.3	Abbildungen in projektive Räume	160
8.4	Schnittdivisoren und Linearscharen	163
8.5	Multiplizität. Schnittzahlen	167
8.6	Anzahl der Wendepunkte	171
8.7	Aufgaben	172

9. Ebene Kurven	174
9.1 Projektive und affine Kurven	175
9.2 Normalisierung	177
9.3 Schnitt-Theorie	179
9.4 Singularitäten. Tangenten	182
9.5 Die duale Kurve. Eine Formel von Clebsch	184
9.6 Plückersche Formeln	187
9.7 Aufgaben	191
10. Harmonische Funktionen	194
10.1 Grundlagen	195
10.2 Die Poissonsche Integralformel	198
10.3 Dirichletsches Randwertproblem	201
10.4 Subharmonische Funktionen	203
10.5 Gelochte Flächen. Abzählbarkeit der Topologie	205
10.6 Greensche Funktionen	208
10.7 Elementarpotentiale	210
10.8 Der Abbildungssatz für arme Flächen	213
10.9 Aufgaben	215
11. Uniformisierung. Dreiecksgruppen	217
11.1 Uniformisierung	217
11.2 Abelsche Fundamentalgruppen	218
11.3 Der Satz von Poincaré-Weyl	220
11.4 Dreiecksgruppen	223
11.5 Dreiecksparkettierungen	227
11.6 Das Kleinsche 14-Eck	231
11.7 Aufgaben	236
12. Polyederflächen	238
12.1 Flächenkomplexe	238
12.2 Kombinatorische Klassifikation	243
12.3 Fundamentalgruppe und Homologie	246
12.4 Die Zerschneidung Riemannscher Flächen	249
12.5 Riemannsche Periodenrelationen	251
12.6 Aufgaben	254
13. Der Satz von Riemann-Roch	256
13.1 Beweis des Satzes von Riemann-Roch	256
13.2 Die kanonische Abbildung	259
13.3 Darstellungen der Automorphismengruppe	261
13.4 Der Satz von Clifford	262

13.5 Weierstraß-Punkte	264
13.6 Weitere Anwendungen	266
13.7 Aufgaben	268
14. Der Periodentorus	270
14.1 Vom Additionstheorem zum Periodentorus	270
14.2 Perioden. Abelsches Theorem	273
14.3 Analytische Eigenschaften der Periodenabbildung	276
14.4 Symmetrische Produkte	280
14.5 Linearscharen	284
14.6 Aufgaben	287
15. Die de Rham'sche Cohomologie	289
15.1 Pfaffsche Formen	290
15.2 Flächenformen	292
15.3 Ringgebiete und Scheiben	294
15.4 Pfaffsche Formen auf kompakten Flächen	297
15.5 Hodge-Zerlegung und Periodenmatrix	300
15.6 Normierte Differentialformen	302
15.7 Aufgaben	304
16. Die Riemannsche Thetafunktion	306
16.1 Thetafunktionen	306
16.2 Darstellung meromorpher Funktionen	310
16.3 Funktionen mit exponentieller Singularität	312
16.4 Über das Verschwinden der Thetafunktionen	318
16.5 Der Torellische Satz	321
16.6 Ausblick: Abelsche Varietäten	324
16.7 Aufgaben	327
Literaturverzeichnis	329
Namensverzeichnis	336
Sachverzeichnis	337
Symbolverzeichnis	342