2023

Abitur

Original-Prüf
mit Lösunger

MEHR ERFAHREN

Berlin

Mathematik LK

+ Übungsaufgaben
+ Online-Glossar

ActiveBook
Interaktives
Training

Original-Prüfungsaufgaben
2022 zum Download

STARK

Inhalt

Hinweise und Tipps zum Zentralabitur 2023

Übungsaufgaben zum hilfsmittelfreien Teil

Zentrale schriftliche Abiturprüfung

Jahrgang 2018

Jahrgang 2019

Sobald die Original-Prüfungsaufgaben 2022 zur Veröffentlichung freigegeben sind, können Sie sie als PDF auf der Plattform MyStark herunterladen (Zugangscode vgl. Farbseiten vorne im Buch).

Sitzen alle mathematischen Begriffe? Unter
www.stark-verlag.de/mathematik-glossar/
finden Sie ein kostenloses Glossar zum schnellen Nachschlagen aller wichtigen Definitionen mitsamt hilfreicher Abbildungen und Erläuterungen.

Ihr Coach zum Erfolg: Mit dem **interaktiven Training zum hilfsmittelfreien Teil des Abiturs** lösen Sie online auf MyStark Aufgaben, die speziell auf diesen Prüfungsteil zugeschnitten sind. Am besten gleich ausprobieren! Ausführliche Infos inkl. Zugangscode finden Sie auf den Farbseiten vorne in diesem Buch.

Vorwort

Liebe Schülerinnen und Schüler,

dieses Übungsbuch ist die ideale Hilfe bei der Vorbereitung auf das **Zentralabitur 2023** für den **Leistungskurs in Berlin** im Fach **Mathematik**.

- Sie erhalten im ersten Teil des Buches wichtige **Informationen** über Inhalt und Aufbau der Prüfungsaufgaben für das **Abitur 2023**. Dies ermöglicht Ihnen, sich gezielt auf die Abiturprüfung vorzubereiten. Darüber hinaus finden Sie viele **Hinweise und Tipps**, die Ihnen helfen, effektiv und erfolgreich an die Lösung der Prüfungsaufgaben heranzugehen.
- Im zweiten Teil stehen Ihnen **Übungsaufgaben** zum **hilfsmittelfreien Teil** zur Verfügung. Diese bestehen aus den entsprechenden Aufgaben des Abiturs in Brandenburg und dienen zur Orientierung für den hilfsmittelfreien Teil des Abiturs in Berlin.
- Der dritte Teil enthält die **Original-Prüfungsaufgaben 2018 bis 2021** von Berlin. Die **Original-Prüfung 2022** steht Ihnen auf der **Plattform MyStark** zum Download zur Verfügung. Mit diesen Aufgaben können Sie sich ein genaues Bild davon machen, wie die Prüfung in den letzten Jahren ausgesehen hat.
- Der Zugangscode auf den Farbseiten vorne in diesem Buch ermöglicht es Ihnen, Aufgaben im Rahmen eines **Online-Prüfungstrainings zum hilfsmittelfreien Teil des Abiturs** interaktiv zu lösen.
- Die Original-Prüfungsaufgaben sind zusätzlich mit **separaten Tipps zum Lösungsansatz** versehen, die Ihnen Hilfestellungen für die Lösung der Aufgabe geben. Wenn Sie mit einer Aufgabe nicht zurechtkommen, schauen Sie deshalb nicht gleich in die Lösungen, sondern nutzen Sie schrittweise die Lösungstipps, um selbst die Lösung zu finden.
- Zu allen Original-Prüfungsaufgaben wurde **eine vollständige, ausführlich kommentierte Lösung mit allen erforderlichen Rechenschritten** erstellt, die es Ihnen ermöglicht, Ihre Lösung eigenständig zu kontrollieren und die Rechenwege Schritt für Schritt nachzuvollziehen.

