



EUROPA-FACHBUCHREIHE  
für elektrotechnische  
und elektronische Berufe

# **Mathematik für Elektroniker/in für Geräte und Systeme**

**Lehr- und Übungsbuch mit digitalen Zusatzinhalten  
der Mathematik und des Fachrechnens  
für Berufe der Informationstechnik, der  
Kommunikationstechnik und der Elektronik**

**17. Auflage**

Bearbeitet von Lehrern und Ingenieuren an beruflichen Schulen  
und Seminaren (siehe Rückseite)

Ihre Meinung zum Buch interessiert uns!

Teilen Sie uns Ihre Verbesserungsvorschläge, Ihre Kritik, aber auch  
Ihre Zustimmung zum Buch mit. Schreiben Sie uns an die E-Mail-Adresse  
[lektorat@europa-lehrmittel.de](mailto:lektorat@europa-lehrmittel.de)

Die Autoren und der Verlag Europa-Lehrmittel

VERLAG EUROPA-LEHRMITTEL · Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG  
Düsselderger Straße 23 · 42781 Haan-Gruiten

**Europa-Nr.: 33064**

Autoren von „Mathematik für Elektroniker/in für Geräte und Systeme“:

|                        |                                 |                        |
|------------------------|---------------------------------|------------------------|
| Günther Buchholz       | Dipl.-Ing. (FH), Oberstudienrat | Stuttgart              |
| Monika Burgmaier       | Oberstudiendirektorin           | Durbach                |
| Patricia Burgmaier     | Dipl.-Ing. (BA)                 | Melsungen              |
| Elmar Dehler           | Studiendirektor                 | Ulm                    |
| Bernhard Grimm         | Oberstudienrat                  | Sindelfingen, Leonberg |
| Jörg Andreas Oestreich | Dipl.-Ing.                      | Schwäbisch Hall        |
| Bernd Schiemann        | Dipl.-Ing.                      | Durbach                |

Bildbearbeitung:

Zeichenbüro des Verlags Europa-Lehrmittel GmbH & Co. KG, Ostfildern

Leitung des Arbeitskreises und Lektorat:

Dipl.-Ing. Bernd Schiemann, Durbach

17. Auflage 2022

Druck 5 4 3 2 1

Alle Drucke derselben Auflage sind parallel einsetzbar, da sie bis auf die Korrektur von Druckfehlern identisch sind.

ISBN 978-3-8085-3816-6

Diesem Buch wurden die neuesten Ausgaben der DIN-Blätter und der VDE-Bestimmungen zugrunde gelegt. Verbindlich sind jedoch nur die DIN-Blätter und VDE-Bestimmungen selbst.

Die DIN-Blätter können von der Beuth-Verlag GmbH, Burggrafenstraße 4–7, 10787 Berlin, und Kamekestraße 2–8, 50672 Köln, bezogen werden. Die VDE-Bestimmungen sind bei der VDE-Verlag GmbH, Bismarckstraße 33, 10625 Berlin, erhältlich.

Alle Rechte vorbehalten. Das Werk ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der gesetzlich geregelten Fälle muss vom Verlag schriftlich genehmigt werden.

© 2022 by Verlag Europa-Lehrmittel, Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG, 42781 Haan-Gruiten  
[www.europa-lehrmittel.de](http://www.europa-lehrmittel.de)

Satz: Satz+Layout Werkstatt Kluth GmbH, 50374 Erftstadt

Umschlag: braunwerbeagentur, Radevormwald

Umschlagfoto: ©greenbutterfly – stock.adobe.com

Druck: Plump Druck & Medien GmbH, 53619 Rheinbreitbach

# Kapitelübersicht

|                                             |     |  |    |
|---------------------------------------------|-----|--|----|
| 1 Rechnen mit Zahlen                        | 9   |  | 1  |
| 2 Rechnen mit Größen                        | 24  |  | 2  |
| 3 Rechnen mit Formeln                       | 27  |  | 3  |
| 4 Elektrotechnische Grundlagen              | 32  |  | 4  |
| 5 Wechselstromtechnik                       | 64  |  | 5  |
| 6 Elektronische Schaltungen                 | 96  |  | 6  |
| 7 Digitaltechnik                            | 143 |  | 7  |
| 8 Sequenzielle Digitaltechnik (Schaltwerke) | 164 |  | 8  |
| 9 Computertechnik                           | 175 |  | 9  |
| 10 Kommunikationstechnik                    | 187 |  | 10 |
| 11 Datenübertragung                         | 197 |  | 11 |
| 12 Netztechnik                              | 210 |  | 12 |
| 13 Regelungstechnik                         | 221 |  | 13 |
| 14 Antriebstechnik                          | 232 |  | 14 |
| 15 Projektaufgaben                          | 240 |  | 15 |
| 16 Arbeiten mit Datenblättern               | 248 |  | 16 |
| 17 Rechnungswesen und Controlling           | 255 |  | 17 |
| 18 Markt- und Kundenbeziehungen             | 264 |  | 18 |
| 19 Ergänzendes Fachwissen Elektrotechnik    | 272 |  | 19 |
| 20 Ergänzendes Fachwissen Mathematik        | 301 |  | 20 |

# Vorwort zur 17. Auflage

Das Buch „Mathematik für Elektroniker/in für Geräte und Systeme“ beinhaltet elektronische Aufgabenstellungen in den Bereichen der Geräte- und Systemtechnik sowie in den angrenzenden Bereichen der Kommunikations- und Informationstechnik.

**Zielgruppen:** Auszubildende der Fachrichtung Elektroniker/-in für Geräte und Systeme, Informations-elektroniker/in der Fachrichtungen Geräte- und Systemtechnik und Bürotechnik, Systeminformati-ker/in, IT-Systemelektroniker/in, Industrieelektroniker/in Fachrichtung Geräte und Systeme sowie für Schüler und Schülerinnen an Berufsfachschulen, Berufskollegs und Technischen Gymnasien und Stu-denten an Fachschulen für Technik und Fachhochschulen, aber auch Praktiker im Beruf.

**Methodische Schwerpunkte:** Klare Strukturierung der Inhalte, z. B. der verwendeten Formeln und Be-nennung der Formelzeichen, Einführungsbeispiele zu jedem Thema, zahlreiche Schaltungsbeispiele und Grafiken aus Datenblättern, Vertiefung des Gelernten durch eine große Zahl von Übungsaufga-ben. Ergänzt wird das Buch durch Angabe der Ergebnisse der Aufgaben in Kurzform am Buchende.

Zum Fördern und Vertiefen weitergehender Zusammenhänge dienen die Kapitel 19 „Ergänzendes Fachwissen Elektrotechnik, Kommunikationstechnik“ und 20 „Ergänzendes Fachwissen Mathematik“.

## Informationen zum Buch im Überblick:



# Inhaltsverzeichnis

## 1 Rechnen mit Zahlen



|       |                                                           |    |
|-------|-----------------------------------------------------------|----|
| 1.1   | Grundgesetze                                              | 9  |
| 1.1.1 | Vertauschungsgesetz, Verbindungsgesetz, Verteilungsgesetz | 9  |
| 1.1.2 | Bruchrechnen                                              | 10 |
| 1.2   | Potenzen                                                  | 12 |
| 1.2.1 | Zehnerpotenzen                                            | 12 |
| 1.2.2 | Sonstige Potenzen mit ganzen Exponenten                   | 14 |
| 1.3   | Rechnen mit Wurzeln                                       | 15 |
| 1.4   | Logarithmen                                               | 16 |
| 1.4.1 | Zehnerlogarithmen                                         | 16 |
| 1.4.2 | Logarithmische Darstellung, Linearisieren                 | 17 |
| 1.5   | Kehrwert, Prozentrechnen                                  | 18 |
| 1.6   | Funktionen                                                | 19 |
| 1.6.1 | Beschreibungsformen bei Funktionen                        | 19 |
| 1.6.2 | Lineare Funktionen                                        | 20 |
| 1.6.3 | Trigonometrische Funktionen                               | 21 |

## 2 Rechnen mit Größen



|     |                                  |    |
|-----|----------------------------------|----|
| 2.1 | Begriffe beim Rechnen mit Größen | 24 |
| 2.2 | Umrechnen der Einheiten          | 25 |
| 2.3 | Addition und Subtraktion         | 25 |
| 2.4 | Multiplikation und Division      | 26 |

## 3 Rechnen mit Formeln



|       |                            |    |
|-------|----------------------------|----|
| 3.1   | Umstellen von Formeln      | 27 |
| 3.2   | Formel als Größengleichung | 29 |
| 3.2.1 | Längen und Flächen         | 29 |
| 3.2.2 | Satz des Pythagoras        | 30 |
| 3.2.3 | Geschwindigkeiten          | 31 |

## 4 Elektrotechnische Grundlagen



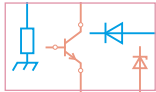
|       |                                         |    |
|-------|-----------------------------------------|----|
| 4.1   | Stromdichte                             | 32 |
| 4.2   | Widerstände                             | 32 |
| 4.2.1 | Widerstand und Leitwert                 | 32 |
| 4.2.2 | Widerstand und Temperatur               | 33 |
| 4.2.3 | Leiterwiderstand                        | 34 |
| 4.3   | Das Ohm'sche Gesetz                     | 35 |
| 4.4   | Messen                                  | 36 |
| 4.4.1 | Anzeigefehler bei Zeigermessgeräten     | 36 |
| 4.4.2 | Digitales Messen mit DMM                | 37 |
| 4.4.3 | Digitales Multimeter DMM                | 38 |
| 4.5   | Rechnen mit Bezugspfeilen               | 39 |
| 4.6   | Elektrische Leistung bei Gleichspannung | 40 |
| 4.7   | Arbeit und Energie                      | 42 |
| 4.7.1 | Elektrische Arbeit                      | 42 |
| 4.7.2 | Mechanische Arbeit und Leistung         | 43 |
| 4.7.3 | Leistung und Arbeit bei Drehbewegung    | 44 |

