

2023

# Abitur

Original-Prüfungen  
mit Lösungen

**MEHR  
ERFAHREN**

Sachsen

**Mathematik LK**

+ *Online-Glossar*

ActiveBook  
• Interaktives  
Training

Original-Prüfungsaufgaben  
**2022** zum Download

**STARK**

# Inhalt

Vorwort  
Stichwortverzeichnis  
Materialien für Aufgaben zur Stochastik

## **Hinweise und Tipps zum Zentralabitur**

Ablauf der Prüfung . . . . .	I
Bewertung . . . . .	II
Verwendung von Operatoren . . . . .	III
Methodische Hinweise und allgemeine Tipps zur schriftlichen Prüfung . . . . .	V
Hinweise und Tipps zum Lösen von Aufgaben mit dem CAS-Rechner . . . . .	VIII
Arbeiten mit dem CAS-Rechner . . . . .	VIII

## **Abiturprüfung 2014**

Teil A . . . . .	2014-1
Teil B, Aufgabe 1 . . . . .	2014-9
Teil B, Aufgabe 2 . . . . .	2014-17

## **Abiturprüfung 2015**

Teil A . . . . .	2015-1
Teil B, Aufgabe 1 . . . . .	2015-9
Teil B, Aufgabe 2 . . . . .	2015-17

## **Abiturprüfung 2016**

Teil A . . . . .	2016-1
Teil B, Aufgabe 1 . . . . .	2016-9
Teil B, Aufgabe 2 . . . . .	2016-18

## **Abiturprüfung 2017**

Teil A . . . . .	2017-1
Teil B, Aufgabe 1 . . . . .	2017-9
Teil B, Aufgabe 2 . . . . .	2017-17

## **Abiturprüfung 2018**

---

Teil A . . . . .	2018-1
Teil B, Aufgabe 1 . . . . .	2018-10
Teil B, Aufgabe 2 . . . . .	2018-19

## **Abiturprüfung 2019**

---

Teil A . . . . .	2019-1
Teil B, Aufgabe 1 . . . . .	2019-10
Teil B, Aufgabe 2 . . . . .	2019-21

## **Abiturprüfung 2020**

---

Teil A . . . . .	2020-1
Teil B, Aufgabe 1 . . . . .	2020-10
Teil B, Aufgabe 2 . . . . .	2020-20

## **Abiturprüfung 2021**

---

Teil A . . . . .	2021-1
Teil B, Aufgabe 1 . . . . .	2021-10
Teil B, Aufgabe 2 . . . . .	2021-19

### **Abiturprüfung 2022 . . . . . [www.stark-verlag.de/mystark](http://www.stark-verlag.de/mystark)**

Sobald die Original-Prüfungsaufgaben 2022 freigegeben sind, können Sie diese als PDF auf der Plattform MyStark herunterladen. Den Zugangscode finden Sie auf den Farbseiten vorne im Buch.



Ihr Coach zum Erfolg: Mit dem **Interaktiven Training zum hilfsmittelfreien Teil des Abiturs** lösen Sie online Aufgaben, die speziell auf diesen Prüfungsteil zugeschnitten sind. Am besten gleich ausprobieren!  
Ausführliche Infos inkl. Zugangscode finden Sie auf den Farbseiten vorne in diesem Buch.



Sitzen alle mathematischen Begriffe? Im Interaktiven Training und unter [www.stark-verlag.de/mathematik-glossar/](http://www.stark-verlag.de/mathematik-glossar/) finden Sie ein kostenloses Glossar zum schnellen Nachschlagen aller wichtigen Definitionen mitsamt hilfreicher Abbildungen und Erläuterungen.

## **Lösungen der Aufgaben:**

---

Steffi Hultsch, Radebeul

# Vorwort

Liebe zukünftige Abituriendinnen und Abiturienten,

im vorliegenden Band finden Sie die **Original-Abituraufgaben ab Jahrgang 2014** für den **Leistungskurs Mathematik** im Freistaat Sachsen zur zentralen Abiturprüfung; die Aufgaben des **Jahrgangs 2022** stehen Ihnen auf der Plattform MyStark zum Download zur Verfügung.

Diese Aufgaben helfen Ihnen bei der individuellen **Vorbereitung auf das Abitur**. Darüber hinaus kann das Material aber auch zur **Vorbereitung auf Klausuren** verwendet werden. Dazu bietet Ihnen dieses Buch **sehr ausführliche Lösungen mit Zwischenergebnissen** zur Selbstkontrolle. Die angegebenen Lösungswege sind freilich oft nicht die einzige möglichen.

