2023

Realschule

Original-Prüf
und Training

MEHR
ERFAHREN

Hessen

Mathematik

+ *Ausführliche Lösung*
+ *Hinweise und Tipps*

Original-Prüfungsaufga
2022 zum Download

LÖSUNGEN

STARK

Inhalt

Sobald die Original-Prüfungsaufgaben 2022 freigegeben sind, können sie als PDF auf der Plattform MyStark heruntergeladen werden (Zugangscode vgl. Umschlaginnenseite).

Vorwort

Liebe Schülerin, lieber Schüler,

dies ist das Lösungsheft zu dem Band **Original-Prüfungsaufgaben Mathematik Hessen** (Best.-Nr.: C06100). Es enthält zu allen Aufgaben von unserer Autorin und unserem Autor ausgearbeitete Lösungen, die jeden Rechenschritt ausführlich erklären.

Versuche stets, jede Aufgabe zunächst selbstständig zu lösen, und sieh nicht gleich in der Lösung nach. Solltest du nicht weiterkommen, helfen dir die grau markierten **Hinweise und Tipps** vor der jeweiligen Lösung, die dir den Lösungsansatz zeigen. Rechne dann unbedingt selbstständig weiter. Am Schluss solltest du deine Lösung in jedem Fall mit der Lösung in diesem Buch vergleichen. Hast du eine Aufgabe nicht richtig gelöst, ist es ganz wichtig, diese zu einem später nochmals durchzurechnen.

Durch das Üben wirst du sicher und kannst ruhig die Prüfung beginnen!

Wir wünschen dir viel Erfolg!

Autorin und Autor: Simone Studebaker und Siegfried Koch

c) Satz des Pythagoras:

$$b^2 = c^2 - b^2$$
$$b^2 = (9{,}2\text{ cm})^2 - (4{,}2\text{ cm})^2$$
$$b^2 = 84{,}64\text{ cm}^2 - 17{,}64\text{ cm}^2$$
$$b^2 = 67\text{ cm}^2 \qquad \Big|\sqrt{}$$
$$b \approx 8{,}2\text{ cm}$$

Alternative Berechnung:

$$\cos\alpha = \frac{b}{c} \quad \Leftrightarrow \quad b = c \cdot \cos\alpha$$

79. $\gamma = 180° - (\alpha + \beta)$

$$\gamma = 180° - (68° + 42°)$$
$$\gamma = 70°$$

Sinussatz:

$$\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} \qquad \Big| \cdot \sin\beta$$
$$b = \frac{a \cdot \sin\beta}{\sin\alpha}$$
$$b = \frac{7{,}6\text{ cm} \cdot \sin 42°}{\sin 68°}$$
$$b \approx 5{,}48\text{ cm}$$

Sinussatz:

$$\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{c}{\sin\gamma} \qquad \Big| \cdot \sin\gamma$$
$$c = \frac{a \cdot \sin\gamma}{\sin\alpha}$$
$$c = \frac{7{,}6\text{ cm} \cdot \sin 70°}{\sin 68°}$$
$$c \approx 7{,}7\text{ cm}$$

$$A = \frac{1}{2} a \cdot c \cdot \sin\beta$$
$$A = \frac{1}{2} \cdot 7{,}6\text{ cm} \cdot 7{,}7\text{ cm} \cdot \sin 42° \approx 19{,}59\text{ cm}^2$$

80. Kosinussatz: $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos\beta$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos\beta$$
$$b^2 = (4,2\text{ cm})^2 + (8,4\text{ cm})^2 - 2 \cdot 4,2\text{ cm} \cdot 8,4\text{ cm} \cdot \cos 53°$$
$$b^2 = 17,64\text{ cm}^2 + 70,56\text{ cm}^2 - 70,56\text{ cm}^2 \cdot \cos 53°$$
$$b^2 \approx 45,736\text{ cm}^2 \qquad \Big| \sqrt{\ }$$
$$b \approx 6,76\text{ cm}$$