Sollten nach Erscheinen dieses Bandes noch wichtige Änderungen in der Abitur-Prüfung 2023 vom LISUM Berlin-Brandenburg bekannt gegeben werden, finden Sie aktuelle Informationen dazu ebenfalls auf der Plattform MyStark (Zugangscode vgl. Farbseiten).

Die Autoren wünschen Ihnen für die Prüfungsvorbereitung und für das Abitur viel Erfolg!

Hinweise und Tipps zum Zentralabitur 2023

Die zentrale schriftliche Abiturprüfung im Fach Mathematik

Die Grundlagen für die von Ihnen zu bearbeitenden Prüfungsaufgaben sind der Rahmenlehrplan für die gymnasiale Oberstufe in der Ausgabe von 2014 und die Bildungsstandards der KMK für die allgemeine Hochschulreife im Fach Mathematik (Beschluss vom 18.10.2012). Die zu überprüfenden Kompetenzen sowie die inhaltsbezogenen Prüfungsgegenstände ergeben sich aus den im oben genannten Rahmenlehrplan beschriebenen bzw. aufgelisteten abschlussorientierten Standards.

Prüfungsrelevante Themen

Die Prüfungsaufgaben im Fach Mathematik basieren auf dem **Kerncurriculum**.
Grundsätzlich **nicht** gefordert werden das Erläutern und Entwickeln von Beweisen sowie Simulationen.

Aufbau und Bearbeitung der Prüfungsaufgaben

Bei der Aufgabenstellung 1, den hilfsmittelfreien Aufgaben, stehen die Aufgaben und ihre Teilaufgaben in keinem übergeordneten Zusammenhang. Sie beziehen sich auf alle drei Themengebiete und können auch in begrenztem Umfang Problemstellungen enthalten, die dem Anforderungsbereich III zuzuordnen sind.
Es gibt 6 Aufgaben zu je 5 BE.

Bei den weiteren Aufgabenstellungen ist jede Aufgabe als strukturierte, inhaltlich zusammenhängende Aufgabe konstruiert, die in mehrere Teilaufgaben untergliedert ist. Jede dieser Aufgaben enthält entsprechende Anteile aus allen drei Anforderungsbereichen. Üblicherweise beginnen die Aufgaben mit den dem Anforderungsbereich I zugeordneten Grundaufgaben. Es empfiehlt sich immer, die Aufgabe zunächst vollständig zu lesen, da Zwischenergebnisse gelegentlich auch in nachfolgenden Aufgabenteilen enthalten sein können.

Aufgabenteile, die dem Anforderungsbereich III zugeordnet sind, finden sich meist am Ende der jeweiligen Aufgabe. Nur, wenn es der Zusammenhang erfordert, können sie auch schon früher eingegliedert sein. Wenn sich die Möglichkeit bietet, wird die Aufgabe so formuliert, dass eine praktische Anwendung des mathematischen Sachverhaltes beschrieben wird.

In jedem der drei Themengebiete Analysis, Analytische Geometrie und Stochastik ist genau eine Aufgabe zu lösen, wobei der Prüfling jeweils die Wahl zwischen zwei gleichwertigen Aufgaben hat. Die Wahlmöglichkeiten sind in folgender Tabelle dargestellt:

Aufgabenstellung 1 ohne Wahlmöglichkeit 75 min	Aufgabe 1: **hilfsmittelfreier Teil** (Analysis, Analytische Geometrie und Stochastik)
Aufgabenstellung 2 Der Prüfling wählt aus.	Aufgabe 2.1 oder Aufgabe 2.2 **Analysis**
Aufgabenstellung 3 Der Prüfling wählt aus.	Aufgabe 3.1 oder Aufgabe 3.2 **Analytische Geometrie**
Aufgabenstellung 4 Der Prüfling wählt aus.	Aufgabe 4.1 oder Aufgabe 4.2 **Stochastik**

Für die Bearbeitung der vier Prüfungsaufgaben stehen **300 Minuten** zur Verfügung.
Davon entfallen 75 Minuten auf die Aufgabenstellung 1.
30 Minuten sind zudem als Lesezeit vorgesehen, in denen die Aufgaben gelesen werden können und eine Wahl zwischen den beiden Aufgaben in jedem Themengebiet getroffen werden kann.

