

# 2023 Realschule

Original-Prüfungsaufgaben  
und Training



**MEHR  
ERFAHREN**

Hessen

**Mathematik**

+ Formelsammlung  
+ Lernvideos

Original-Prüfungsaufgaben  
**2022** zum Download

**STARK**

# Inhalt

## Vorwort

## Hinweise zur Prüfung

### Training Grundwissen

1.	Grundrechenarten (→ Aufgaben 1–6) .....	3
2.	Brüche (→ Aufgaben 7–14) .....	4
3.	Rationale Zahlen (→ Aufgaben 15–18) .....	8
4.	Potenzen (→ Aufgaben 19–24) .....	10
5.	Proportionalität und Antiproportionalität (→ Aufgaben 25–30) ▶ .....	13
6.	Prozentrechnung (→ Aufgaben 31–35) .....	15
7.	Zinsrechnung (→ Aufgaben 36–39) .....	18
8.	Umrechnungen von Größen (→ Aufgaben 40–44) .....	19
9.	Terme vereinfachen (→ Aufgaben 45–50) .....	21
10.	Lösen von Gleichungen (→ Aufgaben 51–53) .....	24
11.	Funktionen (→ Aufgaben 54–58) ▶ .....	27
12.	Exponentielles Wachstum und exponentieller Zerfall (→ Aufgaben 59–60) ▶ .....	37
13.	Ebene Figuren (→ Aufgaben 61–69) .....	39
14.	Körper (→ Aufgaben 70–76) .....	42
15.	Trigonometrie (→ Aufgaben 77–81) .....	46
16.	Ähnlichkeit und Strahlensätze (→ Aufgaben 82–85) ▶ .....	49
17.	Wahrscheinlichkeitsrechnung (→ Aufgaben 86–88) ▶ .....	51
18.	Statistik (→ Aufgabe 89) .....	54
19.	Diagramme (→ Aufgaben 90–92) ▶ .....	57

### Vermischte Übungsaufgaben

Aufgabenblock P – Pflichtaufgaben .....	61
Aufgabenblock W – Wahlaufgaben .....	71

### Schriftliche Abschlussprüfungsaufgaben

#### Abschlussprüfung 2015

Pflichtaufgaben .....	2015-1
Wahlaufgaben .....	2015-5

#### Abschlussprüfung 2016

Pflichtaufgaben .....	2016-1
Wahlaufgaben .....	2016-5

### **Abschlussprüfung 2017**

Pflichtaufgaben .....	2017-1
Wahlaufgaben .....	2017-5

### **Abschlussprüfung 2018**

Pflichtaufgaben .....	2018-1
Wahlaufgaben .....	2018-5

### **Abschlussprüfung 2019**

Pflichtaufgaben .....	2019-1
Wahlaufgaben .....	2019-5

### **Abschlussprüfung 2020**

Pflichtaufgaben .....	2020-1
Wahlaufgaben .....	2020-5

### **Abschlussprüfung 2021**

Pflichtaufgaben .....	2021-1
Wahlaufgaben .....	2021-5

**Abschlussprüfung 2022 .....** [www.stark-verlag.de/mystark](http://www.stark-verlag.de/mystark)

Sobald die Original-Prüfungsaufgaben 2022 freigegeben sind, können sie als PDF auf der Plattform MyStark heruntergeladen werden (Zugangscode vgl. Farbseiten vorne im Buch).

### **Formeln**

Zu allen Aufgaben gibt es ausführliche Lösungen, die jeden Rechenschritt enthalten, im Lösungsband (Best.-Nr.: C06100L) aus dem Stark Verlag.



Dieses Buch enthält ein ActiveBook: Du kannst mit dem **Interaktiven Training** online mit vielen zusätzlichen interaktiven Aufgaben zu allen prüfungsrelevanten Kompetenzbereichen trainieren.

Die **interaktiven Aufgaben** sind im Buch mit diesem Button gekennzeichnet. Am besten gleich ausprobieren!

Ausführliche Infos inkl. Zugangscode findest du auf den **Farbseiten** vorne in diesem Buch.

**Autorin und Autor:** Simone Studebaker und Siegfried Koch

# Vorwort

**Liebe Schülerin, lieber Schüler,**

dieses Übungsbuch richtet sich an alle, die sich gezielt auf die Abschlussprüfung Mathematik an der Realschule in Hessen vorbereiten wollen.