Sinussatz:

$$\frac{\sin\alpha}{a} = \frac{\sin\beta}{b} \qquad \Big| \cdot a$$
$$\sin\alpha = \frac{a \cdot \sin\beta}{b}$$
$$\sin\alpha = \frac{4,2\text{ cm} \cdot \sin 53°}{6,76\text{ cm}}$$
$$\alpha = 29,7°$$

$$\gamma = 180° - \alpha - \beta$$
$$\gamma = 180° - (29,7° + 53°) = 97,3°$$

Flächeninhalt:

$$A = \frac{1}{2} a \cdot c \cdot \sin\beta$$
$$A = \frac{1}{2} \cdot 4,2\text{ cm} \cdot 8,4\text{ cm} \cdot \sin 53° \approx 14,09\text{ cm}^2$$

81. $A = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot \sin\gamma \qquad \Big| \cdot \frac{2}{a \cdot \sin\gamma}$

$$b = \frac{2A}{a \cdot \sin\gamma}$$
$$b = \frac{2 \cdot 164,8\text{ cm}^2}{12,4\text{ cm} \cdot \sin 82°}$$
$$b \approx 26,84\text{ cm}$$

Kosinussatz: $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos\gamma$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos\gamma$$
$$c^2 = (12,4\text{ cm})^2 + (26,84\text{ cm})^2 - 2 \cdot 12,4\text{ cm} \cdot 26,84\text{ cm} \cdot \cos 82°$$
$$c^2 \approx 781,601\text{ cm}^2 \qquad \Big| \sqrt{\ }$$
$$c \approx 27,96\text{ cm}$$

Sinussatz:

$$\frac{\sin\alpha}{a} = \frac{\sin\gamma}{c} \qquad \Big| \cdot a$$

$$\sin\alpha = \frac{a \cdot \sin\gamma}{c}$$

$$\sin\alpha = \frac{12{,}4\text{ cm} \cdot \sin 82°}{27{,}96\text{ cm}}$$

$$\alpha \approx 26°$$

$$\beta = 180° - \alpha - \gamma$$

$$\beta = 180° - 26° - 82° = 72°$$

82.

	Maßstab	Länge im Bild	Länge in Wirklichkeit
a)	1 : 1 000	5,3 cm	**53 m**
b)	1 : 2 500 000	0,01 mm	**25 m**
c)	1 : 150	**20 cm**	30 m
d)	**1 : 200 000**	32,8 cm	65,6 km

Berechnungen:

a) Maßstab 1 : 1 000 bedeutet: 1 cm im Bild enspricht 1 000 cm in Wirklichkeit.

$$1\text{ cm} \;\hat{=}\; 1\,000\text{ cm}$$

$$5{,}3\text{ cm} \;\hat{=}\; 5{,}3 \cdot 1\,000\text{ cm} = 5\,300\text{ cm} = 53\text{ m}$$

b) Maßstab 1 : 2 500 000 bedeutet: 1 cm im Bild enspricht 2 500 000 cm in Wirklichkeit.

Umrechnung in cm: $0{,}01\text{ mm} = 0{,}001\text{ cm}$

$$1\text{ cm} \;\hat{=}\; 2\,500\,000\text{ cm}$$

$$0{,}001\text{ cm} \;\hat{=}\; 0{,}001 \cdot 2\,500\,000\text{ cm} = 2\,500\text{ cm} = 25\text{ m}$$

c) Maßstab 1 : 150 bedeutet: 1 cm im Bild enspricht 150 cm in Wirklichkeit. Also entsprechen 150 cm in Wirklichkeit 1 cm im Bild.

Umrechnung in cm: $30\text{ m} = 3\,000\text{ cm}$

$$150\text{ cm} \;\hat{=}\; 1\text{ cm}$$

$$1\text{ cm} \;\hat{=}\; \frac{1}{150}\text{ cm}$$

$$3\,000\text{ cm} \;\hat{=}\; \frac{3\,000}{150}\text{ cm} = 20\text{ cm}$$

Abschlussprüfung Mathematik Realschulen Hessen
Haupttermin 2019 – Pflichtaufgaben

Aufgabe P 1

P 1a 1

Der Preis ist direkt proportional zur Masse der Orangen.

