

# 2023 MSA · eBBR

Original-Prüfungen und Training



**MEHR  
ERFAHREN**

Berlin · Brandenburg

## Mathematik

- + Basiswissen mit Übungen
- + Lernvideos
- + Formelsammlung

Original-Prüfungsaufgaben  
**2022** zum Download

**STARK**

# Inhalt

## Vorwort

### **Hinweise und Tipps**

<b>1</b>	<b>Keine Angst vor der Prüfung</b>	I
<b>2</b>	<b>Dein persönlicher Zeitplan</b>	I
<b>3</b>	<b>Hinweise zur Prüfung</b>	II
<b>4</b>	<b>Deine persönliche Generalprobe</b>	III
<b>5</b>	<b>Lernplaner</b>	IV
<b>6</b>	<b>Formelübersicht</b>	VI

### **Training Grundwissen**

<b>1</b>	<b>Wiederholung Grundlagen</b>	1
1.1	Terme und Termumformungen	1
	Bruchterme**	6
1.2	Lösen von linearen Gleichungen und Ungleichungen	8
	Lineare Gleichungen	8
	Lineare Ungleichungen**	10
	Textgleichungen	11
1.3	Proportionale und antiproportionale Zuordnungen	12
	Proportionale Zuordnungen	12
	Nicht proportionale Zuordnungen	13
	Lösen von proportionalen Zuordnungen 	13
	Antiproportionale Zuordnungen	14
	Lösen von antiproportionalen Zuordnungen	15
1.4	Prozentrechnung und Zinsrechnung	17
1.5	Umrechnungen von Größen	22
1.6	Dreiecke und Vierecke	25
1.7	Kreis	29
1.8	Potenzen und Wurzeln	32
<b>2</b>	<b>Lineare Funktionen – Lineare Gleichungssysteme</b>	36
2.1	Allgemeine Funktion	36
2.2	Lineare Funktionen	37
	Zeichnen von Graphen 	39
2.3	Lineare Gleichungssysteme	43
	Grafische Lösung	43
	Rechnerische Lösungsverfahren	44

\*\* Diese Inhalte sind für den MSA nicht explizit prüfungsrelevant.

<b>3</b>	<b>Quadratische Funktionen und Gleichungen</b>	50
3.1	Quadratische Funktionen	50
	Die quadratische Funktion $y=x^2$	50
	Streckung der Normalparabel 	50
	Verschiebung der Normalparabel längs der Koordinatenachsen 	51
	Scheitelpunktform einer quadratischen Funktion	52
	Nullstellen einer quadratischen Funktion	57
3.2	Quadratische Gleichungen	57
	Reinquadratische Gleichungen $x^2-q=0$	58
	Quadratische Gleichungen $x^2+px=0$	59
	Die allgemeine quadratische Gleichung $x^2+px+q=0$	59
	Der Satz von Vieta**	62
<b>4</b>	<b>Ähnlichkeit und Strahlensätze</b>	63
4.1	Maßstab	63
4.2	Vergrößern und Verkleinern von Figuren	65
4.3	Strahlensätze** 	69
<b>5</b>	<b>Der Satz des Pythagoras</b>	72
<b>6</b>	<b>Trigonometrie</b>	75
6.1	Berechnungen am rechtwinkligen Dreieck	75
6.2	Berechnungen an beliebigen Dreiecken – Sinus- und Kosinussatz	81
	Sinussatz	81
	Flächeninhalt eines Dreiecks	83
	Kosinussatz**	83
	Sinussatz oder Kosinussatz – das ist die Frage**	85
6.3	Sinus und Kosinus im Einheitskreis**	87
6.4	Trigonometrische Funktionen – Sinus- und Kosinusfunktion**	90
	Sinus- und Kosinusfunktion mithilfe des Bogenmaßes**	91
<b>7</b>	<b>Körper</b>	95
7.1	Darstellungen von Körpern	95
7.2	Berechnungen an Körpern	95
	Massenberechnung	95
	Prismen	96
	Pyramiden	100
	Kegel	102
	Kugeln	104
<b>8</b>	<b>Daten und Zufall</b>	107
8.1	Statistik 	107
8.2	Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung	119
8.3	Wahrscheinlichkeit und das Gesetz der großen Zahlen	120
8.4	Die Berechnung der Wahrscheinlichkeit von Zufallsexperimenten	121
8.5	Mehrstufige Zufallsexperimente 	124