Zu jeder Aufgabe sind „**Tipps und Hinweise**“ aufgeführt. Sie sollen im Problemfall den Einstieg in die Aufgabe erleichtern und dazu beitragen, die Aufgabe **möglichst selbstständig** zu lösen.

**Noch ein Wort an die zukünftigen Abituriendinnen und Abiturienten:** Sicher benötigt man erst einmal mehr Zeit, als für die Aufgabe eigentlich vorgesehen ist. Aber mit der Übung stellen sich Fertigkeiten ein und Standardaufgaben werden bald sicher gelöst, sodass mehr Zeit für die anspruchsvolleren Aufgabenteile bleibt. In unmittelbarer Vorbereitung auf das Abitur sollte aber schon der Zeitfaktor eine zunehmende Rolle spielen. Nutzen Sie auch die Selbstkontrolle mit der Bewertungstabelle.

Sollten nach Erscheinen dieses Bandes noch wichtige Änderungen in der Abiturprüfung 2023 vom Sächsischen Staatsministerium für Kultus bekannt gegeben werden, finden Sie aktuelle Informationen dazu ebenfalls bei MyStark.

Ihnen viel Erfolg bei Ihrer Arbeit und Spaß beim Üben sowie ein gutes Abiturzeugnis!

*Steffi Hultsch*

# Hinweise und Tipps zum Zentralabitur

## **Ablauf der Prüfung**

---

### **Die zentrale schriftliche Abiturprüfung**

In Sachsen gibt es zentrale schriftliche Abiturprüfungen, die im Auftrag des Ministeriums für Kultus erstellt und begutachtet werden. Die Inhalte richten sich nach den einheitlichen Prüfungsanforderungen aller Länder (EPA) bzw. den Bildungsstandards im Fach Mathematik für die Allgemeine Hochschulreife (Beschluss der Kultusministerkonferenz vom 18.10.2012) sowie dem Lehrplan für das allgemeinbildende Gymnasium in Sachsen.

Seit dem **Schuljahr 2009/2010** besteht die Prüfungsarbeit aus den zu bearbeitenden **Prüfungsteilen A und B**. Die Gesamtarbeitszeit für die Prüfungsteile A und B beträgt 300 Minuten.

Seit dem Abitur 2014 wird im Leistungskurs von mehreren Bundesländern gemeinsam ein Aufgabenpool erarbeitet und bereitgestellt. Aus diesem werden dann von den Ländern einzelne Aufgaben ausgewählt und in die jeweiligen Abiturprüfungen integriert.

Jede\*r Prüfungsteilnehmer\*in hat

- im Prüfungsteil A mehrere Pflichtaufgaben zu grundlegenden Problemen der Analysis, Geometrie/Algebra und Stochastik,
- im Prüfungsteil B bis zu drei Pflichtaufgaben, die Probleme der Analysis, Geometrie/Algebra und Stochastik enthalten, zu bearbeiten.

Die Aufgaben im Prüfungsteil B berücksichtigen auch Aspekte der

- Vernetzung von Inhalten unterschiedlicher mathematischer Teilgebiete,
- Anwendung mathematischer Kenntnisse und Fähigkeiten auf praxisorientierte Sachverhalte,
- selbstständigen Auswahl und flexiblen Anwendung grundlegender mathematischer Kenntnisse und Fähigkeiten bei offeneren Fragestellungen.

Die Materialien und alle vom Prüfling angefertigten Aufzeichnungen zum **Prüfungsteil A** werden **70 Minuten** nach Arbeitsbeginn von der Aufsicht führenden Lehrkraft eingesammelt.

In den Aufgabenstellungen werden Kompetenzen im

- mathematischen Modellieren,
- algorithmisch-kalkülmäßigen Arbeiten sowie
- Interpretieren und Beurteilen von Lösungen und Lösungswegen in einem ausgewogenen Verhältnis berücksichtigt.

Im Prüfungsteil B können für einzelne Aufgaben zwei Varianten vorgegeben werden:

- Variante I für Schüler\*innen, die einen GTR ohne CAS benutzen.
- Variante II für Schüler\*innen, die einen GTR mit CAS bzw. ein CAS auf der Grundlage einer anderen Plattform benutzen.