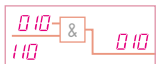
|        |                                                   |    |
|--------|---------------------------------------------------|----|
| 4.7.4  | Wirkungsgrad und Arbeitsgrad                      | 45 |
| 4.8    | Grundschaltungen                                  | 46 |
| 4.8.1  | Reihenschaltung                                   | 46 |
| 4.8.2  | Parallelschaltung                                 | 47 |
| 4.8.3  | Gemischte Schaltungen                             | 48 |
| 4.8.4  | Spannungsteiler                                   | 51 |
| 4.9    | Brückenschaltungen                                | 52 |
| 4.10   | Erzeuger-Ersatzschaltungen                        | 53 |
| 4.10.1 | Spannungserzeuger                                 | 53 |
| 4.10.2 | Spannungserzeugung mit Fotovoltaik                | 54 |
| 4.10.3 | Sekundärelemente (der Energieelektronik) aufladen | 55 |
| 4.10.4 | Anpassungsarten                                   | 56 |
| 4.11   | Schaltungen simulieren                            | 58 |
| 4.11.1 | Schaltungen simulieren mit Multisim               | 58 |
| 4.11.2 | Schaltungen simulieren mit PSpice                 | 60 |
| 4.12   | Temperatur und Wärme                              | 62 |
| 4.12.1 | Wärme und Wärmekapazität                          | 62 |
| 4.12.2 | Wärmewiderstand                                   | 63 |

## 5 Wechselstromtechnik

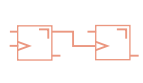


|       |                                                     |    |
|-------|-----------------------------------------------------|----|
| 5.1   | Wechselgrößen                                       | 64 |
| 5.1.1 | Periode, Frequenz, Kreisfrequenz, Wellenlänge       | 64 |
| 5.1.2 | Maximalwert, Spitze-Tal-Wert, Effektivwert          | 64 |
| 5.1.3 | Impulse                                             | 66 |
| 5.2   | Kondensator                                         | 68 |
| 5.2.1 | Elektrisches Feld                                   | 68 |
| 5.2.2 | Ladung und Kapazität                                | 68 |
| 5.2.3 | Kraftwirkung und Energie des elektrischen Feldes    | 69 |
| 5.2.4 | Kapazität                                           | 70 |
| 5.2.5 | Schaltungen von Kondensatoren                       | 70 |
| 5.2.6 | RC-Schaltung an Gleichspannung und Rechteckspannung | 71 |
| 5.2.7 | Kapazitiver Blindwiderstand                         | 72 |
| 5.3   | Spule                                               | 73 |
| 5.3.1 | Elektromagnetismus                                  | 73 |
| 5.3.2 | Induktion und Induktivität                          | 76 |
| 5.3.3 | RL-Schaltungen an Gleichspannung                    | 77 |
| 5.3.4 | Induktiver Blindwiderstand                          | 78 |
| 5.4   | Schaltungen mit Blindwiderständen                   | 79 |
| 5.4.1 | RC- und RL-Schaltungen                              | 79 |
| 5.4.2 | RLC-Schaltungen                                     | 84 |
| 5.5   | Wechselstromleistungen bei Einphasenwechselstrom    | 88 |
| 5.6   | Drehstrom                                           | 90 |
| 5.6.1 | Sternschaltung                                      | 90 |
| 5.6.2 | Dreieckschaltung                                    | 92 |
| 5.6.3 | Leistungen bei Drehstrom                            | 93 |
| 5.7   | Transformator                                       | 94 |
| 5.7.1 | Transformatorhauptgleichung                         | 94 |
| 5.7.2 | Übersetzung von Spannung, Strom und Widerstand      | 95 |

|          |                                                                   |                                                                                   |
|----------|-------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------|
| <b>6</b> | <b>Elektronische Schaltungen</b>                                  |  |
| 6.1      | Schaltungen mit nicht linearen Widerständen . . . . .             | 96                                                                                |
| 6.1.1    | Differenzieller Widerstand . . . . .                              | 96                                                                                |
| 6.1.2    | Impedanzen im Arbeitspunkt . . . . .                              | 96                                                                                |
| 6.1.3    | Zeichnerische Lösung der Reihenschaltung . . . . .                | 97                                                                                |
| 6.1.4    | Messschaltungen mit Pt100-Widerstandssensoren . . . . .           | 99                                                                                |
| 6.2      | Schaltungen mit Dioden . . . . .                                  | 100                                                                               |
| 6.2.1    | Festlegung des Arbeitspunktes . . . . .                           | 100                                                                               |
| 6.2.2    | Gleichrichterschaltungen . . . . .                                | 102                                                                               |
| 6.2.3    | Spannungsstabilisierung mit Z-Dioden . . . . .                    | 105                                                                               |
| 6.3      | Licht . . . . .                                                   | 107                                                                               |
| 6.4      | Schaltungen mit fotoelektronischen Bauelementen . . . . .         | 109                                                                               |
| 6.5      | Verstärker mit bipolaren Transistoren . . . . .                   | 110                                                                               |
| 6.5.1    | Arbeitspunkt in der Emitterschaltung . . . . .                    | 110                                                                               |
| 6.6      | Kippschaltungen . . . . .                                         | 113                                                                               |
| 6.6.1    | Transistoren als elektronische Schalter . . . . .                 | 113                                                                               |
| 6.6.2    | Schalten bei Ohm'scher, induktiver und kapazitiver Last . . . . . | 114                                                                               |
| 6.7      | Verstärker mit Feldeffekttransistoren . . . . .                   | 115                                                                               |
| 6.7.1    | Gleichstromgrößen von FET in Source-schaltung . . . . .           | 115                                                                               |
| 6.7.2    | Wechselstromgrößen von FET in Sourceschaltung . . . . .           | 116                                                                               |
| 6.7.3    | Analogschalter mit FET . . . . .                                  | 117                                                                               |
| 6.8      | Leistungselektronik . . . . .                                     | 119                                                                               |
| 6.8.1    | IGBT . . . . .                                                    | 119                                                                               |
| 6.8.2    | Thyristoren als elektronische Schalter . . . . .                  | 120                                                                               |
| 6.8.3    | Gesteuerte Stromrichter . . . . .                                 | 121                                                                               |
| 6.9      | Operationsverstärker . . . . .                                    | 123                                                                               |
| 6.9.1    | Eingangsschaltung des Operationsverstärkers . . . . .             | 123                                                                               |
| 6.9.2    | Verstärkung ohne Gegenkopplung . . . . .                          | 124                                                                               |
| 6.9.3    | Komparatoren . . . . .                                            | 125                                                                               |
| 6.9.4    | Invertierender Verstärker . . . . .                               | 126                                                                               |
| 6.9.5    | Summierverstärker . . . . .                                       | 127                                                                               |
| 6.9.6    | Nicht invertierender Verstärker und Impedanzwandler . . . . .     | 128                                                                               |
| 6.9.7    | Subtrahierverstärker und Differenzverstärker . . . . .            | 129                                                                               |
| 6.9.8    | Instrumentenverstärker (INV) . . . . .                            | 130                                                                               |
| 6.9.9    | Differenzier-Invertierer . . . . .                                | 131                                                                               |
| 6.9.10   | Integrier-Invertierer . . . . .                                   | 132                                                                               |
| 6.10     | Kippschaltungen . . . . .                                         | 133                                                                               |
| 6.10.1   | Astabile Kippschaltung . . . . .                                  | 133                                                                               |
| 6.10.2   | Monostabile Kippschaltung . . . . .                               | 134                                                                               |
| 6.10.3   | Schwellwertschalter . . . . .                                     | 135                                                                               |
| 6.11     | Stabilisieren und Regeln . . . . .                                | 137                                                                               |
| 6.11.1   | Spannung stabilisieren . . . . .                                  | 137                                                                               |
| 6.11.2   | Strom stabilisieren . . . . .                                     | 138                                                                               |
| 6.11.3   | Spannung regeln mit IC . . . . .                                  | 139                                                                               |
| 6.11.4   | Schaltnetzteile (SNT) . . . . .                                   | 140                                                                               |