Im **Trainingsteil** ist das für die Prüfung benötigte **Grundwissen** zusammengefasst. Zu jedem Thema gibt es **Aufgaben**, mit denen du prüfen kannst, ob du den betreffenden Stoff schon beherrschst oder noch einmal gründlich wiederholen solltest.

Die anschließenden **Vermischten Übungsaufgaben** sind – wie in der Prüfung – nach Pflichtaufgaben und Wahlaufgaben getrennt. Diese Übungsaufgaben sind den schriftlichen Prüfungsaufgaben ähnlich und verbinden verschiedene Themenbereiche. Der Aufgabenblock P (Pflichtaufgaben) beinhaltet mathematische Grundlagen, die fast alle bis zur 9. Klasse behandelt worden sind. Der Aufgabenblock W (Wahlaufgaben) enthält komplexere Aufgaben. Hier sind Kreativität und logisches Denken gefragt. Wenn du diese Aufgaben beherrschst, hast du einen wesentlichen Teil deiner Vorbereitung für die Prüfung bewältigt.

Im letzten Teil, den offiziellen, vom hessischen Kultusministerium gestellten Prüfungsaufgaben aus den **Abschlussprüfungen 2015 bis 2021**, kannst du testen, wie gut du bei den Prüfungen der vergangenen Jahre abgeschnitten hättest.

Die **Abschlussprüfung 2022** steht dir auf der Plattform MyStark zum Download zur Verfügung (Zugangscode vgl. Farbseiten vorne im Buch).

Zusätzlich kannst du mithilfe der QR-Codes im Buch kurze Lernvideos zu einigen wichtigen prüfungsrelevanten Themen aufrufen.

Zu allen Aufgaben dieses Buches findest du die von erfahrenen Lehrkräften erstellten, vollständigen **Lösungen** in einem separaten Buch (Bestellnummer C06100L).

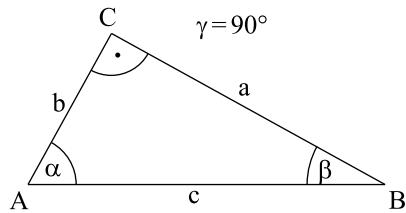
Besonderer Wert wurde dort auf Lösungsansätze und Vorüberlegungen, wie Skizzen, gelegt. Deshalb haben wir auch grau markierte  **Hinweise und Tipps** aufgenommen. Die Hinweise helfen dir, die Aufgabe allein zu rechnen. Gerade wenn du nicht sofort weißt, wie du auf die Lösung kommen kannst, schau dir die Tipps an, die dir den Lösungsansatz zeigen. Versuche dann, allein zu rechnen. Im Allgemeinen ist nur eine Lösungsmöglichkeit angegeben, doch sind in manchen Fällen auch andere Lösungswege möglich.

Sollten nach Erscheinen dieses Bandes noch wichtige Änderungen in der Abschlussprüfung 2023 vom Kultusministerium bekannt gegeben werden, findest du aktuelle Informationen dazu ebenfalls auf der **Plattform MyStark**.



## 15. Trigonometrie

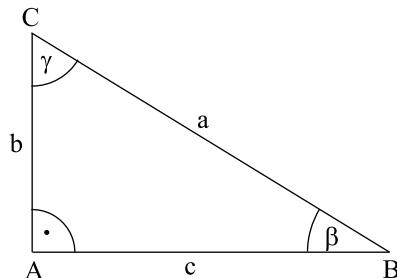
Definitionen am **rechtwinkligen Dreieck**



$$\begin{aligned}\sin \alpha &= \frac{a}{c} = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}} \\ \cos \alpha &= \frac{b}{c} = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}} \\ \tan \alpha &= \frac{a}{b} = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}}\end{aligned}$$

*Beispiel:*

$$\begin{array}{ll}\text{geg.: } a=7 \text{ cm} & \text{ges.: } b, c, \gamma, A \\ \beta=36^\circ & \\ \alpha=90^\circ & \end{array}$$



$$\begin{aligned}\sin \beta &= \frac{b}{a} \\ b &= \sin \beta \cdot a \\ b &= \sin 36^\circ \cdot 7 \text{ cm} \\ b &\approx 4,1 \text{ cm} \\ \cos \beta &= \frac{c}{a} \\ c &= \cos \beta \cdot a \\ c &= \cos 36^\circ \cdot 7 \text{ cm} \\ c &\approx 5,7 \text{ cm}\end{aligned}$$