<b>9</b>	<b>Wachstum und Zerfall</b>	128
9.1	Exponentielles Wachstum und exponentieller Zerfall	128
9.2	Exponentialfunktionen 	130
9.3	Zinseszins	131
9.4	Lineares und exponentielles Wachstum im Vergleich	133
<b>10</b>	<b>Prüfungsähnliche Aufgaben</b>	136

**Original-Abschlussprüfungen**

MSA und eBBR 2016	2016-1
MSA und eBBR 2017	2017-1
MSA und eBBR 2018	2018-1
MSA und eBBR 2019	2019-1
MSA und eBBR 2020	2020-1
MSA und eBBR 2021	2021-1

**MSA und eBBR 2022** ..... [www.stark-verlag.de/mystark](http://www.stark-verlag.de/mystark)

Sobald die Original-Prüfungsaufgaben 2022 freigegeben sind, kannst du sie als PDF auf der Plattform MyStark herunterladen (Zugangscode vgl. Farbseiten vorne im Buch).



Dein Coach zum Erfolg: Mit dem **Interaktiven Training** kannst du online auf MyStark mit vielen zusätzlichen interaktiven Aufgaben zu allen prüfungsrelevanten Kompetenzbereichen trainieren.

Die **interaktiven Aufgaben** sind im Buch mit diesem Button gekennzeichnet. Am besten gleich ausprobieren!   
Ausführliche Infos inkl. Zugangscode findest du auf den **Farbseiten** vorne in diesem Buch.

Zu ausgewählten Themen bietet dir das Buch **Lern-videos** und **GeoGebra-Anwendungen**. Bei den jeweiligen Kapiteln befinden sich **QR-Codes**, die du mit einem Smartphone oder Tablet scannen kannst. 

**Autorinnen und Autor:**

Heike Ohrt, Doris Cremer, Dietmar Steiner

# Vorwort

Liebe Schülerin, lieber Schüler,

mit diesem Buch kannst du dich langfristig und nachhaltig auf die **Prüfung am Ende der Jahrgangsstufe 10** im Fach **Mathematik** vorbereiten.

Die Prüfung findet **am 9. 5. 2023** in allen Schulen in Berlin und Brandenburg statt. Alle Schülerinnen und Schüler (Ausnahme: Brandenburger Gymnasien) erhalten die gleiche Prüfungsarbeit, die zu den Abschlüssen **Erweiterte Berufsbildungsreife** oder **Mittlerer Schulabschluss** in Berlin bzw. **Fachoberschulreife** in Brandenburg führt. Für den Erwerb der eBBR musst du grundlegende Aufgaben lösen, für den Erwerb des MSA bzw. der FOR zusätzlich noch anspruchsvollere (Teil-)Aufgaben, die durch ein Sternchen \* gekennzeichnet sind.

Die Aufgaben dieses Buches sind genau nach diesem Schema aufgebaut:

Aufgaben ohne Sternchen dienen der Vorbereitung für **alle Prüflinge** mit dem Ziel eBBR oder MSA bzw. FOR, Aufgaben mit einem Sternchen \* sind ganz auf den MSA bzw. die FOR zugeschnittene, schwierigere Aufgaben.

Themen und Aufgaben, die mit zwei Sternchen \*\* versehen sind, werden in der Prüfung nicht vorkommen, bieten dir aber für den Übergang in die gymnasiale Oberstufe das notwendige mathematische Fundament.