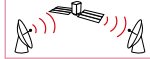
|          |                                    |                                                                                     |
|----------|------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>7</b> | <b>Digitaltechnik</b>              |  |
| 7.1      | Aufbau der Zahlensysteme . . . . . | 143                                                                                 |
| 7.2      | Dualzahlen . . . . .               | 144                                                                                 |

|       |                                                            |     |
|-------|------------------------------------------------------------|-----|
| 7.2.1 | Umwandlung von Dualzahlen in Dezimalzahlen . . . . .       | 144 |
| 7.2.2 | Umwandlung von Dezimalzahlen in Dualzahlen . . . . .       | 145 |
| 7.2.3 | Addition und Subtraktion von Dualzahlen . . . . .          | 146 |
| 7.2.4 | Multiplikation und Division von Dualzahlen . . . . .       | 146 |
| 7.2.5 | Subtraktion durch Komplementaddition . . . . .             | 147 |
| 7.3   | BCD-Codes . . . . .                                        | 148 |
| 7.4   | Hexadezimalzahlen . . . . .                                | 148 |
| 7.4.1 | Hexadezimalzahlen und Dualzahlen . . . . .                 | 148 |
| 7.4.2 | Addition und Subtraktion von Hexadezimalzahlen . . . . .   | 149 |
| 7.4.3 | Hexadezimalzahlen und Dezimalzahlen . . . . .              | 150 |
| 7.5   | Kombinatorische Digitaltechnik (Schalt-netze) . . . . .    | 151 |
| 7.5.1 | Schaltalgebraische Begriffe . . . . .                      | 151 |
| 7.5.2 | Kommutativgesetz der Schaltalgebra . . . . .               | 152 |
| 7.5.3 | Assoziativgesetz der Schaltalgebra . . . . .               | 153 |
| 7.5.4 | Distributivgesetze der Schaltalgebra . . . . .             | 154 |
| 7.5.5 | Schaltalgebraische Funktionen . . . . .                    | 155 |
| 7.6   | Logische Verknüpfungen von Zahlen . . . . .                | 157 |
| 7.7   | Minimieren und Realisieren von Schalt-funktionen . . . . . | 158 |
| 7.7.1 | Algebraisches Minimieren . . . . .                         | 158 |
| 7.7.2 | Realisieren mit NAND-Elementen . . . . .                   | 159 |
| 7.7.3 | Aufstellen des KV-Diagramms . . . . .                      | 160 |
| 7.7.4 | Minimieren mit dem KV-Diagramm . . . . .                   | 161 |
| 7.8   | Lastfaktoren . . . . .                                     | 163 |

|          |                                                                 |                                                                                     |
|----------|-----------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>8</b> | <b>Sequenzielle Digital-technik (Schaltwerke)</b>               |  |
| 8.1      | JK-Kippschaltungen . . . . .                                    | 164                                                                                 |
| 8.2      | Wertetabelle und Zeitablaufdiagramm aus der Schaltung . . . . . | 165                                                                                 |
| 8.3      | Schaltfunktion aus Wertetabelle . . . . .                       | 166                                                                                 |
| 8.4      | Schaltung aus Schaltfunktion . . . . .                          | 167                                                                                 |
| 8.5      | Synchrone Zähler mit T-Kippgliedern . . . . .                   | 168                                                                                 |
| 8.6      | Frequenzteiler . . . . .                                        | 169                                                                                 |
| 8.7      | Direkte digitale Synthese DDS . . . . .                         | 170                                                                                 |
| 8.8      | PAL-Schaltkreise anwenden . . . . .                             | 171                                                                                 |
| 8.9      | Programmieren mit VHDL . . . . .                                | 174                                                                                 |

|          |                                                      |                                                                                       |
|----------|------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>9</b> | <b>Computertechnik</b>                               |  |
| 9.1      | Berechnung der Speicherkapazität . . . . .           | 175                                                                                   |
| 9.2      | Bildschirmauflösung und Speicherkapa-zität . . . . . | 176                                                                                   |
| 9.3      | PC-Firmware . . . . .                                | 177                                                                                   |
| 9.3.1    | PC-BIOS einstellen . . . . .                         | 177                                                                                   |
| 9.3.2    | UEFI . . . . .                                       | 178                                                                                   |
| 9.4      | C/C++ und ARDUINO . . . . .                          | 179                                                                                   |
| 9.4.1    | Lineare Programme . . . . .                          | 179                                                                                   |
| 9.4.2    | Programmverzweigungen . . . . .                      | 180                                                                                   |
| 9.4.3    | Programmschleifen . . . . .                          | 181                                                                                   |
| 9.4.4    | Felder (eindimensional) . . . . .                    | 182                                                                                   |
| 9.4.5    | Programmieren mit Vorgaben . . . . .                 | 182                                                                                   |
| 9.5      | Datenbank anlegen . . . . .                          | 183                                                                                   |
| 9.5.1    | Datenbanken mit Access erstellen . . . . .           | 183                                                                                   |
| 9.5.2    | Arbeiten mit Access . . . . .                        | 184                                                                                   |
| 9.5.3    | Datenbanksprache SQL . . . . .                       | 185                                                                                   |

## 10 Kommunikationstechnik



|        |                                                  |     |
|--------|--------------------------------------------------|-----|
| 10.1   | Kommunikationsanlagen . . . . .                  | 187 |
| 10.1.1 | Übertragungsgrößen . . . . .                     | 187 |
| 10.1.2 | Kenngößen von Richtantennen . . . . .            | 190 |
| 10.2   | Schaltungen der Kommunikationstechnik . . . . .  | 191 |
| 10.2.1 | Leistungsverstärker für Niederfrequenz . . . . . | 191 |
| 10.2.2 | Akustik . . . . .                                | 194 |

## 11 Datenübertragung



|        |                                                            |     |
|--------|------------------------------------------------------------|-----|
| 11.1   | Signalabtastung . . . . .                                  | 197 |
| 11.2   | Signalumsetzer . . . . .                                   | 198 |
| 11.3   | Digitale Modulation . . . . .                              | 199 |
| 11.3.1 | PSK und QAM . . . . .                                      | 199 |
| 11.3.2 | Pulsmodulation . . . . .                                   | 200 |
| 11.3.3 | Quantisierung und Codierung . . . . .                      | 201 |
| 11.4   | Geschwindigkeit der Datenübertragung . . . . .             | 202 |
| 11.5   | Zeitmultiplexübertragung . . . . .                         | 204 |
| 11.6   | Fehlerhäufigkeit . . . . .                                 | 205 |
| 11.7   | Pegel und Dämpfung von Datenleitungen . . . . .            | 206 |
| 11.8   | Wellenwiderstand und Ausbreitungsgeschwindigkeit . . . . . | 207 |
| 11.9   | Verbindungstechnik . . . . .                               | 208 |
| 11.9.1 | Glasfasertechnik . . . . .                                 | 208 |
| 11.9.2 | Übertragungsreichweiten in Glasfasernetzen . . . . .       | 209 |

## 12 Netztechnik



|        |                                                |     |
|--------|------------------------------------------------|-----|
| 12.1   | Aufbau von IT-Netzen, Routingtabelle . . . . . | 210 |
| 12.1.1 | Routingtabellen auslesen . . . . .             | 211 |
| 12.1.2 | Errichten lokaler Netzwerke . . . . .          | 212 |
| 12.2   | Messen im LAN . . . . .                        | 215 |
| 12.2.1 | Grundlagen NEXT, FEXT . . . . .                | 215 |
| 12.2.2 | Messen und Fehlersuche . . . . .               | 216 |
| 12.3   | Adressierung von Netzen . . . . .              | 217 |
| 12.3.1 | Internetadressierung IPv4 . . . . .            | 217 |
| 12.3.2 | Internetadressierung IPv6 . . . . .            | 218 |
| 12.3.3 | Subnetze . . . . .                             | 219 |
| 12.3.4 | Aufteilung in Subnetze . . . . .               | 220 |

## 13 Regelungstechnik



|        |                                                  |     |
|--------|--------------------------------------------------|-----|
| 13.1   | Unstetige Regler . . . . .                       | 221 |
| 13.2   | Stetige Regler . . . . .                         | 222 |
| 13.2.1 | P-Regler . . . . .                               | 222 |
| 13.2.2 | Analyse von Regelstrecken . . . . .              | 224 |
| 13.2.3 | PI-Regler . . . . .                              | 226 |
| 13.2.4 | PDT <sub>1</sub> -Regler und PD-Regler . . . . . | 227 |
| 13.2.5 | PID-Regler . . . . .                             | 228 |
| 13.2.6 | Regler einstellen (Ziegler/Nichols) . . . . .    | 229 |
| 13.2.7 | Auswahl der Reglerkennwerte . . . . .            | 230 |

## 14 Antriebstechnik



|      |                                               |     |
|------|-----------------------------------------------|-----|
| 14.1 | Antrieb mit Gleichstrommotoren . . . . .      | 232 |
| 14.2 | Ein-Quadranten-Steller (1Q-Steller) . . . . . | 233 |

|        |                                          |     |
|--------|------------------------------------------|-----|
| 14.3   | H-Brücke . . . . .                       | 234 |
| 14.4   | Drehstromasynchronmotor (DASM) . . . . . | 235 |
| 14.5   | Kennwerte von Asynchronmotoren . . . . . | 236 |
| 14.6   | Schrittmotoren . . . . .                 | 237 |
| 14.6.1 | Schrittwinkel und Drehzahl . . . . .     | 237 |
| 14.6.2 | Schrittmotoren ansteuern . . . . .       | 238 |

## 15 Projektaufgaben



|      |                                                     |     |
|------|-----------------------------------------------------|-----|
| 15.1 | Aufgaben der Analogtechnik . . . . .                | 240 |
| 15.2 | Aufgaben der Digitaltechnik . . . . .               | 242 |
| 15.3 | Schaltungen mit monostabilen Kippgliedern . . . . . | 245 |
| 15.4 | Transportbandsteuerung . . . . .                    | 246 |
| 15.5 | Codeprüfung . . . . .                               | 247 |