**oder** Satz des Pythagoras

$$\begin{aligned}a^2 &= b^2 + c^2 \\ c^2 &= a^2 - b^2 \\ c^2 &= 49 \text{ cm}^2 - 16,81 \text{ cm}^2 \\ c &\approx 5,7 \text{ cm}\end{aligned}$$

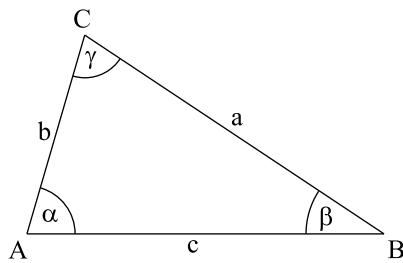
$$\begin{aligned}\sin \gamma &= \frac{c}{a} \\ \sin \gamma &= \frac{5,7 \text{ cm}}{7 \text{ cm}} \\ \gamma &= 54^\circ\end{aligned}$$

**oder** Winkelsumme im Dreieck

$$\begin{aligned}\gamma &= 180^\circ - 90^\circ - 36^\circ \\ \gamma &= 54^\circ\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}A &= \frac{b \cdot c}{2} \\ A &= \frac{4,1 \text{ cm} \cdot 5,7 \text{ cm}}{2} \\ A &\approx 11,69 \text{ cm}^2\end{aligned}$$

### Berechnungen am allgemeinen Dreieck



**Sinussatz:**  $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$

**Kosinussatz:**  $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos \alpha$   
 $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos \beta$   
 $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos \gamma$

Mithilfe des Kosinussatzes kann man auch die **Winkel berechnen.**

$$\begin{aligned} a^2 &= b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos \alpha \quad |+2bc \cdot \cos \alpha \\ 2bc \cdot \cos \alpha + a^2 &= b^2 + c^2 \quad |-a^2 \\ 2bc \cdot \cos \alpha &= b^2 + c^2 - a^2 \quad | : 2bc \\ \cos \alpha &= \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} \end{aligned}$$

Analog gilt dann:

$$\begin{aligned} \cos \beta &= \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} \\ \cos \gamma &= \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} \end{aligned}$$

### Flächeninhalt

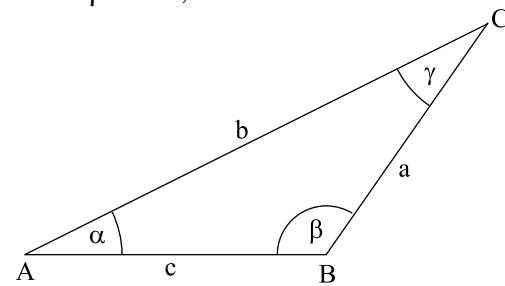
$$A = \frac{1}{2} a \cdot b \cdot \sin \gamma$$

$$A = \frac{1}{2} a \cdot c \cdot \sin \beta$$

$$A = \frac{1}{2} b \cdot c \cdot \sin \alpha$$

**Beispiel:**

geg.:  $b = 8,7 \text{ cm}$  ges.:  $a, \alpha, \gamma, A$   
 $c = 4,6 \text{ cm}$   
 $\beta = 108,2^\circ$



Berechnung von  $\gamma$  mit dem Sinussatz:

$$\begin{aligned} \frac{b}{\sin \beta} &= \frac{c}{\sin \gamma} \\ \sin \gamma &= \frac{c \cdot \sin \beta}{b} \\ \sin \gamma &= \frac{4,6 \text{ cm} \cdot \sin 108,2^\circ}{8,7 \text{ cm}} \\ \sin \gamma &= 0,50228 \\ \underline{\underline{\gamma = 30,15^\circ}} \end{aligned}$$

Berechnung von  $\alpha$  mit der Innenwinkelsumme:

$$\begin{aligned} \alpha &= 180^\circ - 108,2^\circ - 30,15^\circ \\ \underline{\underline{\alpha = 41,65^\circ}} \end{aligned}$$

Berechnung von  $a$  mit dem Kosinussatz:

$$\begin{aligned} a^2 &= b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos \alpha \\ a^2 &= 75,69 \text{ cm}^2 + 21,16 \text{ cm}^2 - 59,807362 \text{ cm}^2 \\ a^2 &= 37,042638 \text{ cm}^2 \\ \underline{\underline{a = 6,1 \text{ cm}}} \end{aligned}$$

Berechnung von  $A$ :

$$\begin{aligned} A &= \frac{1}{2} a \cdot b \cdot \sin \gamma \\ A &= \frac{1}{2} \cdot 6,1 \text{ cm} \cdot 8,7 \text{ cm} \cdot \sin 30,15^\circ \\ \underline{\underline{A = 13,33 \text{ cm}^2}} \end{aligned}$$