Seit dem Schuljahr 2014/2015 ist erstmals der Lernbereich Matrizen verpflichtend im Lehrplan vorgeschrieben und kann demnach in der Abiturprüfung abgefragt werden. Da dieser Bereich zuvor nicht verpflichtend war und bisher nicht abgefragt wurde, ist er in den Aufgaben in diesem Buch nicht berücksichtigt.

## **Hilfsmittel**

Bei der Bearbeitung der Prüfung stehen folgende Hilfsmittel zur Verfügung:

- Wörterbuch der deutschen Rechtschreibung
- Zeichengeräte

Zusätzlich im Prüfungsteil B:

- Tabellen- und Formelsammlung
- grafikfähiger, programmierbarer Taschenrechner (GTR) mit oder ohne Computer-Algebra-System (CAS)

## **Bewertung**

---

Die Durchführung der Prüfung und die Korrektur der Arbeiten sind in der Oberstufen- und Abiturprüfungsverordnung (OAVO) vom Sächsischen Staatsministerium für Kultus festgelegt und werden durch eine Verwaltungsvorschrift zu jeder Abiturprüfung konkretisiert.

Die Bewertung der Abiturarbeit erfolgt unabhängig durch die eigene Fachlehrkraft (Erstkorrektor) sowie eine weitere Fachlehrkraft eines anderen Gymnasiums (Zweitkorrektor). Weichen deren Punktzahlen um mehr als drei Punkte voneinander ab, erfolgt eine Drittkorrektur.

Gegenstand der Bewertung ist die **sachliche Richtigkeit** der Beantwortung, **Sinnvolle Gedankenführung** und angemessene **sprachliche Darstellung** fließen dabei in die Bewertung ein.

Für die Bewertung der Prüfungsarbeiten werden fachbezogene Korrekturhinweise ausgegeben. Bei schwerwiegenden und gehäuften Verstößen gegen die sprachliche Richtigkeit in der Muttersprache oder gegen die äußere Form kann jeweils ein Punkt der einfachen Wertung abgezogen werden.

An den jeweiligen Aufgabenstellungen sind die verbindlichen Bewertungsmaßstäbe ersichtlich. Im Prüfungsteil A sind 30 Bewertungseinheiten (BE) und im Teil B 90 Bewertungseinheiten erreichbar.



**Leistungskurs Mathematik (Sachsen): Abiturprüfung 2020**  
**Teil B – Aufgabe 1**

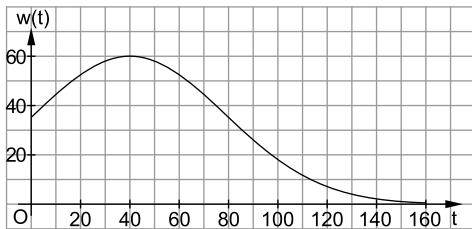
Auf einer Waldfläche wurden Fichten gepflanzt. Alle Fichten hatten zum Zeitpunkt der Pflanzung eine Höhe von 50 cm.

Betrachtet wird die Wachstumsrate der Höhe der Fichten in Abhängigkeit von der Zeit. Diese Wachstumsrate wird für  $t \geq 0$  modellhaft durch die in  $\mathbb{R}$  definierte Funktion  $w$  mit  $w(t) = 60 \cdot e^{-\frac{(t-40)^2}{3000}}$  beschrieben.

Dabei gilt:

$t$  ... seit der Pflanzung vergangene Zeit in Jahren  
 $w(t)$  ... Wachstumsrate zur Zeit  $t$  in Zentimeter pro Jahr

Die Abbildung zeigt den Graphen von  $w$  für  $0 \leq t \leq 160$ .



- 1.1 Ermitteln Sie die Wachstumsrate, die 2 Jahre nach der Pflanzung vorliegt. Weisen Sie nach, dass die Wachstumsrate 40 Jahre nach der Pflanzung am größten ist. Geben Sie diese größte Wachstumsrate an.

Erreichbare BE-Anzahl: 7

- 1.2 Bestimmen Sie den Zeitraum, in dem die Wachstumsrate größer als 47 Zentimeter pro Jahr ist.

Begründen Sie die folgende Aussage:

*Innerhalb der ersten 80 Jahre nach der Pflanzung sind für zwei beliebige Zeitpunkte, die den gleichen zeitlichen Abstand zum Zeitpunkt der größten Wachstumsrate haben, die modellhaften Wachstumsraten gleich groß.*

Erreichbare BE-Anzahl: 6

- 1.3 Geben Sie die Bedeutung des Terms  $\frac{1}{100} \cdot \left( 50 + \int_0^{60} w(t) dt \right)$  im Sachzusammenhang an.