## 16 Arbeiten mit Datenblättern



|        |                                                                                                     |     |
|--------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 16.1   | Einführung in den Datenblattgebrauch . . . . .                                                      | 248 |
| 16.1.1 | Allgemeine Angaben . . . . .                                                                        | 248 |
| 16.1.2 | Technische Kenngrößen in Datenblättern . . . . .                                                    | 249 |
| 16.1.3 | Umgang mit Datenblättern von Spannungsreglern und Timer-Bausteinen . . . . .                        | 251 |
| 16.2   | Strombelastbarkeit von Leitungen bei Umgebungstemperatur $\vartheta_u = 30^\circ\text{C}$ . . . . . | 252 |
| 16.3   | Überstromschutzeinrichtungen . . . . .                                                              | 253 |
| 16.4   | Kleintransformatoren . . . . .                                                                      | 254 |

## 17 Rechnungswesen und Controlling



|        |                                                          |     |
|--------|----------------------------------------------------------|-----|
| 17.1   | Arbeiten mit EXCEL . . . . .                             | 255 |
| 17.2   | Finanzbuchhaltung . . . . .                              | 257 |
| 17.3   | Kostenrechnung . . . . .                                 | 258 |
| 17.3.1 | Fixe und variable Kosten . . . . .                       | 258 |
| 17.3.2 | Kostenstellenrechnung . . . . .                          | 259 |
| 17.3.3 | Kostenträgerrechnung im produzierenden Gewerbe . . . . . | 261 |
| 17.3.4 | Kostenträgerrechnung in Handelsbetrieben . . . . .       | 263 |

## 18 Markt- und Kundenbeziehungen



|        |                                                      |     |
|--------|------------------------------------------------------|-----|
| 18.1   | Lieferantenauswahl . . . . .                         | 264 |
| 18.1.1 | ABC-Analyse . . . . .                                | 264 |
| 18.1.2 | Nutzwertanalyse . . . . .                            | 264 |
| 18.2   | Bestellung und Lagerhaltung . . . . .                | 265 |
| 18.2.1 | Bestellpunktverfahren . . . . .                      | 265 |
| 18.2.2 | Lagerkennziffern . . . . .                           | 265 |
| 18.2.3 | Optimale Bestellmenge . . . . .                      | 266 |
| 18.2.4 | Eigenfertigung oder Fremdbezug . . . . .             | 267 |
| 18.3   | Prüfungsaufgaben IT . . . . .                        | 268 |
| 18.3.1 | Unternehmensgründung . . . . .                       | 268 |
| 18.3.2 | Beschaffung und Betrieb von Datenprojekten . . . . . | 269 |
| 18.3.3 | Kommunikationskosten . . . . .                       | 270 |
| 18.3.4 | Druckerkosten . . . . .                              | 271 |

## 19 Ergänzendes Fachwissen Elektrotechnik, Kommunikationstechnik



|        |                                                                                      |     |
|--------|--------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 19.1   | Netzwerkschaltungen                                                                  | 272 |
| 19.1.1 | Überlagerung bei linearen Netzwerken                                                 | 272 |
| 19.1.2 | Ersatzspannungsquelle                                                                | 273 |
| 19.1.3 | Ersatzstromquelle                                                                    | 274 |
| 19.2   | Ermittlung von Kühlflächen                                                           | 275 |
| 19.3   | Felder in der Elektrotechnik                                                         | 276 |
| 19.3.1 | Elektrische Flussdichte                                                              | 276 |
| 19.3.2 | Energie und Energiedichte des magnetischen Feldes                                    | 277 |
| 19.4   | RC-Schaltungen                                                                       | 278 |
| 19.4.1 | Ersatz-Reihenschaltung und Ersatz-Parallelschaltung                                  | 278 |
| 19.4.2 | Einfache RC-Siebschaltungen                                                          | 279 |
| 19.5   | Schwingungserzeugung mit Wien-Oszillator                                             | 280 |
| 19.6   | Entscheidungsgehalt und Redundanz von Codes                                          | 282 |
| 19.7   | Schaltkreis PAL 16RP8                                                                | 283 |
| 19.8   | Verteilnetze                                                                         | 284 |
| 19.8.1 | Pegelrechnung in HF-Verteilnetzen                                                    | 284 |
| 19.8.2 | Rauschabstand in HF-Verteilnetzen                                                    | 286 |
| 19.8.3 | Pegelrechnung in Breitband-Kommunikationsanlagen                                     | 287 |
| 19.8.4 | Trägerrauschabstand in Satelliten-Empfangsanlagen                                    | 288 |
| 19.8.5 | Pegelrechnung in Satelliten-Empfangsanlagen                                          | 289 |
| 19.8.6 | Grenzwerte bei Mobilfunkanlagen                                                      | 290 |
| 19.8.7 | Mechanische Sicherheit der Antennenstandrohre und Ausrichtung der Satellitenantennen | 291 |
| 19.8.8 | 100-V-Normausgang                                                                    | 292 |
| 19.9   | Analoge Signalübertragung                                                            | 293 |
| 19.9.1 | Modulation, Mischung und Demodulation                                                | 293 |
| 19.9.2 | Mischung und Frequenzumsetzung                                                       | 297 |
| 19.10  | Fehlererkennung                                                                      | 298 |
| 19.11  | Zuverlässigkeit von Bauelementen und Schaltungen                                     | 300 |

## 20 Ergänzendes Fachwissen Mathematik



|        |                                                |     |
|--------|------------------------------------------------|-----|
| 20.1   | Gleichungen                                    | 301 |
| 20.1.1 | Lineare Gleichungen mit einer Unbekannten      | 301 |
| 20.1.2 | Lineares Gleichungssystem mit zwei Unbekannten | 302 |
| 20.1.3 | Quadratische Gleichungen                       | 303 |
| 20.1.4 | Sinussatz und Kosinussatz                      | 305 |
| 20.2   | Funktionen                                     | 306 |
| 20.2.1 | Quadratische Funktionen                        | 306 |
| 20.2.2 | Exponentialfunktionen                          | 307 |
| 20.3   | Differenzieren                                 | 308 |
| 20.3.1 | Differenzenquotient und Differenzialquotient   | 308 |
| 20.3.2 | Ableitungen von Funktionen                     | 309 |
| 20.4   | Integrieren                                    | 310 |
| 20.4.1 | Unbestimmtes Integral                          | 310 |
| 20.4.2 | Bestimmtes Integral                            | 312 |
| 20.4.3 | Mittelwerte                                    | 313 |
| 20.5   | Funktionen mit komplexen Größen                | 314 |
| 20.5.1 | Zahlen in der komplexen Zahlenebene            | 314 |
| 20.5.2 | Grundrechenarten mit komplexen Zahlen          | 315 |
| 20.5.3 | Widerstand und Leitwert in der komplexen Ebene | 316 |
| 20.6   | Reihen                                         | 317 |
| 20.6.1 | Arithmetische Reihe                            | 317 |
| 20.6.2 | Geometrische Reihe                             | 317 |

## Anhang

|                                               |     |
|-----------------------------------------------|-----|
| Kurzlösungen zu den Aufgaben im Buch          | 318 |
| Wichtige Größen und Einheiten                 | 373 |
| Mathematische Begriffe und Basiseinheiten     | 374 |
| Wichtige Normen                               | 375 |
| Formelzeichen und ihre Bedeutung              | 376 |
| Indizes, Zeichen und ihre Bedeutung           | 377 |
| Vorsätze, Größen und Einheiten der IT-Technik | 378 |
| 7-Bit-ASCII-Code – DIN 66003-Code             | 379 |
| Code page für Latin1 (1252)                   | 380 |
| <b>Sachwortverzeichnis</b>                    | 381 |



# 1 Rechnen mit Zahlen

Zahlen bestehen aus Ziffern. Im dekadischen Zahlensystem (von lat. decem = zehn) verwendet man Dezimalzahlen, die aus den Ziffern 0 bis 9 gebildet werden. Reelle Zahlen (Kurzzeichen  $\mathbb{R}$ ) sind Zahlen, die durch Brüche darstellbar sind (rationale Zahlen, Kurzzeichen  $\mathbb{Q}$ ) oder es sind Kommazahlen mit unendlich vielen nicht periodischen Nachkommastellen (irrationale Zahlen), **Tabelle 1**.

Die Zahlen gehören meist mehreren Zahlenmengen an. So gehört z.B. die Zahl 5 den Mengen der natürlichen Zahlen, der ungeraden natürlichen Zahlen, der ganzen Zahlen und der rationalen Zahlen an. Die Zahl 5 ist jeweils ein Element (Kurzzeichen  $\in$ , sprich: ist Element von) der angegebenen Zahlenmengen.

## ■ Beispiel 1: Zahlen zuordnen

Zu welchen Zahlenmengen gehören die Zahlen

- a) 3    b) 1,8    c)  $\pi$  ?

**Lösung:**

- a)  $3 \in \mathbb{N}, \mathbb{Z}$     b)  $1,8 \in \mathbb{R}, \mathbb{Q}$   
c)  $\mathbb{R}, \pi$  ist eine **irrationale Zahl**.

## 1.1 Grundgesetze

### 1.1.1 Vertauschungsgesetz, Verbindungsgesetz, Verteilungsgesetz

#### Vertauschungsgesetz (Kommutativgesetz)<sup>1</sup>

Bei der Addition kann man die Glieder eines Terms beliebig vertauschen. Dasselbe gilt für die Multiplikation.