2022 und **2021** galten aufgrund der Coronapandemie **Ausnahmeregelungen**. Der hilfsmittelfreie Teil bestand aus 4 **verpflichtenden** Aufgaben Analysis und die Lehrkraft wählte **zusätzlich** entweder 2 Aufgaben Analytische Geometrie **oder** 2 Aufgaben Stochastik aus.
Im nicht hilfsmittelfreien Teil mussten beide Aufgaben Analysis bearbeitet werden und die Lehrkraft wählte wiederum **zusätzlich** die Aufgabe Analytische Geometrie **oder** die Aufgabe Stochastik aus.
Die Bewertungseinheiten und Aufgabenstellungen wurden entsprechend angepasst.

Für die Frage, welche **Hilfsmittel** bei der Prüfung zugelassen sind, ist entscheidend, ob die Abiturprüfung ohne oder mit Verwendung eines Computer-Algebra-Systems (CAS) bearbeitet wird.
Grundsätzlich sind folgende Hilfsmittel zugelassen:

- Nachschlagewerk zur Rechtschreibung der deutschen Sprache
- Formelsammlung, die von der zuständigen Senatsverwaltung bzw. dem zuständigen Ministerium für die Verwendung im Abitur zugelassen und an der Schule eingeführt ist (Aufgabenstellung 2, 3 und 4).

Für die Bearbeitung **ohne CAS** sind folgende Hilfsmittel zugelassen:
Taschenrechner, die nicht programmierbar und nicht grafikfähig sind und nicht über Möglichkeiten der numerischen Differenziation oder Integration oder dem automatisierten Lösen von Gleichungen verfügen.

Für die Bearbeitung **mit CAS** sind folgende Hilfsmittel zugelassen:
Für die Bearbeitung der Abiturprüfung können ein PC oder folgende Geräte Anwendung finden:

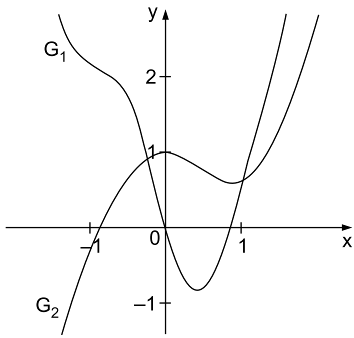
Texas Instruments	TI-92, TI-Voyage, TI-Nspire
Casio	Classpad

Berlin – Mathematik Leistungskurs
Übungsaufgabe 1: hilfsmittelfreier Teil*

Teil 1 – Analysis

BE

a) Im Bild sind die Graphen G_1 und G_2 dargestellt. Einer der beiden ist der Graph einer Funktion f, der andere der Graph der zugehörigen Ableitungsfunktion f'.
Geben Sie an, welcher der beiden Graphen die Ableitungsfunktion zeigt, und begründen Sie Ihre Entscheidung. 2



b) Ermitteln Sie diejenige Stammfunktion der Funktion f mit $f(x) = -2e^{2x} + 1$, deren Graph die y-Achse im Punkt $S_y(0\,|\,5)$ schneidet. 3

c) Aus einem 20 Meter langen Draht soll das Kantenmodell eines Quaders mit quadratischer Grundfläche hergestellt werden. Die Seitenlänge der Quadrate ist a.
Stellen Sie eine Funktion in Abhängigkeit von a auf, mit der man das Volumen des Quaders ermitteln kann. Geben Sie den Definitionsbereich für diese Funktion an. 5