## Aufgaben

- 77.** In einem rechtwinkligen Dreieck sind die Katheten  $a=9,9$  cm und  $b=13,2$  cm lang.
- Berechne die Winkel  $\alpha$  und  $\beta$ .
  - Berechne die Länge der Hypotenuse  $c$ .
  - Berechne die Länge der Höhe  $h_c$ .
- 78.** In einem rechtwinkligen Dreieck sind die Hypotenuse  $c=9,2$  cm und die Kathete  $a=4,2$  cm lang.
- Berechne die Winkel  $\alpha$  und  $\beta$ .
  - Berechne die Länge der Höhe  $h_c$ .
  - Berechne die Länge der Kathete  $b$ .
- 79.** In einem Dreieck sind die Seite  $a=7,6$  cm und die Winkel  $\alpha=68^\circ$  und  $\beta=42^\circ$  bekannt.  
Berechne den Winkel  $\gamma$ , die Länge der Seiten  $b$  und  $c$  sowie den Flächeninhalt des Dreiecks.
- 80.** In einem Dreieck sind die Seiten  $a=4,2$  cm,  $c=8,4$  cm und der Winkel  $\beta=53^\circ$  gegeben.  
Berechne die Seite  $b$  sowie die Winkel  $\alpha$  und  $\gamma$ .  
Wie groß ist der Flächeninhalt des Dreiecks?
- 81.** Ein Dreieck hat den Flächeninhalt  $164,8 \text{ cm}^2$ . Der Winkel  $\gamma$  beträgt  $82^\circ$  und die Seite  $a$  ist  $12,4$  cm lang.  
Berechne die übrigen Seiten und Winkel des Dreiecks.
- 



## Interaktive Aufgaben

- Seite bestimmen
  - Seite und Winkel bestimmen
  - Gebäudehöhe bestimmen
  - Hängebrücke
  - Winkel berechnen
  - Seite berechnen
  - Fläche berechnen
  - Seite berechnen
  - Winkel berechnen
  - Winkel berechnen in 2 Schritten
  - Feuer
-

## 16. Ähnlichkeit und Strahlensätze

### Maßstab

Der (positive) Maßstab  $k$  gibt das Verhältnis einer Länge im Bild zur entsprechenden Länge in der Wirklichkeit an:

$$\text{Maßstab } k = \frac{\text{Länge im Bild}}{\text{Länge in Wirklichkeit}}$$

$$\text{Maßstab } k = \text{Bild} : \text{Wirklichkeit}$$

Für den Maßstab  $k$  gilt:

**$k < 1$ :** Länge wird **verkleinert**

**$k = 1$ :** Länge in Bild und Wirklichkeit **identisch**

**$k > 1$ :** Länge wird **vergrößert**

*Beispiel:*

Maßstab  $1 : 500$  bedeutet:

1 cm im Bild entspricht 500 cm in Wirklichkeit.

Anders ausgedrückt ist der Maßstab auch:

$$k = 1 : 500 = \frac{1}{500} = 0,002$$

Das Original wird mit dem Faktor 0,002 verkleinert.

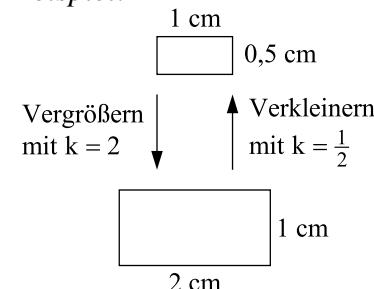
### Vergrößern und Verkleinern von Figuren

Eine Figur wird im Maßstab  $k$  vergrößert oder verkleinert, indem man alle Streckenlängen mit dem positiven Faktor  $k$  multipliziert:

$$\text{Länge im Bild} = k \cdot \text{Länge im Original}$$

Bildfigur und Originalfigur nennt man **zueinander ähnlich**. Der **Maßstab  $k$**  heißt auch **Ähnlichkeitsfaktor**.

*Beispiel:*



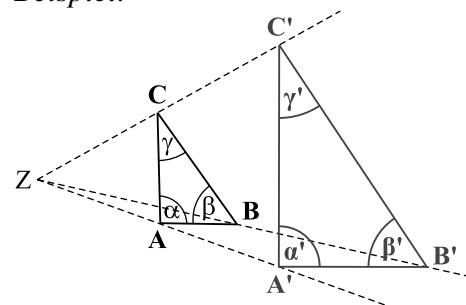
### Zentrische Streckung

Die zentrische Streckung ist eine Ähnlichkeitsabbildung, die eine Figur vom Streckzentrum  $Z$  aus um den Streckfaktor  $k$  vergrößert oder verkleinert.