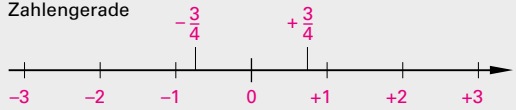
Ein Term (von lat. terminus = Ausdruck) besteht aus Zahlen, die mit Rechenzeichen verknüpft sind, z.B.  $-4 + 7$ . Bei der Multiplikation sind die Vorzeichenregeln zu beachten.

#### Verbindungsgesetz (Assoziativgesetz)<sup>2</sup>

Bei der Addition können die Glieder eines Terms beliebig durch Klammern zusammengefasst werden. Dasselbe gilt für die Multiplikation.

Die Klammern werden zuerst ausgerechnet. Das Malzeichen oder Multiplikationszeichen ( $\cdot$ ) kann zwischen Faktoren entfallen, außer bei Zahlen ohne Klammern.

**Tabelle 1: Reelle Zahlen  $\mathbb{R}$**

| Rationale Zahlen $\mathbb{Q}$                                                                      |                                                                         |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------|
| Ganze Zahlen $\mathbb{Z}$<br>z.B. $-2; -1; 0; 11; 12; \dots$                                       | Gebrochene Zahlen (Brüche)<br>z.B. $\frac{3}{4}; \frac{5}{7}; 0,5; 0,3$ |
| Natürliche Zahlen $\mathbb{N}_0$ z.B. $0; 1; 2; 3; 4; \dots$                                       |                                                                         |
| Zahlengerade<br> |                                                                         |
| Irrationale Zahlen $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$                                               |                                                                         |
| Algebraische irrationale Zahlen<br>z.B. $\sqrt{2}; \sqrt[3]{5}$                                    | Transzendente irrationale Zahlen<br>z.B. $e, \pi, \log 7$               |
| Zahlengerade<br> |                                                                         |
| Komplexe Zahlen siehe S. 314                                                                       |                                                                         |

#### Vorzeichenregeln

|            |            |
|------------|------------|
| $++ = +$   | $+- = -$   |
| $-+ = -$   | $-- = +$   |
| $+:+ = +$  | $+: - = -$ |
| $-: + = -$ | $-: - = +$ |

## ■ Beispiel 2: Kommutativgesetz anwenden

Wenden Sie auf den Term  $(-3) \cdot 5 \cdot (-6)$  das Kommutativgesetz an und berechnen Sie ihn.

**Lösung:**

$$(-3) \cdot 5 \cdot (-6) = 5 \cdot (-3) \cdot (-6) = (-6) \cdot (-3) \cdot 5 = \mathbf{90}$$

## ■ Beispiel 3: Assoziativgesetz anwenden

Wenden Sie auf den Produktterm  $3 \cdot 2 \cdot 5$  das Assoziativgesetz an und berechnen Sie.

**Lösung:**

$$3 \cdot 2 \cdot 5 = 3 \cdot (2 \cdot 5) = 3 \cdot (2 \cdot 5) = 3 \cdot 10 = \mathbf{30}$$

<sup>1</sup> lat. commutare = ändern, vertauschen, <sup>2</sup> lat. associare = verbinden

## Verteilungsgesetz (Distributivgesetz)<sup>1</sup>

Kommen in einer Rechnung Addition, Multiplikation, Subtraktion und Division gemischt vor, ohne dass Klammern gesetzt sind, so sind zuerst die durch Malzeichen oder durch Teilzeichen verbundenen Terme zu berechnen (Punktrechnung geht vor Strichrechnung), z.B. ist  $5 + 2 \cdot 4 = 5 + 8 = 13$ . Wenn anders gerechnet werden soll, setzt man Klammern, z.B. ist  $(5 + 2) \cdot 4 = 7 \cdot 4 = 28$ .

Bei der Multiplikation von Klammern wird jeder Summand mit dem Faktor multipliziert.

### ■ Beispiel 1: Distributivgesetz anwenden

Berechnen Sie nach dem Distributivgesetz:  
 $(-5) \cdot (2 + 7)$ .

*Lösung:*

$$(-5) \cdot (2 + 7) = (-5) \cdot 2 + (-5) \cdot 7 = -10 - 35 = -45$$

## Aufgaben zu 1.1.1

Wenden Sie das Kommutativgesetz an und berechnen Sie die Terme.

1. a)  $3 - 5 + 8 - 1$       b)  $6 + 12 - 10 - 3$   
     c)  $2 - 4 + 5 - 9$       d)  $8 - 7 + 5$
2. a)  $7 - 3 - 2 + 8$       b)  $5 - 2 + 3 - 1$   
     c)  $9 - 2 + 7$       d)  $3 - 1 - 5 + 23$
3. a)  $(-3) \cdot 2 \cdot 2$       b)  $2 \cdot (-5) \cdot (-3)$   
     c)  $2 \cdot 3 \cdot (-7)$       d)  $3 \cdot (-2) \cdot 9$
4. a)  $(-8) \cdot 4 \cdot 2$       b)  $3 \cdot (-5) \cdot (-3)$   
     c)  $2 \cdot 5 \cdot (-2)$       d)  $6 \cdot (-1) \cdot 1$

Wenden Sie das Assoziativgesetz auf Terme an und berechnen Sie diese.

5. a)  $6 + 2 + 4$       b)  $-3 + 2 - 5$   
     c)  $3 - 8 + 11$       d)  $8 + 2 - 4$
6. a)  $5 + 4 + 3$       b)  $4 + 2 - 3$   
     c)  $3 - 9 + 6$       d)  $8 + 2 - 4$
7. a)  $3 \cdot 5 \cdot 4$       b)  $(-3) \cdot 5 \cdot 2$
8. a)  $6 \cdot 4 \cdot 2$       b)  $(-2) \cdot 4 \cdot 3$

Berechnen Sie nach dem Distributivgesetz.

9. a)  $3(5 + 2)$       b)  $5(7 - 4)$
10. a)  $4(8 + 3)$       b)  $3(5 - 2)$
11. a)  $(-2)(7 + 5)$       b)  $3(7 - 6 + 1)$   
     c)  $(-6)(8 - 3)$       d)  $(-5)(6 - 14)$
12. a)  $(-7)(8 - 6)$       b)  $5(9 - 5 - 4)$   
     c)  $(-4)(6 - 2)$       d)  $(-9)(8 - 12)$

## 1.1.2 Bruchrechnen

Brüche entstehen bei der Division von z.B. ganzen Zahlen. Die Vorzeichenregeln beim Dividieren entsprechen den Vorzeichenregeln beim Multiplizieren. Man unterscheidet verschiedene Arten von Brüchen (**Tabelle 1**).

**Tabelle 1: Arten von Brüchen**

| Echter Bruch                     | Unechter Bruch                          | Scheinbruch                             |
|----------------------------------|-----------------------------------------|-----------------------------------------|
| $\frac{2}{5}$                    | $\frac{6}{5}$                           | $\frac{3}{1}$                           |
| Zähler kleiner als Nenner        | Zähler größer als Nenner                | Nenner gleich 1                         |
| Zahlengerade                     |                                         |                                         |
|                                  |                                         |                                         |
| Gemischte Zahl                   | Gleichnamige Brüche                     | Ungleichnamige Brüche                   |
| $1\frac{2}{7} = 1 + \frac{2}{7}$ | $\frac{1}{5}, \frac{2}{5}, \frac{4}{5}$ | $\frac{2}{5}, \frac{1}{7}, \frac{5}{9}$ |
| Ganze Zahl und Bruch             | Alle Nenner gleich                      | Alle Nenner ungleich                    |
| Zahlengerade                     |                                         |                                         |
|                                  |                                         |                                         |

### ■ Beispiel 2: Rechnen mit Brüchen

Schreiben Sie  $15 : 6$  als Bruch und berechnen Sie den Dezimalbruch.

*Lösung:*

$$15 : 6 = \frac{15}{6} = 2\frac{3}{6} = 2\frac{1}{2} = 2 + \frac{1}{2} = 2,5$$

Für das Rechnen mit Brüchen gelten besondere Rechenregeln (**Tabelle 1**, folgende Seite).

Brüche werden erweitert oder gekürzt, indem man Zähler und Nenner mit der gleichen Zahl vervielfacht oder durch die gleiche Zahl teilt.

Ein Bruch wird durch einen Bruch geteilt, indem man mit dem Kehrwert des zweiten Bruchs multipliziert.

<sup>1</sup> lat. distribuere = verteilen

## Aufgaben zu 1.1.2

Berechnen Sie.