Lösung: Mit dem Dreisatz:

Masse der Orangen	Preis
3 kg	5,40 €
$:3$ ↓ 1 kg	1,80 € ↓ $:3$
$\cdot 5$ ↓ 5 kg	**9 €** ↓ $\cdot 5$

P 1a 2

Aus der vorherigen Teilaufgabe weißt du, dass 1 Kilogramm Orangen 1,80 € kostet. Verwende zur Lösung entweder den Dreisatz oder eine Divisionsaufgabe.

Lösung: Mit dem Dreisatz:

Preis	Masse der Orangen
1,80 €	1 kg
$:1{,}80$ ↓ 1 €	$\frac{5}{9}$ kg ↓ $:1{,}80$
$\cdot 12{,}60$ ↓ 12,60 €	**7 kg** ↓ $\cdot 12{,}60$

Für 12,60 € erhält man 7 Kilogramm Orangen.

Alternative Lösung mit einer Divisionsaufgabe:

$$1\,\text{kg} \mathrel{\hat{=}} 1{,}80\,€$$

$$\Rightarrow \quad 12{,}60\,€ : 1{,}80\,\frac{€}{\text{kg}} = \mathbf{7\,kg}$$

Für 12,60 € erhält man 7 Kilogramm Orangen.

P 1b

Der Bruchteil einer Größe ist das Produkt aus Anteil und dem Ganzen der Größe.

Lösung: Gesuchter Bruchteil:

$$\frac{2}{3} \cdot 1{,}2\ \ell = \frac{2{,}4}{3}\ \ell = \mathbf{0{,}8\ \ell}$$

$\frac{2}{3}$ des ausgepressten Saftes entsprechen 0,8 Litern.

Alternative Lösung mit dem Dreisatz:

	Anteile Saft	Liter	
	$1 = \frac{3}{3}$	$1{,}2\ \ell$	
$:3$			$:3$
	$\frac{1}{3}$	$0{,}4\ \ell$	
$\cdot 2$			$\cdot 2$
	$\frac{2}{3}$	$\mathbf{0{,}8\ \ell}$	

$\frac{2}{3}$ des ausgepressten Saftes entsprechen 0,8 Litern.

Aufgabe P 2

P 2a

Gesucht ist der Prozentsatz. Verwende zur Lösung entweder die Lösungsformel der Prozentrechnung oder den Dreisatz. Runde das Ergebnis auf ganze Prozent.

Lösung: Mit der Lösungsformel:

geg.: Grundwert $G = 830$
Prozentwert $P = 625$

ges.: Prozentsatz $p\ \%$

$$p\ \% = \frac{P}{G} \cdot 100\ \%$$

$$p\ \% = \frac{625}{830} \cdot 100\ \%$$

$$\mathbf{p\ \% \approx 75\ \%}$$

Aufgabe W 1

W 1a

Um r zu bestimmen, musst du eine von vielen Möglichkeiten finden, ihn mit der gegebenen Dreiecksseite $a = \overline{AB}$ ins Verhältnis zu setzen.
Das Dreieck ABM ist z. B. gleichschenklig und kann in zwei gleich große rechtwinklige Dreiecke zerlegt werden. In einem dieser Teildreiecke lässt sich dann mithilfe des Kosinus bzw. Sinus und der gegebenen Länge der Seite a der Radius bestimmen. Alternativ kannst du auch im Dreieck ABM mit dem Sinussatz rechnen. Diese Lösungsmöglichkeiten können analog auch in den zu ABM kongruenten Dreiecken MBC und AMC angewandt werden.
Beim gleichseitigen Dreieck sind Seitenhalbierende auch Winkelhalbierende.

