

2023

# Abitur

Original-Prüfung  
mit Lösungen

**MEHR  
ERFAHREN**

Sachsen

Mathematik GK

+ Online-Glossar

ActiveBook  
• Interaktives  
Training

Original-Prüfungsaufgaben  
**2022** zum Download

**STARK**

# Inhalt

Vorwort	
Stichwortverzeichnis	

## **Hinweise und Tipps zum Zentralabitur**

---

Ablauf der Prüfung	I
Leistungsanforderungen und Bewertungen	II
Operatoren und Anforderungsbereiche	IV
Methodische Hinweise oder allgemeine Tipps zur schriftlichen Prüfung	V
Hinweise und Tipps zum Lösen von Aufgaben mit dem CAS-Rechner	X
Arbeiten mit dem CAS-Rechner	X

## **Abiturprüfung 2014**

---

Teil A	2014-1
Teil B, Aufgabe 1	2014-8
Teil B, Aufgabe 2	2014-14

## **Abiturprüfung 2015**

---

Teil A	2015-1
Teil B, Aufgabe 1	2015-8
Teil B, Aufgabe 2	2015-15

## **Abiturprüfung 2016**

---

Teil A	2016-1
Teil B, Aufgabe 1	2016-6
Teil B, Aufgabe 2	2016-12

## **Abiturprüfung 2017**

---

Teil A	2017-1
Teil B, Aufgabe 1	2017-7
Teil B, Aufgabe 2	2017-15

## Abiturprüfung 2018

---

Teil A .....	2018-1
Teil B, Aufgabe 1 .....	2018-7
Teil B, Aufgabe 2 .....	2018-13

## Abiturprüfung 2019

---

Teil A .....	2019-1
Teil B, Aufgabe 1 .....	2019-8
Teil B, Aufgabe 2 .....	2019-16

## Abiturprüfung 2020

---

Teil A .....	2020-1
Teil B, Aufgabe 1 .....	2020-9
Teil B, Aufgabe 2 .....	2020-18

## Abiturprüfung 2021

---

Teil A .....	2021-1
Teil B, Aufgabe 1 .....	2021-10
Teil B, Aufgabe 2 .....	2021-18

### Abiturprüfung 2022 ..... [www.stark-verlag.de/mystark](http://www.stark-verlag.de/mystark)

Sobald die Original-Prüfungsaufgaben 2022 freigegeben sind, können Sie diese als PDF auf der Plattform MyStark herunterladen. Den Zugangscode finden Sie auf den Farbseiten vorne im Buch.



Ihr Coach zum Erfolg: Mit dem **Interaktiven Training zum hilfsmittelfreien Teil des Abiturs** lösen Sie online Aufgaben, die speziell auf diesen Prüfungsteil zugeschnitten sind. Am besten gleich ausprobieren! Ausführliche Infos inkl. Zugangscode finden Sie auf den Farbseiten vorne in diesem Buch.



Sitzen alle mathematischen Begriffe? Im Interaktiven Training und unter [www.stark-verlag.de/mathematik-glossar/](http://www.stark-verlag.de/mathematik-glossar/) finden Sie ein kostenloses Glossar zum schnellen Nachschlagen aller wichtigen Definitionen mitsamt hilfreicher Abbildungen und Erläuterungen.

## Lösungen der Aufgaben:

---

Marion Genth, Schönborn

# Vorwort

Liebe Abiturientin, lieber Abiturient,

mit diesem Buch helfen wir Ihnen, sich effektiv auf die **zentrale Abiturprüfung 2023 im Fach Mathematik (Grundkurs) in Sachsen** vorzubereiten. Aufgrund des umfangreichen Stichwortverzeichnisses eignet sich das Material aber auch zur gezielten **Vorbereitung auf Klausuren**.

Genauere Informationen und wertvolle Hinweise über die Struktur der Prüfung erfahren Sie in dem Abschnitt „**Hinweise und Tipps zum Zentralabitur**“. Dort erhalten Sie auch ausführliche Ratschläge zum Umgang mit dem CAS-Rechner in der Prüfung.