1. a)  $\frac{+65}{+13}$  b)  $\frac{+144}{+16}$  c)  $\frac{-96}{+4}$  d)  $\frac{+48}{-3}$

e)  $\frac{-27}{-9}$  f)  $\frac{+169}{-13}$  g)  $\frac{-144}{-12}$  h)  $\frac{-27}{+9}$

2. a)  $\frac{+88}{-11}$  b)  $\frac{+136}{+17}$  c)  $\frac{+64}{-16}$  d)  $\frac{+156}{-12}$

e)  $\frac{-81}{-9}$  f)  $\frac{+171}{-19}$  g)  $\frac{-232}{-8}$  h)  $\frac{-36}{-6}$

3. a)  $\frac{1}{4} + \frac{2}{5} + \frac{5}{6}$  b)  $\frac{3}{5} - \frac{2}{15} + \frac{7}{30}$

c)  $\frac{7}{24} - \frac{11}{30} - \frac{8}{15} + \frac{3}{8}$  d)  $\frac{2}{8} + \frac{4}{7} - \frac{8}{6}$

4. a)  $\frac{1}{2} + \frac{3}{4} + \frac{1}{6}$  b)  $\frac{5}{8} - \frac{5}{24} + \frac{5}{48}$

c)  $\frac{17}{18} - \frac{7}{9} + \frac{11}{12} - \frac{1}{4}$  d)  $\frac{3}{4} - \frac{1}{8} + \frac{1}{16}$

5. a)  $\frac{2}{53} \cdot 8$  b)  $\frac{5}{7} : \frac{3}{4}$  c)  $\frac{8}{21} \cdot 1\frac{2}{5}$

d)  $\frac{5}{31} : \frac{2}{13}$  e)  $8\frac{5}{7} : 3\frac{3}{5}$  f)  $\frac{3}{9} : \frac{4}{8}$

6. a)  $\frac{5}{37} \cdot 7$  b)  $\frac{3}{27} \cdot 4\frac{1}{2}$  c)  $\frac{2}{15} \cdot 2\frac{3}{7}$

d)  $\frac{75}{8}$  e)  $\frac{4}{9} : \frac{5}{13}$  f)  $\frac{3}{11} : \frac{5}{9}$

7. Wandeln Sie in Dezimalbrüche um.

a)  $\frac{3}{5}$  b)  $\frac{4}{15}$  c)  $\frac{12}{125}$  d)  $\frac{35}{55}$  e)  $\frac{154}{224}$

8. Wandeln Sie in Brüche um.

a) 0,25 b) 0,875 c) 1,23 d) 2,05 e) 0,0075

9. Berechnen Sie.

a)  $\left(\frac{5}{6} - \frac{5}{9}\right) \cdot \left(2\frac{2}{5} - \frac{5}{4}\right)$

b)  $\left(4\frac{4}{5} - 3\frac{1}{4}\right) \cdot \left(2\frac{1}{5} + 1\frac{5}{6}\right)$

10. Berechnen Sie.

a)  $8\frac{7}{5} - 6\frac{5}{8}$   
 $3\frac{8}{9} + 2\frac{2}{5}$

b)  $4\frac{5}{8} - 6\frac{3}{4} + 3\frac{1}{2}$   
 $6\frac{1}{3} - 2\frac{4}{5} - 1\frac{1}{8}$

Tabelle 1: Rechnen mit Brüchen

| Art                  | Regeln, Beispiele                                                                                                                                                                                                                                                                                            |
|----------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Addition/Subtraktion | <b>Gleichnamige Brüche:</b><br>Zähler addieren oder subtrahieren, Nenner bleibt gleich.<br>$\frac{2}{5} - \frac{1}{5} + \frac{4}{5} = \frac{2-1+4}{5} = \frac{5}{5} = 1$                                                                                                                                     |
|                      | <b>Ungleichnamige Brüche:</b><br>Nenner gleichnamig machen (Hauptnenner bilden, Bruch erweitern).<br>$\frac{2}{5} + \frac{3}{4} - \frac{2}{3} = \frac{2}{5} \cdot \frac{12}{12} + \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{3} - \frac{2}{3} \cdot \frac{20}{20}$ $= \frac{24+45-40}{60} = \frac{29}{60}$                   |
| Multiplikation       | <b>Ganze Zahl mit Bruch:</b><br>Ganze Zahl mal Zähler, Nenner bleibt gleich.<br>$5 \cdot \frac{3}{7} = \frac{5 \cdot 3}{1 \cdot 7} = \frac{5 \cdot 3}{1 \cdot 7} = \frac{15}{7} = 2\frac{1}{7}$                                                                                                              |
|                      | <b>Bruch mit Bruch:</b><br>Zähler mal Zähler, Nenner mal Nenner.<br>$\frac{3}{5} \cdot \frac{4}{7} = \frac{3 \cdot 4}{5 \cdot 7} = \frac{12}{35}$                                                                                                                                                            |
|                      | <b>Gemischte Zahl mit ganzer Zahl:</b><br>Gemischte Zahl in Bruch verwandeln.<br>$2\frac{1}{5} \cdot 4 = \frac{11}{5} \cdot 4 = \frac{11 \cdot 4}{5 \cdot 1} = \frac{44}{5} = 8\frac{4}{5} \quad \text{oder}$ $2\frac{1}{5} \cdot 4 = \left(2 + \frac{1}{5}\right) \cdot 4 = 8 + \frac{4}{5} = 8\frac{4}{5}$ |
|                      | <b>Gemischte Zahl mit gemischter Zahl:</b><br>Gemischte Zahlen in Brüche verwandeln.<br>$1\frac{2}{3} \cdot 2\frac{3}{5} = \frac{5 \cdot 13}{3 \cdot 5} = \frac{13}{3} = 4\frac{1}{3}$                                                                                                                       |
| Division             | <b>Bruch durch ganze Zahl:</b><br>Ganze Zahl mal Nenner, Zähler bleibt gleich.<br>$\frac{1}{4} : 5 = \frac{1}{4} \cdot \frac{5}{1} = \frac{1 \cdot 5}{4 \cdot 5} = \frac{5}{20} = \frac{1}{4}$                                                                                                               |
|                      | <b>Ganze Zahl durch Bruch:</b><br>Ganze Zahl mal Kehrwert des Bruches.<br>$5 : \frac{3}{7} = \frac{5}{1} \cdot \frac{7}{3} = \frac{5 \cdot 7}{3} = \frac{35}{3} = 11\frac{2}{3}$                                                                                                                             |
|                      | <b>Bruch durch Bruch:</b><br>Zählerbruch mal Kehrwert des Nennerbruches.<br>$\frac{3}{4} : \frac{7}{5} = \frac{3 \cdot 5}{4 \cdot 7} = \frac{15}{28} = 1\frac{1}{28}$                                                                                                                                        |

vel.plus/  
MELGS01

## 1.2 Potenzen

In der Mathematik versteht man unter einer Potenz ein Produkt gleicher Zahlen in verkürzter Schreibweise.

### 1.2.1 Zehnerpotenzen

#### 1.2.1.1 Werte der Zehnerpotenzen

Wird die Zahl 10 als Faktor  $n$ -mal verwendet, so bildet man die Potenz, indem man die Grundzahl (Basis) 10 hinschreibt und  $n$  als Hochzahl (Exponent) dazusetzt (**Bild 1**).

##### ■ Beispiel 1: Als Zehnerpotenz schreiben

Schreiben Sie  $10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10$  als Zehnerpotenz.

*Lösung:*

$$10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 10^4 \text{ (sprich: zehn hoch vier).}$$

Umgekehrt berechnet man eine Zehnerpotenz, indem man sie als Faktorenreihe hinschreibt und diese ausrechnet (**Tabelle 1**).

##### ■ Beispiel 2: Potenzwert berechnen

Berechnen Sie  $10^9$  (sprich: zehn hoch neun).

*Lösung:*

$$10^9 = 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 1000000000$$

Man berechnet den Kehrwert einer Potenz, indem man das Vorzeichen der Hochzahl ändert.

Eine negative Hochzahl bedeutet also, dass der Kehrwert der Potenz mit derselben positiven Hochzahl zu berechnen ist.

##### ■ Beispiel 3: Negativen Potenzwert berechnen

Berechnen Sie  $10^{-3}$  (sprich: zehn hoch minus drei).

*Lösung:*

$$10^{-3} = \frac{1}{10^3} = \frac{1}{1000} = 0,001$$

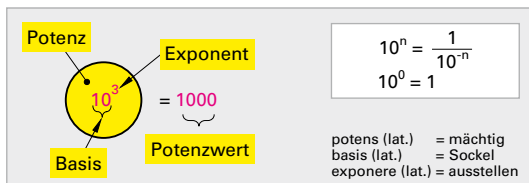
Sehr große oder sehr kleine Zahlen sind als Produktterme von übersehbaren Zahlen und Zehnerpotenzen darstellbar, durch Ermittlung der Zehnerpotenz der Einerstelle des Faktors.

##### ■ Beispiel 4: Kommastellen versetzen

Die Zahl 0,00000000152 ist so darzustellen, dass 1,52 der Faktor ist.

*Lösung:*

$$\begin{aligned} \text{Die 1 steht an 9. Nachkommastelle} &\triangleq 10^{-9} \\ \Rightarrow 0,00000000152 &= 1,52 \cdot 10^{-9} \end{aligned}$$



**Bild 1:** Zehnerpotenz und Kehrwert

**Tabelle 1: Zehnerpotenzen (Beispiele)**

| Potenz     | $10^2$ | $10^1$ | $10^0$ | $10^{-1}$ | $10^{-2}$ |
|------------|--------|--------|--------|-----------|-----------|
| Potenzwert | 100    | 10     | 1      | 0,1       | 0,01      |

Bei Computern und Taschenrechnern werden große und kleine Zahlen als Produktterme mit Zehnerpotenzen ausgegeben und können auch so eingegeben werden. Für die Basis 10 wird dabei  $E$  oder  $EE$  ausgegeben oder eingegeben; die nach  $E$  folgende Zahl ist der Exponent zur Basis 10. Vor  $E$  muss ein Faktor stehen, z. B.:  $1E6 \triangleq 1^6 \triangleq 1 \cdot 10^6$ .