Für alle Teilnehmerinnen und Teilnehmer einer zentral gestellten Prüfung ist gerade das **Grundlagenwissen** besonders wichtig. Denn es geht hier nicht um Spezialkenntnisse, die du gut beherrschst, sondern die Aufgaben in der Prüfung werden ein möglichst breit gefächertes Grundwissen verlangen. Es geht vor der Prüfung also um eine Gesamtwiederholung.

- ▶ Daher beginnt dieses Buch mit einem ausführlichen **Trainingsteil**. Im ersten Kapitel werden die wichtigsten Themen der 7. bis 9. Klasse so kurz wie möglich wiederholt, die Kapitel 2 bis 9 behandeln intensiv sämtliche prüfungsrelevanten Bereiche. Zu jedem Thema findest du passende Übungsaufgaben, insgesamt über 180.
- ▶ Du kannst **selbstständig** mit dem Buch arbeiten, weil alle Themen auch anhand von Beispielaufgaben erklärt werden, die du dir auf jeden Fall anschauen solltest.
- ▶ **Prüfungsähnliche Aufgaben** findest du in Kapitel 10. Hier kannst du dein erworbenes Wissen an komplexen, themenübergreifenden Aufgaben testen.
- ▶ Die schriftlichen **Original-Abschlussprüfungen** zum mittleren Schulabschluss und zur erweiterten Berufsbildungsreife **2016 bis 2021** bilden den Abschluss des Buches. Die **Original-Abschlussprüfung 2022** steht dir auf der **Plattform MyStark** als Download zur Verfügung.

Zu allen Aufgaben gibt es **ausführliche Lösungen** in einem separaten Buch (Bestell-Nr. C11100L), die jeden Rechenschritt genau erklären. Dabei wird besonderer Wert auf die Lösungsansätze und Vorüberlegungen gelegt. Zur Veranschaulichung und zum besseren Verständnis der Lösungen helfen dir zahlreiche Skizzen.

Zuerst solltest du selbst die Lösung finden und dann mit dem Buch vergleichen. Nur was du dir selbst erarbeitet hast, bleibt im Gedächtnis und du lernst dazu. Halte dich deswegen daran, konsequent jede Aufgabe zunächst selbst zu rechnen.

# Hinweise und Tipps

## 1 Keine Angst vor der Prüfung

Eine Prüfung schafft man nicht ohne Einsatz, Lernen und Üben. Das größte Problem auf dem Weg zum Erfolg ist dabei häufig das mangelnde Vertrauen in die eigenen Fähigkeiten und die daraus resultierende Angst vor dem Nichtbestehen. Aber Angst ist ein negatives Gefühl, das dem Lernerfolg im Weg steht. Du musst also deine positiven Empfindungen stärken, um dir die Prüfungsvorbereitung zu erleichtern.

Drei kleine Sätze werden dir dabei helfen:

**Ich will es schaffen.**

**Ich kann es schaffen.**

**Ich werde es schaffen.**

Den ersten Schritt auf dem Weg zum Erfolg hast du bereits mit dem Kauf dieses Buches getan, denn damit hast du gezeigt: **Du willst.**

Wenn du bereit bist, mit diesem Buch ernsthaft und systematisch zu arbeiten und Zeit und Fleiß investieren willst, zeigst du, dass du deinen Willen auch in die Tat umsetzt: **Du kannst.**

Dieses Buches wird dich durch deine Prüfungsvorbereitung leiten und dir helfen, viele Dinge, die dir vorher unklar waren, zu verstehen, sodass du die Sicherheit erlangen kannst, um die Prüfung zu meistern: **Du wirst es schaffen.**

## 2 Dein persönlicher Zeitplan

Überfordere dich nicht und lerne nicht zu viel auf einmal, sondern fange rechtzeitig mit der Vorbereitung an, empfehlenswert sind 4 Monate vor dem Prüfungstermin. Besser noch: Fang sofort an. So bleibt genügend Zeit, alle Themen zu bearbeiten. Der Einstieg gelingt dir besser, wenn du den Stoff in kleine Einheiten aufteilst. Wichtig ist dabei, dass du regelmäßig und nicht länger als 60 Minuten übst. Erfolge stellen sich schnell ein, wenn du Aufgaben richtig gelöst hast.

