

# Inhaltsverzeichnis

<b>1. Grundlagen</b> .....	1
1.1 Riemannsche Flächen und ihre Abbildungen .....	2
1.2 Liftungs- und Quotientenprinzip .....	7
1.3 Holomorphe Abbildungen .....	11
1.4 Endliche Abbildungen. Überlagerungen .....	14
1.5 Deckgruppen .....	17
1.6 Meromorphe Funktionen .....	20
1.7 Aufgaben .....	22
<b>2. Tori und elliptische Funktionen</b> .....	24
2.1 Elliptische Funktionen .....	24
2.2 Die $\wp$ -Funktion .....	26
2.3 Abelsches Theorem für elliptische Funktionen .....	29
2.4 Die Entdeckung der elliptischen Funktionen .....	32
2.5 Reduzierte Basen. Torusabbildungen .....	35
2.6 Normale Abbildungen der Zahlenebene .....	38
2.7 Aufgaben .....	41
<b>3. Fundamentalgruppe und Überlagerungen</b> .....	43
3.1 Fundamentalgruppen .....	43
3.2 Monodromie .....	47
3.3 Holomorphe Überlagerungen .....	52
3.4 Analytische Fortsetzung .....	53
3.5 Abzählbarkeit .....	55
3.6 Unverzweigte normale Überlagerungen .....	58
3.7 Konstruktion von Überlagerungen .....	60
3.8 Die Fundamentalgruppe einer Vereinigung .....	62
3.9 Aufgaben .....	66
<b>4. Verzweigte Überlagerungen</b> .....	68
4.1 Orbitprojektionen .....	68
4.2 Endliche Automorphismengruppen der Zahlenkugel .....	69
4.3 Diskontinuierliche Gruppen .....	76
4.4 Komplexe Mannigfaltigkeiten und Garben .....	77

## VIII Inhaltsverzeichnis

4.5	Orbitflächen	80
4.6	Verzweigungen	81
4.7	Verzweigte normale Überlagerungen	84
4.8	Universelle verzweigte Überlagerungen	87
4.9	Aufgaben	91
<b>5.</b>	<b>Die <math>J</math>- und <math>\lambda</math>-Funktion</b>	<b>93</b>
5.1	Modulgruppe und Modulbereich	93
5.2	Reduktionstheorie binärer Formen	97
5.3	Die $J$ -Funktion	99
5.4	Die $\lambda$ -Funktion	103
5.5	Eigenschaften der $\lambda$ -Funktion	106
5.6	Anwendungen der $\lambda$ -Funktion	109
5.7	Modulflächen	112
5.8	Aufgaben	115
<b>6.</b>	<b>Algebraische Funktionen</b>	<b>117</b>
6.1	Funktionen auf endlichen Überlagerungen	117
6.2	Riemannsche Gebilde	120
6.3	Puiseux-Theorie	124
6.4	Minimalpolynome und Automorphismen	125
6.5	Konsequenzen des Riemannschen Existenzsatzes	127
6.6	Funktionenkörper	129
6.7	Aufgaben	131
<b>7.</b>	<b>Differentialformen und Integration</b>	<b>133</b>
7.1	Differentialformen	134
7.2	Riemann-Hurwitzsche Formel. Automorphismen	137
7.3	Residuum. Invariante Formen. Spur	140
7.4	Integration	143
7.5	Die Abelsche Relation	145
7.6	Eine Charakterisierung der Tori	147
7.7	Homologie und Cohomologie	149
7.8	Logarithmische Ableitung	151
7.9	Aufgaben	153
<b>8.</b>	<b>Divisoren und Abbildungen in projektive Räume</b>	<b>155</b>
8.1	Positive Divisoren	155
8.2	Holomorphe Differentialformen	158
8.3	Abbildungen in projektive Räume	160
8.4	Schnittdivisoren und Linearscharen	163
8.5	Multiplizität. Schnittzahlen	167
8.6	Anzahl der Wendepunkte	171
8.7	Aufgaben	172