Der Hauptteil des Bandes enthält die **Abitur-Prüfungsaufgaben der Jahrgänge 2014 bis 2021**, die **Abiturprüfung 2022** steht Ihnen auf der Plattform MyStark zum Download zur Verfügung.

Zu allen Aufgaben finden Sie von mir ausgearbeitete **vollständige Lösungsvorschläge** sowie separate **Tipps zum Lösungsansatz**, die den Einstieg in die Aufgabe erleichtern und dazu beitragen, die Aufgabe **möglichst selbstständig** zu lösen.

Mithilfe der offiziellen Abituraufgaben gewinnen Sie einen Eindruck von Inhalt, Struktur, Umfang und Schwierigkeitsgrad der Prüfung und durch das Bearbeiten vieler Aufgaben auch zunehmende Sicherheit bei deren Lösung. Beginnen Sie deshalb rechtzeitig mit der Vorbereitung auf die Prüfung.

Sollten nach Erscheinen dieses Bandes noch wichtige Änderungen in der Abiturprüfung 2023 vom Sächsischen Staatsministerium für Kultus bekannt gegeben werden, finden Sie aktuelle Informationen dazu ebenfalls bei MyStark.

Viel Erfolg für die Prüfungsvorbereitung und für das Abitur!

Marion Genth

# Hinweise und Tipps zum Zentralabitur

## Ablauf der Prüfung

---

### Die zentrale schriftliche Abiturprüfung

Im Land Sachsen gibt es im Fach Mathematik zentrale schriftliche Abiturprüfungen getrennt nach Leistungskurs und Grundkurs.

Die Prüfungsinhalte richten sich nach den einheitlichen Bildungsstandards im Fach Mathematik für die Allgemeine Hochschulreife und dem Lehrplan für das allgemeinbildende Gymnasium in Sachsen im Fach Mathematik.

### Aufbau der Prüfungsarbeit

Seit dem **Schuljahr 2009/2010** besteht die Prüfungsarbeit aus den zu bearbeitenden **Prüfungsteilen A und B**.

Dabei sind von jedem Prüfling zu bearbeiten:

- im Teil A mehrere Pflichtaufgaben zu grundlegenden Problemen der Mathematik,
- im Teil B bis zu drei Pflichtaufgaben, die Probleme der Analysis, Geometrie/Algebra und Stochastik enthalten. Die Aufgaben können Inhalte dieser drei mathematischen Teilgebiete miteinander vernetzen oder auch Inhalte aus nur einem der drei Teilgebiete enthalten.

Seit einigen Jahren ist der Lernbereich Matrizen verpflichtend im Lehrplan vorgeschrieben und kann demnach in der Abiturprüfung abgefragt werden. Dies ist jedoch in den bisherigen Prüfungen nicht erfolgt.

Die Aufgaben im Prüfungsteil B berücksichtigen

- die Bearbeitung innermathematischer Fragestellungen und die Anwendung mathematischer Kenntnisse und Fähigkeiten auf praxisorientierte Sachverhalte,
- die selbstständige Auswahl und flexible Anwendung grundlegender mathematischer Kenntnisse und Fähigkeiten bei offener Fragestellung.

Ergänzende Hinweise zum Prüfungsinhalt:

In den Aufgabenstellungen werden die allgemeinen mathematischen Kompetenzen

- mathematisch argumentieren,
- Probleme mathematisch lösen,
- mathematisch modellieren,
- mathematische Darstellungen verwenden,
- mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen,
- mathematisch kommunizieren

in einem ausgewogenen Verhältnis berücksichtigt.

## Dauer der Prüfung

Für die Bearbeitung der Aufgaben stehen den Schülerinnen und Schülern im **Grundkurs 240 Minuten** zur Verfügung.