Teil 2 – Analytische Geometrie und Lineare Algebra

a) Gegeben sind die Punkte $P(1\,|\,-2\,|\,1)$, $Q(2\,|\,-3\,|\,-1)$ und $R(-1\,|\,4\,|\,2)$.
Geben Sie eine Gleichung der Geraden g an, die durch den Punkt R und parallel zur Geraden durch die Punkte P und Q verläuft. 2

b) Ermitteln Sie zwei Vektoren $\vec{b}$ und $\vec{c}$, sodass gilt:
Je zwei der drei Vektoren $\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}$, $\vec{b}$ und $\vec{c}$ sind orthogonal zueinander. 4

c) E_m ist die mittelparallele Ebene, die alle Punkte enthält, die zu den beiden Ebenen E_1: $2x + 3y - 4z = d_1$ und E_2: $2x + 3y - 4z = d_2$ den gleichen Abstand haben.
Weisen Sie nach, dass E_m die Gleichung $2x + 3y - 4z = \frac{d_1 + d_2}{2}$ mit $d_1, d_2 \neq 0$ hat. 4

Teil 3 – Stochastik

a) Bei einem Multiple-Choice-Test sollen 4 Fragen durch Ankreuzen beantwortet werden. Es gibt stets 4 Antwortmöglichkeiten, von denen genau eine richtig ist.
Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass jemand durch willkürliches Raten alle Antworten richtig angekreuzt hat. 3

*Abitur Brandenburg 2015 Aufgabe 1

Tipps und Hinweise zur Lösung von Übungsaufgabe 1

Tipps zu Teil 1

a) Suchen Sie die Stellen, an denen der eine Graph eine Nullstelle und der andere eine Extremstelle hat. Was können Sie daraus schließen?

b) Berechnen Sie die Stammfunktion von f(x) in Abhängigkeit der Konstanten C.

Setzen Sie die Koordinaten von S_y in die Stammfunktion ein und lösen Sie die entstehende Gleichung nach C auf.

c) Stellen Sie das Volumen des Quaders mithilfe der Kantenlänge a und der Kantenlänge b dar.

Die Summe aller Kanten soll 20 m betragen. Wie können Sie daraus die Kantenlänge b in Abhängigkeit von der Kantenlänge a ausdrücken?

Ersetzen Sie b in der Formel für das Volumen.

Welche Bedingung müssen die beiden Kantenlängen erfüllen? Berechnen Sie damit den Definitionsbereich von a.

Tipps zu Teil 2

a) Parallele Geraden besitzen denselben Richtungsvektor. Dieser lässt sich mithilfe der beiden Punkte berechnen, durch die die Gerade verläuft.

b) Wählen Sie für $\vec{b}$ einen beliebigen Vektor, für den $\vec{a} \circ \vec{b} = 0$ gilt.

Der Vektor $\vec{c}$ muss zwei Bedingungen erfüllen: $\vec{a} \circ \vec{c} = 0$ und $\vec{b} \circ \vec{c} = 0$

c) Wählen Sie je einen Punkt, der in der Ebene E_1 bzw. E_2 liegt.

Berechnen Sie die Koordinaten des Mittelpunktes der beiden Punkte.

Verwenden Sie die Koordinaten des Mittelpunktes, um die Ebenengleichung der mittelparallelen Ebene zu bestimmen.

Tipps zu Teil 3

a) Verdeutlichen Sie sich den Sachverhalt anhand eines Baumdiagramms.

Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, eine Frage durch Raten richtig zu beantworten?

b) Die erste Wahrscheinlichkeit können Sie direkt aus der ergänzten Vierfeldertafel entnehmen.

Für die zweite Wahrscheinlichkeit benötigen Sie die Formel für die bedingte Wahrscheinlichkeit.

c) Betrachten Sie die Wahrscheinlichkeit für $X = 3$.

Beachten Sie, dass die Wahrscheinlichkeit für eine gerade Zahl genauso hoch ist wie die Wahrscheinlichkeit für eine ungerade Zahl. Welche Anzahl kommt daher infrage, um dieselbe Wahrscheinlichkeit w zu erhalten?