##### ■ Beispiel 5: Potenzwert als Zahl darstellen

Als Ergebnis erscheint auf einem Bildschirm  $10.5 E+4$ .

Welcher Zahlenwert ist das?

*Lösung:*

$$10.5 E+4 = 10,5 \cdot 10^4 = 105000$$

### Aufgaben zu 1.2.1.1

Schreiben Sie als Faktorenreihe.

- a)  $10^{+4}$  b)  $10^{-1}$  c)  $10^{+3}$  d)  $10^{-6}$
- a)  $10^{-2}$  b)  $10^{+5}$  c)  $10^{-7}$  d)  $10^{+8}$

Berechnen Sie die Werte folgender Potenzen.

- a)  $10^6$  b)  $10^{-3}$  c)  $10^{-2}$  d)  $10^{-9}$
- a)  $10^{-1}$  b)  $10^0$  c)  $10^{-6}$  d)  $10^8$

Bilden Sie die Kehrwerte.

- a)  $10^{-6}$  b)  $10^7$  c)  $10^9$  d)  $10^{-12}$
- a)  $10^{-3}$  b)  $10^0$  c)  $10^3$  d)  $10^1$

Berechnen Sie die Dezimalzahl der Kehrwerte.

- a)  $10^0$  b)  $10^1$  c)  $10^{-3}$  d)  $10^4$
- a)  $10^{-6}$  b)  $10^{-4}$  c)  $10^2$  d)  $10^{-5}$

Schreiben Sie als Produkt mit einer Zehnerpotenz.

- a) 24000 b) 0,0023 c) 700000
- a) 12000 b) 0,000 12 c) 340000

### 1.2.1.2 Rechnen mit Zehnerpotenzen

Addition und Subtraktion sind vereinfacht bei gleichen Exponenten.

#### Beispiel 1: Potenzen addieren

Berechnen Sie  $10^6 + 10^3$ .

Lösung:

$$10^6 + 10^3 = 1000 \cdot 10^3 + 1 \cdot 10^3 = 1001 \cdot 10^3 = 1001000$$

Zehnerpotenzen werden multipliziert, indem man die Hochzahlen addiert.

#### Beispiel 2: Potenzen multiplizieren

Berechnen Sie  $10^6 \cdot 10^3$ .

Lösung:

$$10^6 \cdot 10^3 = 10^{6+3} = 10^9$$

Durch eine Zehnerpotenz wird dividiert, indem man deren Hochzahl subtrahiert.

#### Beispiel 3: Potenzen dividieren

Berechnen Sie  $10^6/10^3$ .

Lösung:

$$10^6/10^3 = 10^{6-3} = 10^3$$

Zehnerpotenzen werden potenziert, indem man die Hochzahlen multipliziert.

#### Beispiel 4: Potenzen potenzieren

Berechnen Sie  $(10^3)^4$ .

Lösung:

$$(10^3)^4 = 10^{3 \cdot 4} = 10^{12}$$

Oft werden für die Darstellung von Zehnerpotenzen Einheiten Vorsätze verwendet (Tabelle 1).

Tabelle 1: Vorsätze (anstelle von Zehnerpotenzen)

| Zeichen | Vorsatz | Faktor    | Zeichen | Vorsatz | Faktor     |
|---------|---------|-----------|---------|---------|------------|
| Z       | Zetta   | $10^{21}$ | d       | Dezi    | $10^{-1}$  |
| E       | Exa     | $10^{18}$ | c       | Zenti   | $10^{-2}$  |
| P       | Peta    | $10^{15}$ | m       | Milli   | $10^{-3}$  |
| T       | Tera    | $10^{12}$ | $\mu$   | Mikro   | $10^{-6}$  |
| G       | Giga    | $10^9$    | n       | Nano    | $10^{-9}$  |
| M       | Mega    | $10^6$    | p       | Piko    | $10^{-12}$ |
| k       | Kilo    | $10^3$    | f       | Femto   | $10^{-15}$ |
| h       | Hekto   | $10^2$    | a       | Atto    | $10^{-18}$ |
| da      | Deka    | $10^1$    | z       | Zepto   | $10^{-21}$ |

$$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$$

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

$$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$$

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$$

$a, b$  beliebige Zahlen  $m, n$  Hochzahlen

### Aufgaben zu 1.2.1.2

Berechnen Sie.

- a)  $10^6 + 10^2 - 10^0$  b)  $10^{-3} + 10^1 - 10^2$

c)  $10^6 + 10^3 + 10^3$
- a)  $10^2 - 10^1 - 10^{-2}$  b)  $10^{-6} + 10^{-7} + 10^0$

c)  $10^{-3} + 10^3 - 10^{-6}$

Stellen Sie als Zehnerpotenz dar.

- a)  $10^{13} : 10^9$  b)  $10^6 \cdot 10^5$  c)  $10^{12} : 10^{-6}$
- a)  $10^9 : 10^6$  b)  $10^{27} : 10^{14}$  c)  $10^{-3} \cdot 10^{-6}$

Berechnen Sie.

- a)  $10^{-12} \cdot 10^{12}$  b)  $10^3 \cdot 10^{-6}$  c)  $10^8 \cdot 10^0 \cdot 10^{-6}$
- a)  $10^0 : 10^{12}$  b)  $10^1 \cdot 10^{-6}$  c)  $10^{-3} \cdot 10^9$

Berechnen Sie für folgende Brüche den Wert als Dezimalzahl.

- a)  $\frac{10 \cdot 10^6}{10^{-3} \cdot 10^6}$  b)  $\frac{1}{10^6 \cdot 10^{-3}}$  c)  $\frac{10^3 \cdot (10^{-6})^2}{10^{-9} \cdot 10^{-2}}$
- a)  $\frac{10^2 \cdot 10^{-4}}{10^{-12} \cdot 10^9}$  b)  $\frac{10^{-3} \cdot 10^6}{10^{-4} \cdot 10^5}$  c)  $\frac{10^{-2} \cdot (10^6)^2}{10^3 \cdot 10^4}$

Zerlegen Sie in Faktoren mit Zehnerpotenzen und berechnen Sie.

- a)  $\frac{42000 \cdot 500}{0,06}$  b)  $\frac{46000 \cdot 0,5}{50000}$

c)  $\frac{0,0065 \cdot 0,025}{13000 \cdot 0,0005}$  d)  $\frac{4200 \cdot 0,007}{35000}$
- a)  $\frac{0,0035 \cdot 620}{310 \cdot 0,07}$  b)  $\frac{0,007 \cdot 630}{0,0009}$

c)  $\frac{28000 \cdot 0,4}{7000 \cdot 400}$  d)  $\frac{22 \cdot 0,0004}{880}$
- $\frac{(28 \cdot 10^2 - 2,6 \cdot 10^3) \cdot 4,47 \cdot 7,6 \cdot 10^{-6} \cdot 43 \cdot 10^7}{12,7 \cdot 10^{-3} \cdot 122 \cdot 10^{-3}}$
- $\frac{(22,7 \cdot 10^5 - 2,8 \cdot 10^4) \cdot 343 \cdot 10^{-6} \cdot 66 \cdot 10^{-7}}{21,9 \cdot 10^{-2} \cdot 12,2 \cdot 10^{-4}}$

## 1.2.2 Sonstige Potenzen mit ganzen Exponenten

Man kann sämtliche Zahlen als Grundzahlen (Basis) für Potenzen verwenden.

Je nach Basis unterscheidet man außer den Zehnerpotenzen z.B. Zweierpotenzen, Achterpotenzen und Sechzehnerpotenzen.

Bei Speichern in der Datentechnik wird z.B. die Anzahl der Speicherelemente aus der Anzahl der Adressleiter und der Anzahl der Datenleiter mit Zweierpotenzen berechnet (**Bild 1**).

Potenzen mit gleicher Basis werden multipliziert, indem man ihre Exponenten addiert. Sie werden dividiert, indem man die Exponenten subtrahiert. Sie werden potenziert, indem man die Exponenten multipliziert. Potenzen mit gleichen Exponenten werden multipliziert oder dividiert, indem man auf die Basen das Assoziativgesetz anwendet und das Ergebnis potenziert.

### ■ Beispiel 1: Speicherzellenzahl berechnen

Wie viele Speicherzellen können mit 20 Adressleitern bei 8 Datenleitern adressiert werden (**Bild 1**)?

Lösung:

$$z = 2^{20} \cdot 2^3 = 2^{23} = 8388608$$

### ■ Beispiel 2: Potenzen dividieren

Berechnen Sie  $8^4 : 2^4$ .

Lösung:

$$8^4 : 2^4 = \left(\frac{8}{2}\right)^4 = 4^4 = 256$$

### ■ Beispiel 3: Potenzwert berechnen

Berechnen Sie die Potenz  $(3^2)^4$ .