Alle für den MSA/eBBR 2023 relevanten Themen findest du in dem Lernplaner auf den Seiten IV–V. Erstelle dir mithilfe dieser Vorlage deinen persönlichen Zeitplan, in dem du festhältst, wann du welches Thema bearbeiten willst. Bestimme dafür zwei feste Wochentage und lege gleich die Uhrzeit fest. Nimm dir einen Kalender zur Hand und ordne jedem Thema ein Datum zu. Vergiss nicht, in deinem Zeitplan auch die Ferien mit einzubeziehen. Der Termin für die Prüfung ist am 9. 5. 2023. Plane so, dass du spätestens eine Woche vorher deine Vorbereitung beendet hast.

Bitte deine Eltern, Bekannten oder Geschwister dich bei der Einhaltung des Plans zu unterstützen. Vielleicht findest du auch Mitschülerinnen und Mitschüler, die nach demselben Zeitplan lernen wollen. So könnt ihr euch gegenseitig motivieren und helfen.

Lege dir für die Wiederholung einen Prüfungsordner an und hefte alle Übungen ein. Vergleiche deine Lösungen mit denen im Lösungsbuch. Zu jeder Aufgabe findest du dort eine ausführliche Lösung und sicher auch eine Lösungsmöglichkeit, die für dich verständlich und einleuchtend ist. Markiere deine Lösung als r (richtig) oder f (falsch). Berichtig die mit „f“ markierten Ergebnisse, nachdem du alle Lösungen verglichen hast. Aus deinen Fehlern kannst du nur lernen. Mit jeder richtig gelösten Aufgabe wirst du an Sicherheit gewinnen.

Unter der Spalte „Bemerkungen“ in deinem Lernplaner kannst du notieren, was dir ganz speziell noch Schwierigkeiten bereitet, was du also zu gegebener Zeit wiederholen musst.

Beispiel:

Thema	Seite	Datum	Bemerkungen	Kann ich	Muss ich noch üben
Terme	1–5	03. 01. 2023	Terme und Termumformungen Binomische Formeln	✓	✓

### 3 Hinweise zur Prüfung

Die schriftliche Prüfung in Mathematik zur erweiterten Berufsbildungsreife/zum mittleren Schulabschluss (bzw. zur Fachoberschulreife in Brandenburg) in der Jahrgangsstufe 10 wird am 9. 5. 2023 stattfinden. Die Prüfungszeit beträgt **135 Minuten**. Die Prüfung ist für alle Schülerinnen und Schüler in Berlin und Brandenburg gleich. Die Aufgaben orientieren sich an den Inhalten des Rahmenlehrplans für die Klassen 7 bis 10 und an den allgemeinen Bildungsstandards der Kultusministerkonferenz.

Folgende Hilfsmittel sind zugelassen:

- ▶ Geodreieck
- ▶ Zirkel
- ▶ nichtprogrammierbarer, nichtgrafikfähiger Taschenrechner
- ▶ Wörterbuch
- ▶ Formelübersicht (erhältst du mit der Prüfungsarbeit)



# 1 Wiederholung Grundlagen

## 1.1 Terme und Termumformungen

### Merke

#### Term

Ein Term ist eine Verbindung aus Zahlen, Variablen, Rechenzeichen und Klammern.