Prüfen Sie, ob $\binom{20}{17}$ genauso groß ist wie $\binom{20}{3}$. Benutzen Sie dafür $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$.

Lösungen zur Übungsaufgabe 1

Teil 1 – Analysis

a) *1. Möglichkeit:*
Der Graph G_2 ist der Graph der Funktion f(x) und der Graph G_1 ist der Graph der Funktion f'(x), weil die Nullstellen von f'(x) die Extremstellen von f(x) sind.

2. Möglichkeit:
Der Graph G_2 ist der Graph der Funktion f(x) und der Graph G_1 ist der Graph der Funktion f'(x), weil die Extremstelle von f'(x) die Wendestelle von f(x) ist.

b) Es handelt sich hier um ein sogenanntes „Anfangswertproblem".
Für die Stammfunktion von f(x) gilt:

$$F_C(x) = \int (-2e^{2x} + 1)\,dx = -2 \cdot \frac{1}{2} \cdot e^{2x} + x + C = -e^{2x} + x + C$$

Da $S_y(0|5)$ auf dem Graphen von $F_C(x)$ liegen soll, muss dessen Funktionsterm für $x = 0$ und $y = F_C(0) = 5$ erfüllt sein. Aus dieser Gleichung lässt sich C berechnen.

Damit gilt:

$$\begin{aligned} 5 &= -e^{2 \cdot 0} + 0 + C \\ 5 &= -1 + C \\ 6 &= C \end{aligned}$$

Für die Stammfunktion folgt:

$$F(x) = \underline{\underline{-e^{2x} + x + 6}}$$

c) Hier handelt es sich im Ansatz um eine Extremwertaufgabe.
Volumen des Quaders (Hauptbedingung):

$$V = a \cdot a \cdot b = a^2 b$$

Summe aller Kantenlängen des Quaders (Nebenbedingung):

$$\begin{aligned} 8a + 4b &= 20 \\ 4b &= 20 - 8a \\ b &= 5 - 2a \end{aligned}$$

Damit erhält man als Zielfunktion:

$$V(a) = a^2 b = \underline{\underline{a^2 (5 - 2a) = -2a^3 + 5a^2}}$$

Definitionsbereich von V(a):
Damit ein Quader existiert, müssen alle Kantenlängen größer als null sein. Daher muss $a > 0$ gelten. Für b muss die folgende Ungleichung erfüllt sein:

$$\begin{aligned} 5 - 2a &> 0 \\ 5 &> 2a \\ 2a &< 5 \\ a &< \frac{5}{2} \end{aligned}$$

Daher muss a Folgendes erfüllen:

$$0 < a < \frac{5}{2}$$

Damit ergibt sich der Definitionsbereich:

$$\underline{\underline{\mathbb{D}_V = \left\{a \mid a \in \mathbb{R}, 0 < a < \frac{5}{2}\right\}}}$$

Teil 2 – Analytische Geometrie und Lineare Algebra

a) Die Gerade g verläuft durch den Punkt R und ist parallel zur Geraden g(PQ). Es müssen also die folgenden Bedingungen erfüllt sein: $R \in g$ und $g \parallel g(PQ)$.

$$g:\ \vec{x} = \overrightarrow{OR} + t \cdot \overrightarrow{PQ} = \underline{\underline{\begin{pmatrix} -1 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix}}};\quad t \in \mathbb{R}$$

b) Zwei Vektoren sind orthogonal zueinander, wenn ihr Skalarprodukt null ergibt.
Die Koordinaten von $\vec{b}$ werden so gewählt, dass $\vec{a} \circ \vec{b} = 0$ erfüllt ist. Dies gilt z. B. für $\underline{\underline{\vec{b} = \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}}}$:

$$\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} = -6 + 6 + 0 = 0$$

Um einen solchen Vektor zu erhalten, können zwei Koordinaten von $\vec{b}$ frei gewählt werden. Die dritte Koordinate von $\vec{b}$ lässt sich dann über das Skalarprodukt $\vec{a} \circ \vec{b}$ berechnen.