*Grafische Durchführung:*

- Punkt  $P$  der Originalfigur und das Streckzentrum  $Z$  werden miteinander verbunden und die Länge der Strecke  $\overline{PZ}$  wird gemessen.
- Den Bildpunkt  $P'$  erhält man, indem man die Strecke der Länge  $\overline{P'Z} = k \cdot \overline{PZ}$  auf der Geraden  $\overline{PZ}$  abträgt.

*Beispiel:*



Es gilt:

$$\alpha = \alpha'; \beta = \beta'; \gamma = \gamma'$$

$$\overline{AB} \parallel \overline{A'B'}; \overline{BC} \parallel \overline{B'C'}; \overline{CA} \parallel \overline{C'A'}$$



**Abschlussprüfung Mathematik Realschulen Hessen**  
**Haupttermin 2019 – Pflichtaufgaben**

Punkte

**Aufgabe P 1**

- a 3 kg Orangen kosten auf dem Markt 5,40 €.
- 1 Berechne den Preis für 5 kg dieser Orangen.
- 2 Wie viel Kilogramm Orangen erhält man für 12,60 €?
- b Aus einer Kiste Orangen werden 1,2 Liter Saft gepresst.  
Wie viel Liter sind  $\frac{2}{3}$  des ausgepressten Saftes?



**Aufgabe P 2**

Der ICE-4 hat insgesamt 830 Sitzplätze,  
die sich auf die 1. und 2. Klasse verteilen.  
In der 2. Klasse befinden sich 625 Sitzplätze.  
28 % der Sitzplätze in der 2. Klasse sind im Ruhebereich.



- a Berechne, wie viel Prozent der gesamten Sitzplätze des ICE-4 sich in der 2. Klasse befinden. 2 Pkte.  
Runde auf ganze Prozent.
- b Berechne, wie viele Sitzplätze sich im Ruhebereich der 2. Klasse des ICE-4 befinden. 2 Pkte.
- c Der ICE-4 hat insgesamt etwa 18 % mehr Sitzplätze als der alte ICE-1.  
Wie viele Sitzplätze gibt es im alten ICE-1? 2 Pkte.

### Aufgabe P 3

- a Verwende für die folgenden drei Aufgaben den Term  $x^3$ .

1 Berechne den Wert des Terms für  $x=3,5$ .

1 Pkt.

2 Welche Zahl muss man in diesen Term einsetzen, sodass sein Wert 343 ist?

1 Pkt.

3 Lukas behauptet, dass der Wert des Terms nie negativ sein kann.

2 Pkte.

Hat Lukas recht? Begründe deine Antwort.

- b In einem Stall sind  $x$  Hasen und  $y$  Meerschweinchen.

1 Pkt.

Zur Gleichung  $y-x=5$  passt eine der folgenden Aussagen.

Schreibe den Buchstaben der richtigen Aussage auf dein Reinschriftpapier.

A Es gibt fünf Hasen mehr als Meerschweinchen.

B Es gibt fünf Hasen und fünf Meerschweinchen.

C Es gibt fünf Meerschweinchen weniger als Hasen.

D Es gibt fünf Meerschweinchen mehr als Hasen.

- c Löse das nebenstehende Gleichungssystem.

$$x - 3y = -2$$

4 Pkte.

Notiere deine Lösungsschritte.

$$3x + 3y = 42$$

### Aufgabe P 4

Die abgebildete Gerade  $g$  ist der Graph der linearen Funktion  $y=0,5x+4$ .

- a Berechne die Nullstelle dieser Funktion.

2 Pkte.

- b Liegt der Punkt  $P(12|10)$  auf der Geraden  $g$ ?

2 Pkte.

Begründe deine Antwort durch eine Rechnung.