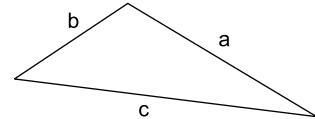
### Beispiele

1.  $2a + 2b$

2.  $(3 + x)^2$

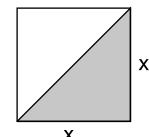
3.  $2x - \frac{y}{2}$

4. Der Term für den Umfang des Dreiecks ist:  
 $a + b + c$



5. Der Term für die graue Fläche ist:

$$\frac{1}{2}x^2$$



### Aufgaben

1

Schreibe als Term:

- Vom Dreifachen einer unbekannten Zahl soll 7 subtrahiert werden.
- Das Vierfache von  $x$  wird zu 18 addiert.
- In einer Gummibärchentüte befinden sich  $x$  Gummibärchen.  
 Mia nimmt die Hälfte heraus, Maxi nimmt danach noch 6 Gummibärchen.  
 Wie viele Gummibärchen sind jetzt noch in der Tüte?

2

Zwei parallele Seiten eines Quadrates mit der Seitenlänge  $x$  werden um 4 cm verlängert.

Gib die Terme an, mit denen man

- den Flächeninhalt
  - den Umfang
- des so entstandenen Rechtecks bestimmen kann.

3

Gib einen Term an, mit dem man die Fläche eines Viertelkreises mit dem Radius  $r$  bestimmen kann.

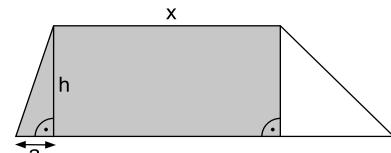
4

Welchen Zahlenwert haben die folgenden Terme? Runde auf Hundertstel.

- $\frac{3,2 \cdot 2^2}{0,2 \cdot 4,1}$
- $10 + (8,25 - 3) - 15,25 \cdot 2$

\*5

Schreibe die graue Fläche als Term.



### Interaktive Aufgaben

- 1. Satz wählen
- 2. Term aufstellen
- \*3. Flächenterm aufstellen
- \*4. Term aufstellen

**Merke****Zusammenfassen gleichartiger Glieder**

In einem Summenterm dürfen gleichartige Summanden durch Addition/Subtraktion zusammengefasst werden.

**Beispiele**

$$\begin{aligned} 1. \quad & 3x - 15 + 7x - 12x + 22 \\ & = \underbrace{3x + 7x - 12x}_{-2x} \underbrace{- 15 + 22}_{+7} \\ 2. \quad & a + a^2 + a + a^2 + 2a \\ & = 2a^2 + 4a \end{aligned}$$

Gleichartige Summanden sortieren  
Gleichartige Summanden zusammenfassen  
Gleichartige Summanden zusammenfassen

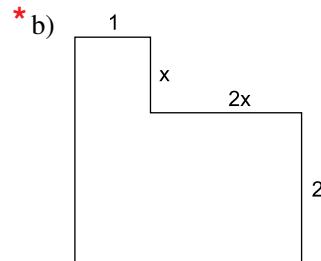
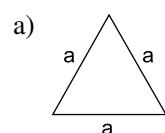
**Aufgaben****6**

Vereinfache den Term, indem du zusammenfasst.

$$\begin{array}{ll} a) \quad 14 - 28x - 54 + x - 2 & b) \quad -a + b + 46 + 44a - 15b - 7 \\ c) \quad -16 + 1,6x + 8,2 - 1,5x - 6,4 & * d) \quad \frac{1}{4}x + 2\frac{1}{4} - 2\frac{1}{4}x \end{array}$$

**7**

Nenne jeweils einen Term für den Umfang der Fläche und fasse zusammen.

**Merke****Auflösen von Plus- und Minusklammern**

Steht das Zeichen **Plus** vor einer Klammer, so darf man die **Klammer weglassen**.

$$a + (b + c) = a + b + c \quad a + (b - c) = a + b - c$$

Steht das Zeichen **Minus** vor einer Klammer, so löst man die Minusklammer auf, indem man alle Zeichen in der Klammer ändert.

$$a - (b + c) = a - b - c \quad a - (b - c) = a - b + c$$

**Beispiele**

$$\begin{array}{ll} 1. \quad & 3x + 4 + (6x - 5 + 4y) \\ & = 3x + 4 + 6x - 5 + 4y \\ & = 9x + 4y - 1 \\ 2. \quad & -15a - 5b - (7a - 6b) \\ & = -15a - 5b - 7a + 6b \\ & = -22a + b \end{array}$$