Weiterhin muss gelten:

$$\vec{a} \circ \vec{c} = 0 \text{ und } \vec{b} \circ \vec{c} = 0$$

1. Möglichkeit:
Im trivialen Fall ist $\underline{\underline{\vec{c} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \vec{0}}}$, denn dieser ist zu jedem Vektor orthogonal.

Probe: $$\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = 0 + 0 + 0 = 0$$

$$\begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = 0 + 0 + 0 = 0$$

2. Möglichkeit:
Aus den Bedingungen für $\vec{c}$ erhält man ein lineares Gleichungssystem:

$$\vec{a} \circ \vec{c} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = 0 \quad \Rightarrow \quad \text{I} \quad 2x + 3y - z = 0$$

$$\vec{b} \circ \vec{c} = \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = 0 \quad \Rightarrow \quad \text{II} \quad -3x + 2y = 0$$

Ausflugsschiff BE

Ein Unternehmen organisiert Fahrten mit einem Ausflugsschiff.
Betrachtet wird zunächst eine Fahrt, bei der das Schiff mit 60 Fahrgästen voll besetzt ist. Zu Beginn der Fahrt werden drei Fahrgäste zufällig ausgewählt; diese erhalten jeweils ein Freigetränk.

a) Ermitteln Sie die Anzahl möglicher Dreiergruppen, die sich bei der Auswahl ergeben können. 2

b) Zwei Drittel der Fahrgäste kommen aus Deutschland, die übrigen aus anderen Ländern.
Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die drei ausgewählten Fahrgäste aus Deutschland kommen. 2

c) Unter den Fahrgästen befinden sich Erwachsene und Kinder. Die Hälfte der Fahrgäste isst während der Fahrt ein Eis, von den Erwachsenen nur jeder Dritte, von den Kindern 75 %.
Berechnen Sie, wie viele Kinder an der Fahrt teilnehmen. 3

Möchte man an der Fahrt teilnehmen, so muss man dafür im Voraus eine Reservierung vornehmen. Erfahrungsgemäß erscheinen von den Personen mit Reservierung einige nicht zur Fahrt. Für die 60 Plätze lässt das Unternehmen deshalb bis zu 62 Reservierungen zu.
Es soll davon ausgegangen werden, dass für jede Fahrt tatsächlich 62 Reservierungen vorgenommen werden. Erscheinen mehr als 60 Personen mit Reservierung zur Fahrt, so können nur 60 von ihnen daran teilnehmen; die übrigen müssen abgewiesen werden.
Vereinfachend soll angenommen werden, dass die Anzahl der Personen mit Reservierung, die zur Fahrt erscheinen, binomialverteilt ist, wobei die Wahrscheinlichkeit dafür, dass eine zufällig ausgewählte Person mit Reservierung nicht zur Fahrt erscheint, 10 % beträgt.

d) Geben Sie einen Grund dafür an, dass es sich bei dieser Annahme im Sachzusammenhang um eine Vereinfachung handelt. 1

e) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass mindestens eine Person mit Reservierung abgewiesen werden muss. 3

f) Bei den sogenannten Mondscheinfahrten im Sommer muss erfahrungsgemäß bei 2 % der Fahrten jemand mit Reservierung abgewiesen werden.
Ermitteln Sie, wie viele Fahrten höchstens durchgeführt werden können, damit die Wahrscheinlichkeit, dass bei mindestens einer Fahrt jemand abgewiesen werden muss, höchstens 50 % beträgt. 4

Tipps und Hinweise zur Lösung von Aufgabe 4.2

Tipp zu Teilaufgabe a

- Die Anzahl der Möglichkeiten, aus einer Gruppe von n Personen k Personen auszuwählen, gibt der Binomialkoeffizient $\binom{n}{k}$ an.