Begründen Sie Ihre Angabe.

Eine Funktion beschreibt die Höhe der Fichten in Abhängigkeit von der Zeit in den ersten 160 Jahren nach der Pflanzung.

Skizzieren Sie den Graphen dieser Funktion.

Erreichbare BE-Anzahl: 8

- 1.4 Die Höhe der Fichten 40 Jahre nach der Pflanzung soll mit dem Term  $50 + \frac{w(40) + w(0)}{2} \cdot 40$  berechnet werden.

Beurteilen Sie, ob der Term zur Berechnung dieser Höhe der Fichten geeignet ist.

Erreichbare BE-Anzahl: 5

## Tipps und Hinweise

### Teilaufgabe 1.1

- Die Wachstumsrate nach 2 Jahren, also der Funktionswert  $w(2)$ , kann mittels Rechner grafisch ermittelt werden.
- Für die größte Wachstumsrate muss gelten:  $w'(t)=0$  und  $w''(t)<0$

### Teilaufgabe 1.2

- Der Zeitraum kann grafisch ermittelt werden. Gesucht sind die Werte für  $t$ , für die  $w(t)>47$  gilt.
- Die Begründung kann durch den Vergleich von entsprechenden Funktionswerten erfolgen oder anhand von Eigenschaften der Funktion.

### Teilaufgabe 1.3

- Betrachten Sie den Zusammenhang zwischen Funktion und Ableitungsfunktion bzw. von Funktion und Stammfunktion. Beachten Sie auch die Einheiten.
- Zum Zeichnen der Kurve ist eine Wertetabelle sinnvoll. Sie können dafür den Rechner nutzen.

### Teilaufgabe 1.4

- In den ersten 40 Jahren ist das Wachstum nahezu linear.

### Teilaufgabe 1.5

- Der Wendepunkt kann berechnet werden; es gilt:  $h''(t_W)=0$
- Die grafische Näherungslösung ist über den Anstieg möglich oder über die Extremstelle der 1. Ableitungsfunktion.
- Zur Bedeutung sollte die Größe „Wachstumsgeschwindigkeit“ herangezogen werden.

### Teilaufgabe 1.6

- Die Tangentengleichung kann grafisch ermittelt werden oder auch rechnerisch mit  $m_k=h'(46)$ .
- Die maximale Abweichung liegt am Intervallrand.

### Teilaufgabe 1.7

- Die graue Fläche entspricht einem uneigentlichen Integral.
- Verwenden Sie  $\Phi$  und die beiliegende Tabelle zur Berechnung von  $k$ .

### Teilaufgabe 1.8

- Veranschaulichen Sie den Sachverhalt mittels Baumdiagramm oder Vier-Felder-Tafel.
- Gesucht ist die bedingte Wahrscheinlichkeit  $P_{\bar{B}}(\bar{F})$ .

### Teilaufgabe 1.9

- Lösen Sie die Aufgabe durch Probieren mit einem Programm zur Binomialverteilung.

## Lösungen

$$w(t) = 60 \cdot e^{-\frac{(t-40)^2}{3000}}$$

w(t) ... Wachstumsrate zur Zeit t in cm pro Jahr ( $\frac{\text{cm}}{\text{a}}$ )  
 $t \geq 0$  ( $0 \leq t \leq 160$ ) t ... seit der Pflanzung vergangene Zeit in Jahren (a)  
 $h_0 = 50 \text{ cm}$  ... Höhe der Fichten bei Pflanzung

1.1  $w(2) \approx 37 \frac{\text{cm}}{\text{a}}$  (mittels GTR)

$$w'(t) = 60 \cdot e^{-\frac{(t-40)^2}{3000}} \cdot \left( -\frac{1}{3000} \cdot 2(t-40) \right)$$

$$= -\frac{120}{3000} \cdot (t-40) \cdot e^{-\frac{(t-40)^2}{3000}}$$

$$= -\frac{1}{25} \cdot (t-40) \cdot e^{-\frac{(t-40)^2}{3000}}$$

$$0 = t_E - 40 \quad \left( e^{-\frac{(t-40)^2}{3000}} \neq 0 \text{ für alle } t \right)$$