Die Materialien und alle vom Prüfling angefertigten Aufzeichnungen zum **Prüfungsteil A** werden **70 Minuten** nach Arbeitsbeginn von der Aufsicht führenden Lehrkraft eingesammelt.

## Zugelassene Hilfsmittel

Die für die schriftliche Abiturprüfung im Fach Mathematik zugelassenen Hilfsmittel sind:

- grafikfähiger, programmierbarer Taschenrechner (GTR) mit oder ohne Computer-Algebra-System (CAS) oder ein Computer-Algebra-System auf der Grundlage einer anderen geschlossenen Plattform entsprechend den getroffenen Festlegungen der Schule im **Prüfungsteil B**
- Tabellen- und Formelsammlung im **Prüfungsteil B**
- Wörterbuch der deutschen Rechtschreibung
- Zeichengeräte

Sämtliche Entwürfe und Aufzeichnungen gehören zur Abiturarbeit und dürfen nur auf den für die Prüfung ausgeteilten Aufgabenblättern des Teils A bzw. dem ausgeteilten Papier „Blätter für Reinschrift und Konzept bei schriftlichen Abiturarbeiten“ angefertigt werden.

## Leistungsanforderungen und Bewertungen

---

Für die Bewertung der Prüfungsarbeiten gilt ab dem Abitur 2020 der folgende verbindliche Bewertungsmaßstab:

- Teil A: erreichbar sind 25 BE
- Teil B: erreichbar sind 75 BE

Insgesamt sind 100 Bewertungseinheiten (BE) erreichbar.

Bis einschließlich Abitur 2019 waren in Teil A maximal 15 BE und in Teil B 45 BE erreichbar; insgesamt also 60 BE.

Bei der Auswertung der Prüfungsergebnisse erfolgt ab dem Abitur 2020 die Anwendung der nachfolgend abgedruckten 100-BE-Skala. Bis einschließlich Abitur 2019 galt eine entsprechende 60-BE-Skala.

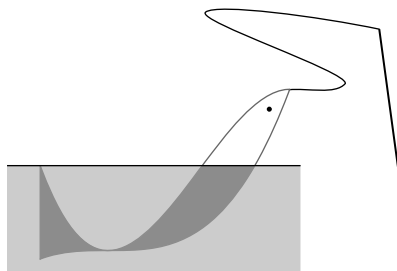


**Grundkurs Mathematik (Sachsen): Abiturprüfung 2020**  
**Teil B – Aufgabe 1**

Die Abbildung zeigt das Logo eines Geschäfts für Anglerbedarf.

Das Logo stellt u. a. einen Fisch dar, von dem ein Teil aus einer Wasseroberfläche herausragt.

Die obere Spitze der Schwanzflosse des Fisches liegt auf der Wasseroberfläche.  
 Die Strecke zwischen oberer und unterer Spitze der Schwanzflosse steht senkrecht zur Wasseroberfläche.



In das Logo wird ein Koordinatensystem (1 Längeneinheit entspricht 1 Dezimeter) gelegt.

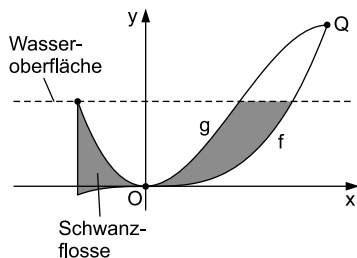
Die untere Begrenzungslinie des Fisches liegt auf dem Graphen der in  $\mathbb{R}$  definierten Funktion  $f$  mit

$$f(x) = \frac{1}{8} \cdot x^3.$$

Die obere Begrenzungslinie des Fisches liegt auf dem Graphen der in  $\mathbb{R}$  definierten Funktion  $g$  mit

$$g(x) = \frac{1}{4} \cdot x^2 \cdot (4 - x).$$

Die Wasseroberfläche liegt auf der Geraden  $y = \frac{5}{4}$ .



- 1.1 Zeigen Sie, dass die Graphen von  $f$  und  $g$  die Punkte  $O(0|0)$  und  $Q(\frac{8}{3} | y_Q)$  gemeinsam haben.