Tipps zu Teilaufgabe b

- Die Angabe, dass zwei Drittel der Fahrgäste aus Deutschland kommen, liefert die Information, dass von den insgesamt 60 Fahrgästen 40 aus Deutschland kommen.
- Zur Aufstellung eines Terms für die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die drei ausgewählten Fahrgäste aus Deutschland kommen, kann Ihnen folgende Überlegung helfen: Für die Auswahl der ersten Person der Dreiergruppe stehen 40 Fahrgäste aus Deutschland von insgesamt 60 Fahrgästen zur Verfügung. Für die Auswahl der zweiten Person der Dreiergruppe stehen nur noch 39 Fahrgäste aus Deutschland von insgesamt 59 Fahrgästen zur Verfügung. Für die Auswahl der dritten Person der Dreiergruppe stehen schließlich nur noch 38 Fahrgäste aus Deutschland von insgesamt 58 Fahrgästen zur Verfügung.

Tipps zu Teilaufgabe c

- Die Angabe, dass die Hälfte der Fahrgäste ein Eis isst, liefert die Information, dass von den 60 Fahrgästen 30 ein Eis essen.
- Führen Sie eine Variable ein, die die Anzahl der an der Fahrt teilnehmenden Kinder bezeichnet.
- Stellen Sie einen Term für die Anzahl der Eis essenden Fahrgäste in Abhängigkeit der von Ihnen eingeführten Variablen für die Anzahl der an der Fahrt teilnehmenden Kinder auf.
- Dabei ergibt sich die Anzahl der Eis essenden Fahrgäste aus der Summe der Eis essenden Kinder und der Eis essenden Erwachsenen.
- Setzen Sie den Term für die Anzahl der Eis essenden Fahrgäste gleich 30 und berechnen Sie den Wert der Variablen für die Anzahl der an der Fahrt teilnehmenden Kinder.

Tipp zu Teilaufgabe d

- Bedenken Sie, dass in der Realität oftmals mehrere Personen zusammen (z. B. befreundete Personen, Familien) eine Reservierung vornehmen.

Tipps zu Teilaufgabe e

- Die Zufallsgröße X: „Anzahl der Personen mit Reservierung, die nicht zur Fahrt erscheinen" ist binomialverteilt mit $p = 0{,}1$ und $n = 62$. Zur Berechnung der gesuchten Wahrscheinlichkeit muss die Bernoulli-Formel angewendet werden.
- Mindestens eine Person mit Reservierung muss abgewiesen werden, wenn entweder keine der Personen mit Reservierung oder nur eine Person mit Reservierung der Fahrt fernbleibt. Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass mindestens eine Person abgewiesen werden muss, entspricht $P(X \leq 1)$.

Tipps zu Teilaufgabe f

- Betrachten Sie die Zufallsgröße Y: „Anzahl der Personen mit Reservierung, die abgewiesen werden müssen".
- Aus der Angabe, dass erfahrungsgemäß bei 2 % der Fahrten jemand mit Reservierung abgewiesen werden muss, ergibt sich, dass bei 98 % der Fahrten niemand mit Reservierung abgewiesen werden muss. Bei n Fahrten beträgt die Wahrscheinlichkeit, dass niemand mit Reservierung abgewiesen werden muss, gemäß der Pfadregel: $P(Y=0)=0{,}98^n$
- Damit die Wahrscheinlichkeit $P(Y>0)$, dass jemand abgewiesen werden muss, höchstens 50 % beträgt, muss die Gegenwahrscheinlichkeit $P(Y=0)$, dass niemand abgewiesen wird, mindestens 50 % betragen. Es muss also gelten: $P(Y=0)\geq 0{,}5$

Tipps zu Teilaufgabe g

- Ermitteln Sie mithilfe der in der Anlage beigefügten summierten Binomialverteilung für $n=200$ und $p=0{,}1$, bis zu welcher Personenanzahl k die Wahrscheinlichkeit $P_{200;\,0,1}(X\geq k)$ noch kleiner als 0,05 ist.
- Da in der Tabelle nur Wahrscheinlichkeiten $P_{200;\,0,1}(X\leq k)$ abgelesen werden können, müssen Sie über das Gegenereignis gehen.