$t_E = 40$

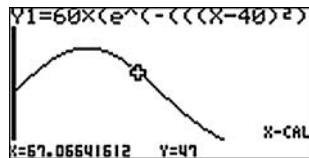
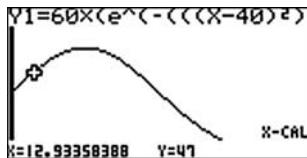
$$w''(t) = -\frac{1}{25} \cdot e^{-\frac{(t-40)^2}{3000}} + \left( -\frac{1}{25} \cdot (t-40) \right) \cdot e^{-\frac{(t-40)^2}{3000}} \cdot \left( -\frac{1}{3000} \cdot 2(t-40) \right)$$

$$w''(40) = -\frac{1}{25} \cdot e^0 = -\frac{1}{25} < 0 \Rightarrow \text{lokales Maximum}$$

$$w(40) = 60$$

Die größte Wachstumsrate beträgt  $60 \frac{\text{cm}}{\text{a}}$ .

1.2 Ermitteln der Stellen des Graphen mit  $w(t) = 47$ :



Der Zeitraum beträgt etwa  $13 \text{ a} < t < 67 \text{ a}$ .

Die Funktionswerte zweier Zeitpunkte, die gleich weit von  $t=40$  entfernt sind, haben die gleiche Größe: z. B.  $w(0) = w(80) \approx 35,2$   
 $w(20) = w(60) \approx 52,5$

Die Funktion  $w$  ist für  $t \in \mathbb{R}$  symmetrisch zur Geraden  $t=40$ , denn die Funktion  $y = e^{-x^2}$  wurde nur gestreckt und verschoben und bleibt dadurch symmetrisch.

$$1.3 \quad \frac{1}{100} \cdot \left( 50 + \int_0^{60} w(t) dt \right)$$

Der Term gibt die Höhe der Fichten in der Einheit „Meter“ 60 Jahre nach der Pflanzung an.

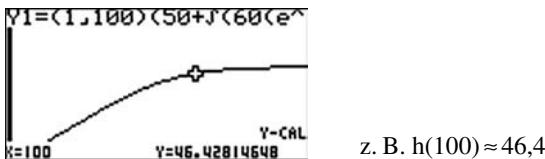
Mathematisch gesehen kann die Höhe als Stammfunktion der Wachstumsrate (Anstieg) angesehen werden.

50 ist die Anfangshöhe in Zentimetern. Das Integral gibt die Höhenänderung in den ersten 60 Jahren an, vorerst in Zentimetern.

Damit die Höhe in Metern angegeben werden kann, wird mit  $\frac{1}{100}$  multipliziert.

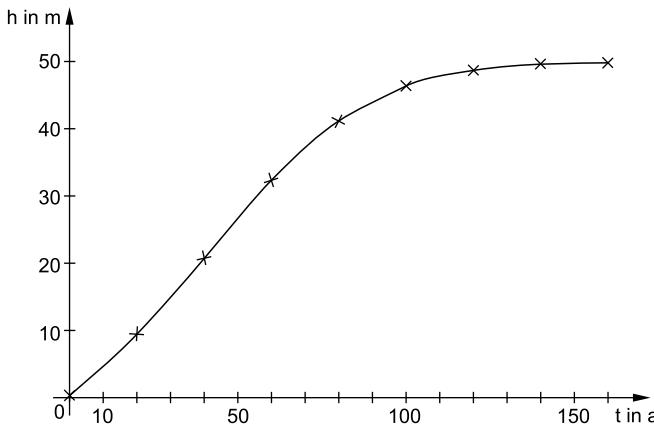
Funktion:  $h(t) = \frac{1}{100} \cdot \left( 50 + \int_0^t w(t) dt \right)$

Graph mittels GTR:



Ausgewählte Werte:

$t$ in a	0	20	40	60	80	100	120	140	160
$h$ in m	0,5	9,4	20,8	32,3	41,2	46,4	48,8	49,7	49,9





© STARK Verlag

[www.stark-verlag.de](http://www.stark-verlag.de)  
[info@stark-verlag.de](mailto:info@stark-verlag.de)

Der Datenbestand der STARK Verlag GmbH  
ist urheberrechtlich international geschützt.  
Kein Teil dieser Daten darf ohne Zustimmung  
des Rechteinhabers in irgendeiner Form  
verwertet werden.

**STARK**