<b>9. Ebene Kurven</b> .....	174
9.1 Projektive und affine Kurven .....	175
9.2 Normalisierung .....	177
9.3 Schnitt-Theorie .....	179
9.4 Singularitäten. Tangenten .....	182
9.5 Die duale Kurve. Eine Formel von Clebsch .....	184
9.6 Plückersche Formeln .....	187
9.7 Aufgaben .....	191
<b>10. Harmonische Funktionen</b> .....	194
10.1 Grundlagen .....	195
10.2 Die Poissonsche Integralformel .....	198
10.3 Dirichletsches Randwertproblem .....	201
10.4 Subharmonische Funktionen .....	203
10.5 Gelochte Flächen. Abzählbarkeit der Topologie .....	205
10.6 Greensche Funktionen .....	208
10.7 Elementarpotentiale .....	210
10.8 Der Abbildungssatz für arme Flächen .....	213
10.9 Aufgaben .....	215
<b>11. Uniformisierung. Dreiecksgruppen</b> .....	217
11.1 Uniformisierung .....	217
11.2 Abelsche Fundamentalgruppen .....	218
11.3 Der Satz von Poincaré-Weyl .....	220
11.4 Dreiecksgruppen .....	223
11.5 Dreiecksparkettierungen .....	227
11.6 Das Kleinsche 14-Eck .....	231
11.7 Aufgaben .....	236
<b>12. Polyederflächen</b> .....	238
12.1 Flächenkomplexe .....	238
12.2 Kombinatorische Klassifikation .....	243
12.3 Fundamentalgruppe und Homologie .....	246
12.4 Die Zerschneidung Riemannscher Flächen .....	249
12.5 Riemannsche Periodenrelationen .....	251
12.6 Aufgaben .....	254
<b>13. Der Satz von Riemann-Roch</b> .....	256
13.1 Beweis des Satzes von Riemann-Roch .....	256
13.2 Die kanonische Abbildung .....	259
13.3 Darstellungen der Automorphismengruppe .....	261
13.4 Der Satz von Clifford .....	262

13.5 Weierstraß-Punkte .....	264
13.6 Weitere Anwendungen .....	266
13.7 Aufgaben .....	268
<b>14. Der Periodentorus .....</b>	<b>270</b>
14.1 Vom Additionstheorem zum Periodentorus .....	270
14.2 Perioden. Abelsches Theorem .....	273
14.3 Analytische Eigenschaften der Periodenabbildung .....	276
14.4 Symmetrische Produkte .....	280
14.5 Linearscharen .....	284
14.6 Aufgaben .....	287
<b>15. Die de Rhamsche Cohomologie .....</b>	<b>289</b>
15.1 Pfaffsche Formen .....	290
15.2 Flächenformen .....	292
15.3 Ringgebiete und Scheiben .....	294
15.4 Pfaffsche Formen auf kompakten Flächen .....	297
15.5 Hodge-Zerlegung und Periodenmatrix .....	300
15.6 Normierte Differentialformen .....	302
15.7 Aufgaben .....	304
<b>16. Die Riemannsche Thetafunktion .....</b>	<b>306</b>
16.1 Thetafunktionen .....	306
16.2 Darstellung meromorpher Funktionen .....	310
16.3 Funktionen mit exponentieller Singularität .....	312
16.4 Über das Verschwinden der Thetafunktionen .....	318
16.5 Der Torellische Satz .....	321
16.6 Ausblick: Abelsche Varietäten .....	324
16.7 Aufgaben .....	327
<b>Literaturverzeichnis .....</b>	<b>329</b>
<b>Namensverzeichnis .....</b>	<b>336</b>
<b>Sachverzeichnis .....</b>	<b>337</b>
<b>Symbolverzeichnis .....</b>	<b>342</b>