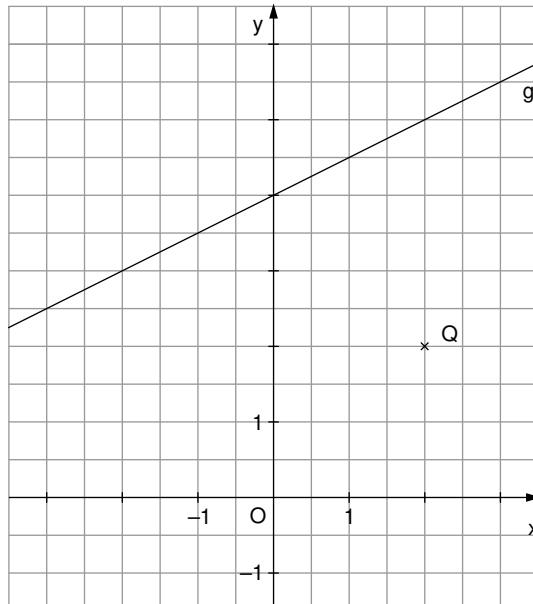
- c Gib die Gleichung der linearen Funktion an, deren Graph parallel zur Geraden  $g$  durch den Punkt  $Q$  verläuft.

2 Pkte.

- d Spiegelt man die Gerade  $g$  an der  $x$ -Achse, so erhält man eine neue Gerade.

2 Pkte.

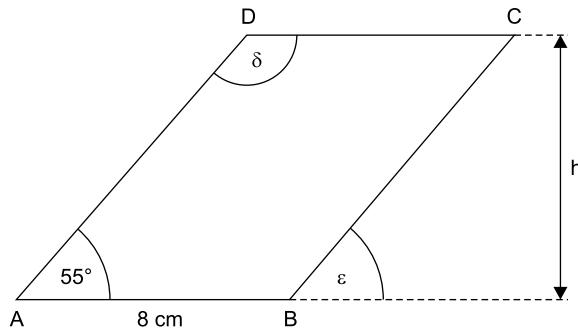
Schreibe die Gleichung auf, die zu dieser Geraden gehört.



### Aufgabe P 7

- a Die Zeichnung zeigt das Parallelogramm ABCD.

- 1 Gib die Größe der Winkel  $\delta$  und  $\varepsilon$  an.
- 2 Der Flächeninhalt des Parallelogramms beträgt  $84 \text{ cm}^2$ . Berechne die Höhe  $h$ .



2 Pkte.

2 Pkte.

Zeichnung nicht maßstabsgerecht

- b Welche Aussage gilt für alle Parallelogramme?

Schreibe den passenden Buchstaben auf dein Reinschriftpapier.

1 Pkt.

- A Jedes Parallelogramm hat genau eine Symmetriechse.
- B In jedem Parallelogramm beträgt die Summe aller Innenwinkel  $180^\circ$ .
- C In jedem Parallelogramm sind die gegenüberliegenden Winkel gleich groß.
- D Jedes Parallelogramm hat zwei gleich lange Diagonalen.

### Aufgabe P 8

Die Abbildung zeigt eine quadratische Pyramide.

Die Kantenlänge  $a$  beträgt 14 cm.

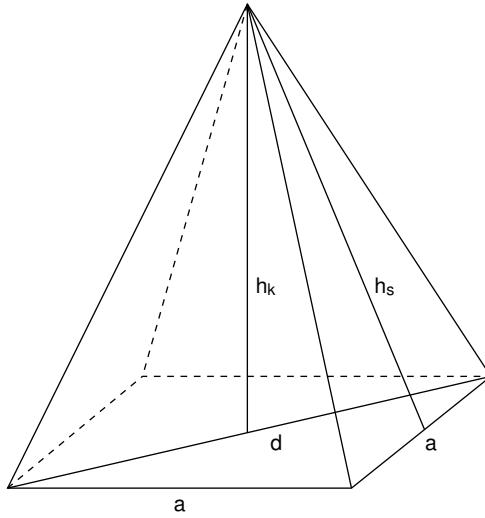
Die Höhen  $h_s$  der dreieckigen Seitenflächen sind jeweils 25 cm lang.

- a Berechne die Länge der Diagonalen  $d$  in der Grundfläche. Runde auf Millimeter.
- b Berechne den Flächeninhalt der dreieckigen Seitenfläche.
- c Berechne das Volumen dieser Pyramide.

2 Pkte.

2 Pkte.

5 Pkte.



Zeichnung nicht maßstabsgerecht



© STARK Verlag

[www.stark-verlag.de](http://www.stark-verlag.de)  
[info@stark-verlag.de](mailto:info@stark-verlag.de)

Der Datenbestand der STARK Verlag GmbH  
ist urheberrechtlich international geschützt.  
Kein Teil dieser Daten darf ohne Zustimmung  
des Rechteinhabers in irgendeiner Form  
verwertet werden.

**STARK**