Geben Sie  $y_Q$  an.

Erreichbare BE-Anzahl: 4

- 1.2 Weisen Sie nach, dass der Punkt  $Q$  ein Extrempunkt des Graphen von  $g$  ist.

Geben Sie die Art dieses Extrempunktes an.

Erreichbare BE-Anzahl: 3

- 1.3 Entscheiden Sie, ob folgende Aussage wahr oder falsch ist.

Für jeden Wert von  $x$  mit  $0 < x < \frac{8}{3}$  ist der Anstieg des Graphen von  $g$  größer als der Anstieg des Graphen von  $f$ .

Begründen Sie Ihre Entscheidung.

Erreichbare BE-Anzahl: 3



## Tipps und Hinweise

### Teilaufgabe 1.1

- Setzen Sie beide Funktionsgleichungen gleich und bestimmen Sie die Schnittstellen.
- Bestimmen Sie außerdem  $f(0)$  oder  $g(0)$  und zeigen Sie, dass sich der Wert null ergibt.
- Zur Angabe von  $y_Q$  nutzen Sie den GTR oder berechnen  $f\left(\frac{8}{3}\right)$ .

### Teilaufgabe 1.2

- Leiten Sie die gegebene Funktion  $g$  zweimal ab.
- Zeigen Sie, dass der Funktionswert der 1. Ableitungsfunktion an der Stelle  $x = \frac{8}{3}$  null wird.
- Zeigen Sie, dass der Funktionswert der 2. Ableitungsfunktion an der Stelle  $x = \frac{8}{3}$  ungleich null ist.
- Leiten Sie aus dem Vorzeichen dieses Wertes die Art des Extrempunktes ab.

### Teilaufgabe 1.3

- Vergleichen Sie z. B. die Anstiege beider Graphen für einen konkreten Wert aus dem vorgegebenen Intervall, indem Sie die Funktionswerte der 1. Ableitungsfunktionen von  $f$  und  $g$  an der gewählten Stelle vergleichen. Finden Sie so ein Gegenbeispiel.
- Alternativ können Sie auch die Lösungen der Ungleichung  $g'(x) > f'(x)$  berechnen und so eine Entscheidung fällen.
- Formulieren Sie die Entscheidung.

### Teilaufgabe 1.4

- Zeichnen Sie sich das gesuchte Rechteck in das Koordinatensystem ein.
- Bestimmen Sie die  $x$ -Koordinate  $x_S$  der oberen Spitze der Schwanzflosse des Fisches mit  $g(x_S) = \frac{5}{4}$ , da diese auf der Wasseroberfläche liegt.
- Der Abstand zwischen  $x_S$  und der  $x$ -Koordinate des Punktes  $Q$  gibt die Länge einer Rechteckseite an.
- Bestimmen Sie den Funktionswert der Funktion  $f$  an der Stelle  $x_S$ .
- Der Abstand zwischen diesem Funktionswert und der  $y$ -Koordinate des Punktes  $Q$  gibt die Länge der anderen Rechteckseite an.
- Vergessen Sie bei der Angabe der Lösungen die Maßeinheit nicht.

## Lösungen

### 1.1 Schnittstellen:

$$f(x) = g(x)$$

$$\frac{1}{8} \cdot x^3 = \frac{1}{4} \cdot x^2 \cdot (4 - x)$$

$$\frac{1}{8} \cdot x^3 = x^2 - \frac{1}{4} \cdot x^3$$

$$0 = \frac{3}{8} \cdot x^3 - x^2$$

$$0 = x^2 \cdot \left( \frac{3}{8} \cdot x - 1 \right)$$

$$\underline{x_1 = 0 = x_O} \quad 0 = \frac{3}{8} \cdot x_2 - 1$$

$$\frac{3}{8} \cdot x_2 = 1$$

$$\underline{x_2 = \frac{8}{3} = x_Q}$$

$$f(x_1) = f(0) = 0 \Rightarrow O(0|0) \Rightarrow \text{gemeinsamer Punkt}$$

$$f(x_2) = f\left(\frac{8}{3}\right) = \underline{\underline{\frac{64}{27} = y_Q}} \Rightarrow Q\left(\frac{8}{3} \mid \frac{64}{27}\right)$$