Plusklammer auflösen  
Zusammenfassen  
Minusklammer auflösen  
Zusammenfassen

**Aufgaben****8**

Löse die Klammern auf und fasse zusammen.

$$\begin{array}{l} a) \quad -3x - (4x + 2) + (3 - 5x) \\ b) \quad -(4,5a - 3,5b) - (3,5b + 4,5a) \\ c) \quad (4x + 2,5) - (1 - x) - (x + 1) \end{array}$$



**Mittlerer Schulabschluss und erweiterte Berufsbildungsreife 2021**  
**Berlin/Brandenburg Mathematik**

*Hinweis:*

Aufgaben zu anspruchsvollerem Themen sind mit einem Stern \* gekennzeichnet.

10 Punkte

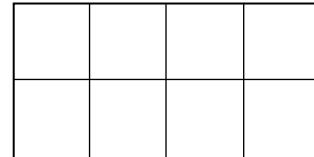
**Aufgabe 1****Basisaufgaben**

1 Punkt

- a) Eine Zugfahrt dauert 2 Stunden und 35 Minuten.  
 Der Zug fährt um 11:38 Uhr ab.  
 Geben Sie die Ankunftszeit des Zuges an.

1 Punkt

- b) Kennzeichnen Sie einen Anteil von  $\frac{3}{8}$  in diesem Rechteck.



1 Punkt

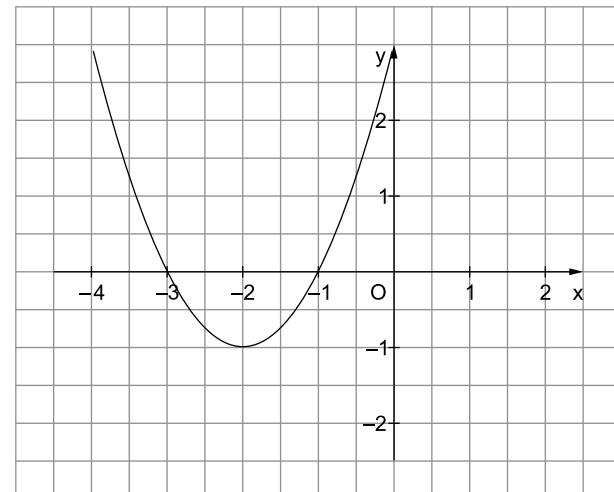
- c) Ein Fahrrad kostet 550 €. Eric erhält bei Barzahlung 20 % Rabatt.  
 Kreuzen Sie an, wie viel Eric spart.

100 €       440 €       110 €       660 €

1 Punkt

- d) Welcher Scheitelpunkt gehört zur gegebenen Parabel?  
 Kreuzen Sie an.

- S(-1 | -2)  
 S(-1 | 2)  
 S(-2 | -1)  
 S(2 | -1)



1 Punkt

- e) Das Fünffache einer Zahl vermindert um 4 ist gleich 36.  
 Kreuzen Sie die richtige Gleichung an.

$5x = -4 + 36$       $5 - 4x = 36$       $5x - 4 = 36$       $36 - 4 = 5x$

1 Punkt

- f) Beim Weitsprung erreichte Paul folgende Weiten:

4,08 m      3,88 m      3,92 m      4,12 m

Geben Sie die durchschnittliche Weite an.



© STARK Verlag

[www.stark-verlag.de](http://www.stark-verlag.de)  
[info@stark-verlag.de](mailto:info@stark-verlag.de)

Der Datenbestand der STARK Verlag GmbH  
ist urheberrechtlich international geschützt.  
Kein Teil dieser Daten darf ohne Zustimmung  
des Rechteinhabers in irgendeiner Form  
verwertet werden.

**STARK**