Tipp zu Teilaufgabe h

- Vergleichen Sie in Ihrer Begründung die Wahrscheinlichkeit, die Anzahl der Reservierungen irrtümlich zu erhöhen, mit der Wahrscheinlichkeit, irrtümlich bei der bisherigen Anzahl zu bleiben.

Tipps zu Teilaufgabe i

- Bei einem Hypothesentest liegt ein Fehler zweiter Art vor, wenn die Nullhypothese zu Unrecht beibehalten wird.
- Bei einem Fehler zweiter Art weist der Test die Nullhypothese fälschlicherweise nicht zurück, obwohl die Alternativhypothese korrekt ist.

Lösungen zu Aufgabe 4.2

a) Die Anzahl der Möglichkeiten, aus einer Gruppe von 60 Personen drei auszuwählen, gibt der Binomialkoeffizient $\binom{60}{3} = 34\,220$ an.

Es gibt also $\underline{\underline{34\,220}}$ mögliche Dreiergruppen, die sich bei der Auswahl ergeben können.

b) Anzahl der Fahrgäste, die aus Deutschland kommen:

$$\frac{2}{3} \cdot 60 = 40$$

Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die drei ausgewählten Fahrgäste aus Deutschland kommen, berechnet sich über den Quotienten Anzahl der Fahrgäste zur Gesamtanzahl der Fahrgäste. Da es sich um ein Ziehen ohne Zurücklegen handelt, verringern sich die Anzahlen für die 2. und 3. Person immer jeweils um eins.

$$\frac{40}{60} \cdot \frac{39}{59} \cdot \frac{38}{58} = \frac{59\,280}{205\,320} \approx 0{,}2887$$

Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die drei ausgewählten Fahrgäste aus Deutschland kommen, beträgt ungefähr $\underline{\underline{28{,}87\ \%}}$.

c) Bezeichnet man die Anzahl der an der Fahrt teilnehmenden Kinder mit k, so ist die Anzahl der Kinder, die ein Eis essen, $\frac{3}{4}\text{k}$, die Anzahl der Erwachsenen, die ein Eis essen, $\frac{1}{3}(60 - \text{k})$. Insgesamt essen $\frac{60}{2} = 30$ der Fahrgäste ein Eis.
Damit gilt:

$$\frac{3}{4}\text{k} + \frac{1}{3}(60 - \text{k}) = 30$$

$$\frac{3}{4}\text{k} + 20 - \frac{1}{3}\text{k} = 30$$

$$\frac{5}{12}\text{k} = 10$$

$$\text{k} = 24$$

An der Fahrt nehmen $\underline{\underline{\text{24 Kinder}}}$ teil.

d) Bei der Annahme handelt es sich deshalb um eine Vereinfachung, da das Erscheinen bzw. Nichterscheinen in der Regel für einige Personen mit Reservierung (z. B. befreundete Personen, Familien) nicht unabhängig voneinander erfolgt. Wenn z. B. in einer Familie die Eltern die Reservierung nicht wahrnehmen, werden auch die Kinder nicht mitfahren.

e) Mindestens eine Person mit Reservierung muss abgewiesen werden, wenn entweder keine der Personen mit Reservierung oder nur eine Person mit Reservierung der Fahrt fernbleibt.

Die Zufallsgröße X: „Anzahl der Personen mit Reservierung, die nicht zur Fahrt erscheinen" ist binomialverteilt mit $n = 62$ und $p = 0{,}1$.