$$1.2 \quad g(x) = \frac{1}{4} \cdot x^2 \cdot (4 - x) = x^2 - \frac{1}{4} \cdot x^3$$

$$g'(x) = 2 \cdot x - \frac{3}{4} \cdot x^2$$

$$g''(x) = 2 - \frac{3}{2} \cdot x$$

$$g'(x_E) = 0 = x_E \cdot \left( 2 - \frac{3}{4} \cdot x_E \right)$$

$$x_{E_1} = 0 \quad 0 = 2 - \frac{3}{4} \cdot x_{E_2}$$

$$\frac{3}{4} \cdot x_{E_2} = 2$$

$$x_{E_2} = \frac{8}{3} = x_Q$$

$$g''\left(\frac{8}{3}\right) = 2 - \frac{3}{2} \cdot \frac{8}{3} = 2 - 4 = -2 < 0 \Rightarrow \text{lokales Maximum}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{E_{\text{Max}}\left(\frac{8}{3} \mid \frac{64}{27}\right) = Q}}$$

1.3 Die Aussage ist falsch.

Begründungen:

$$f'(x) = \frac{3}{8} \cdot x^2 \quad g'(x) = 2 \cdot x - \frac{3}{4} \cdot x^2$$

z. B. mit Wahl von  $x=2$ , da  $0 < 2 < \frac{8}{3}$

$$\text{folgt } f'(2) = \frac{3}{8} \cdot 2^2 = \frac{3}{2} \text{ und } g'(2) = 2 \cdot 2 - \frac{3}{4} \cdot 2^2 = 1$$

$$\Rightarrow f'(2) > g'(2)$$

$\Rightarrow$  Aussage widerlegt

oder wenn  $g'(x) > f'(x)$ ,

dann  $g'(x) - f'(x) > 0$  für alle  $x \in \mathbb{R}$ ,  $0 < x < \frac{8}{3}$

$$2 \cdot x - \frac{3}{4} \cdot x^2 - \frac{3}{8} \cdot x^2 > 0$$

$$2 \cdot x - \frac{9}{8} \cdot x^2 > 0$$

$$x \cdot \left( 2 - \frac{9}{8} \cdot x \right) > 0$$

$$\text{Fall 1: } x > 0 \text{ und } 2 - \frac{9}{8} \cdot x > 0$$

$$x < \frac{16}{9}$$

$$\Rightarrow 0 < x < \frac{16}{9}, \text{ aber } \frac{16}{9} < \frac{8}{3}$$

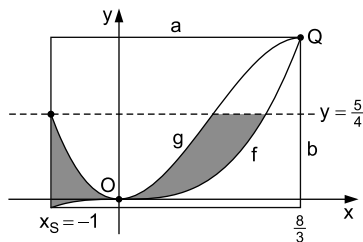
$$\text{Fall 2: } x < 0 \text{ und } 2 - \frac{9}{8} \cdot x < 0$$

$$x > \frac{16}{9}$$

Es gibt keine Zahlen  $x \in \mathbb{R}$ , welche diese beiden Bedingungen gleichzeitig erfüllen.

$\Rightarrow$  Aussage widerlegt

1.4 Skizze:





© **STARK Verlag**

[www.stark-verlag.de](http://www.stark-verlag.de)  
[info@stark-verlag.de](mailto:info@stark-verlag.de)

Der Datenbestand der STARK Verlag GmbH  
ist urheberrechtlich international geschützt.  
Kein Teil dieser Daten darf ohne Zustimmung  
des Rechteinhabers in irgendeiner Form  
verwertet werden.

**STARK**