Lösung: Mit dem Kosinus im rechtwinkligen Dreieck:

$$\cos 30° = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}}$$

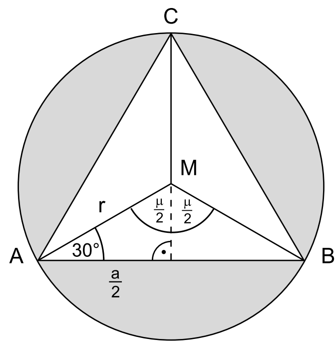
$$\cos 30° = \frac{\frac{a}{2}}{r} \qquad \Big|\cdot r$$

$$r \cdot \cos 30° = \frac{a}{2} \qquad \Big|: \cos 30°$$

$$r = \frac{\frac{a}{2}}{\cos 30°}$$

$$r = \frac{\frac{7{,}3\text{ cm}}{2}}{\cos 30°}$$

$$r = 4{,}2146\ldots\text{ cm} \approx \mathbf{4{,}2\ cm}$$



Der Radius des Umkreises beträgt ca. 4,2 cm.

Alternative Lösungsmöglichkeiten über den Winkel $\mu = \sphericalangle AMB$:

Berechnung des Winkels μ über die Innenwinkelsumme im Dreieck ABM:
$\mu = 180° - 2 \cdot 30° = 120°$

Alternative Berechnung von μ:
Da die Teildreiecke ABM, BCM und AMC kongruent sind, gilt:
$\mu = 360° : 3 = 120°$

Lösungsmöglichkeit mit dem Sinus im rechtwinkligen Dreieck:

$$\sin\frac{\mu}{2} = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}}$$

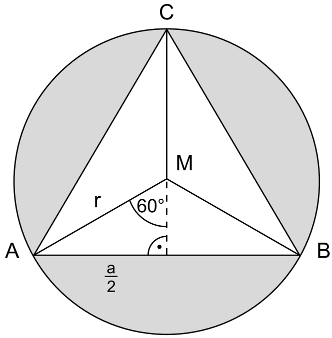
$$\sin 60° = \frac{\frac{a}{2}}{r} \qquad \big|\cdot r$$

$$r\cdot\sin 60° = \frac{a}{2} \qquad \big|:\sin 60°$$

$$r = \frac{\frac{a}{2}}{\sin 60°}$$

$$r = \frac{\frac{7{,}3\text{ cm}}{2}}{\sin 60°}$$

$$r = 4{,}2146\ldots\text{ cm} \approx \mathbf{4{,}2\ cm}$$



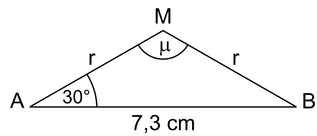
Alternative Berechnung mit dem Sinussatz im Dreieck ABM:

$$\frac{\overline{MB}}{\sin 30°} = \frac{\overline{AB}}{\sin\mu} \qquad \big|\overline{MB} = r;\ \mu = 120°$$

$$\frac{r}{\sin 30°} = \frac{7{,}3\text{ cm}}{\sin 120°} \qquad \big|\cdot\sin 30°$$

$$r = \frac{7{,}3\text{ cm}}{\sin 120°}\cdot\sin 30°$$

$$\mathbf{r \approx 4{,}2\ cm}$$



Der Radius des Umkreises beträgt ca. 4,2 cm.

W 1b

Der Flächeninhalt der grauen Fläche ist die Differenz der Flächeninhalte von Umkreis und Dreieck. Die Höhe des Dreiecks erhältst du mithilfe der Seitenhalbierenden, über den Satz des Pythagoras oder den Sinus im rechtwinkligen Dreieck.

Lösung: Berechnung des Flächeninhalts des Kreises mit der Formel:

$$A_{\text{Kreis}} = \pi\cdot r^2 = \pi\cdot(4{,}2\text{ cm})^2 = 55{,}417\ldots\text{ cm}^2 \approx 55{,}4\text{ cm}^2$$

Im gleichseitigen Dreieck fallen Höhen und Seitenhalbierende zusammen. Die Seitenhalbierenden schneiden sich im Punkt M und werden im Verhältnis 2:1 geteilt. Der längere Teil ist dabei durch den Radius r gegeben.

Berechnung der Höhe als Seitenhalbierende:

$$h = r + \frac{r}{2} = 4{,}2\text{ cm} + \frac{4{,}2\text{ cm}}{2} = 6{,}3\text{ cm}$$