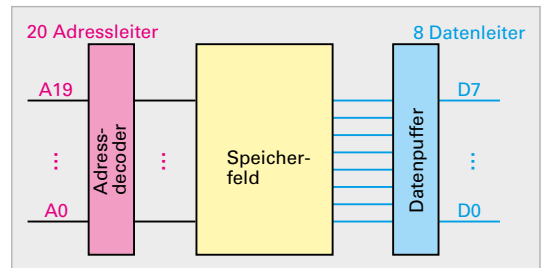
Lösung:

$$(3^2)^4 = 3^{2 \cdot 4} = 3^8 = 6561$$

$$\underbrace{a \cdot a \cdot a \dots a}_{n \text{ Faktoren}} = a^n$$

$$z = 2^n$$

$a$  beliebige Zahl  
 $n$  ganzer Exponent (Hochzahl), z.B. Adressleiter  
 $z$  Anzahl der Speicherzellen



**Bild 1:** Vereinfachter Speicheraufbau

2. Ermitteln Sie die Achterpotenzen mit folgenden Exponenten.

a) 2      b) 1      c) 0      d) 3

Berechnen Sie.

3. a)  $8^2 + 6^2$       b)  $8^2 \cdot 8^3$       c)  $8^2 \cdot 4^2$       d)  $\frac{8^4}{2^4}$

4. a)  $\frac{16^2}{8^2}$       b)  $4^2 \cdot 4^3$       c)  $\frac{4^3}{4^4}$       d)  $(4^2)^3$

5. a)  $\frac{3^2 \cdot 6^3}{3^4 \cdot 6^4}$       b)  $\frac{10^2 \cdot 6^3}{3^{-1} \cdot 6^4}$       c)  $\frac{2^8 \cdot 2^{-5}}{2^{-3} \cdot 2^4}$

6. a)  $\frac{4^2 \cdot 6^3}{3^3 \cdot 8^2}$       b)  $\frac{3^4}{1,5^4} + 3^8 \cdot 3^{-6}$       c)  $\frac{3^{-2}}{3^{-4}}$

7. a)  $\frac{(8^4)^3}{64^3}$       b)  $3^{-6} : (3 \cdot 3 \cdot 3)^{-2}$

8. a)  $\left(\frac{28 \cdot 2^{-3}}{4 \cdot 2^{-4}}\right)^2$       b)  $\left(\frac{7^3 - 3,5^2}{7^3 \cdot 2^2}\right)^{-1}$

9. Wie viele Speicherzellen können mit 8 Adressleitern bei 8 Datenleitern adressiert werden?

10. Beim Speicher **Bild 1** ist D7 unterbrochen. Welche Zahlen können mit D0 bis D6 noch dargestellt werden?

11. Die Adressleiter A18 und A19 sind unterbrochen (**Bild 1**). Wie viele Speicherzellen können noch benutzt werden?

## Aufgaben zu 1.2.2

1. Bestimmen Sie die Zweierpotenzen mit folgenden Exponenten.

a) 2      b) 1      c) 0      d) 4

## 1.3 Rechnen mit Wurzeln

Beim Wurzelziehen oder Radizieren<sup>1</sup> zerlegt man eine Zahl  $a$  in eine mögliche Anzahl  $n$  gleicher Faktoren. Der Faktor ist die Wurzel  $c$ .

Wurzeln haben bei geradem Exponenten positives Vorzeichen, bei ungeradem Exponenten ist auch ein negatives Vorzeichen möglich (**Tabelle 1**).

Die 2. Wurzel heißt auch Quadratwurzel. Bei allen Wurzeln außer der Quadratwurzel müssen die Wurzelexponenten angegeben werden.

Wurzeln können auch als Potenzen geschrieben werden. Der Radikand erhält dabei als Exponent den Kehrwert des Wurzelexponenten. Für die Berechnung von in Potenzen umgewandelten Wurzeln gelten die Potenzrechenregeln.

Quadratwurzeln berechnet man mit dem Taschenrechner. Zur Ermittlung der Stellenzahl der Wurzel zerlegt man die Radikanden in einen Faktor und eine Zehnerpotenz mit *geradzahlig*er Hochzahl.

### Beispiel 1: Quadratwurzel bestimmen

Zerlegen Sie die Zahl  $a = 36$  in  $n = 2$  gleiche Faktoren und geben Sie die Wurzel an.

*Lösung:*

$$36 = 6 \cdot 6 \Rightarrow \sqrt[2]{36} = \sqrt{36} = 6$$

( $\sqrt{36}$  spricht: Wurzel aus 36)

### Beispiel 2: 3. Wurzel berechnen

Berechnen Sie die 3. Wurzel aus 27.

*Lösung:*

$$27 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \Rightarrow \sqrt[3]{27} = 3$$

( $\sqrt[3]{27}$  spricht: Dritte Wurzel aus 27)

### Beispiel 3: Potenzwert berechnen

Wandeln Sie  $\sqrt[6]{74}$  in eine Potenz um und berechnen Sie.

*Lösung:*

$$\sqrt[6]{74} = 74^{\frac{1}{6}} = 74^{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}} = (74^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{\sqrt{74}} = 2,049$$

Ist der Radikand ein Summenterm, wird dieser zuerst berechnet und anschließend die Wurzel gezogen.

|                                                  |                        |          |
|--------------------------------------------------|------------------------|----------|
| Wurzelexponent                                   | $\sqrt[n]{a} = c$      | Wurzel   |
| Wurzelzeichen                                    |                        | Radikand |
| $\sqrt{a^2} =  a $                               |                        |          |
| $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b}$     |                        |          |
| $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$ |                        |          |
| $\sqrt[n]{a^m} = a^{\left(\frac{m}{n}\right)}$   |                        |          |
| $\sqrt[n]{a} = a^{\left(\frac{1}{n}\right)}$     |                        |          |
| $a, b$                                           | beliebige Zahlen       |          |
| $m, n$                                           | Exponenten             |          |
| $   $                                            | Kurzzeichen für Betrag |          |

**Tabelle 1: Vorzeichen von Wurzeln**

| Wurzelart                                 | Wurzelvorzeichen | Beispiel                                  |
|-------------------------------------------|------------------|-------------------------------------------|
| Wurzelexponent gerade, Radikand positiv   | +                | $\sqrt{36} = +6$                          |
| Wurzelexponent ungerade, Radikand positiv | +                | $\sqrt[3]{27} = +3$<br>da $(+3)^3 = +27$  |
| Wurzelexponent ungerade, Radikand negativ | -                | $\sqrt[3]{-27} = -3$<br>da $(-3)^3 = -27$ |

## Aufgaben zu 1.3

Berechnen Sie.

- a)  $\sqrt{49}$     b)  $\sqrt{2500}$     c)  $\sqrt{144}$     d)  $\sqrt{1600}$
- a)  $\sqrt{64}$     b)  $\sqrt{3600}$     c)  $\sqrt{81}$     d)  $\sqrt{900}$
- a)  $\sqrt{4240}$     b)  $\sqrt{68775}$     c)  $\sqrt{455870}$     d)  $\sqrt{30428}$
- a)  $\sqrt{6540}$     b)  $\sqrt{41433}$     c)  $\sqrt{867654}$     d)  $\sqrt{3422}$
- a)  $\sqrt{3^2 + 5^2}$     b)  $\sqrt{3,5^2 + 4,2^2}$     c)  $\sqrt{2^2 + 2,5^2}$
- a)  $\sqrt{5^2 + 2^2}$     b)  $\sqrt{4,2^2 + 5,3^2}$     c)  $\sqrt{2,5^2 + 3^2}$
- a)  $\sqrt{3} \cdot \sqrt{5}$     b)  $\sqrt[3]{6} \cdot \sqrt[3]{17}$     c)  $\sqrt{16} : \sqrt{4}$   
d)  $\sqrt[3]{35} : \sqrt[3]{5}$     e)  $(\sqrt{5})^3$     f)  $\sqrt[3]{\sqrt{64}}$
- a)  $\sqrt{5} \cdot \sqrt{7}$     b)  $\sqrt[3]{8} \cdot \sqrt[3]{32}$     c)  $\sqrt{25} : \sqrt{5}$   
d)  $\sqrt[3]{64} : \sqrt[3]{8}$     e)  $(\sqrt{7})^3$     f)  $\sqrt[4]{\sqrt{256}}$

<sup>1</sup> lat. radix = Wurzel

## 1.4 Logarithmen

### 1.4.1 Zehnerlogarithmen

Die Zehnerlogarithmen, z.B.  $\lg 2$ , haben die Basis 10. Man berechnet sie mit dem Taschenrechner mit der Taste  $\boxed{\lg}$ .



In der Elektronik benötigt man zur Darstellung von Kennlinien oft logarithmische Maßstäbe, um einen großen Zahlenbereich zu umfassen. Der Abstand eines beliebigen Wertes  $x$  vom Anfangspunkt der Achse lässt sich berechnen. Die Zusammenhänge zeigt **Bild 1**.

Logarithmische Maßstäbe dienen zur Darstellung großer Zahlenbereiche.

#### Beispiel 1: Logarithmische Einteilung

Teilen Sie eine Strecke von 5 cm von 1 bis 10 im logarithmischen Maßstab.

*Lösung:*

Man sucht die Zehnerlogarithmen von 1 bis 10 und multipliziert sie jeweils mit der Länge der gewählten Strecke. Die sich ergebenden Werte trägt man vom Anfang der Strecke aus ab und beschriftet die Punkte mit 1 ... 10 (**Bild 2**).

Durch Einteilen einer Strecke in

**3 Teile – 4 Teile – 3 Teile**

erhält man eine logarithmische Teilung für die Werte **1, 2, 5 und 10** (**Bild 3**).

#### Aufgaben zu 1.4.1

Berechnen Sie.

- a)  $\lg 15$    b)  $\lg 23$    c)  $\lg 41$    d)  $\lg 86$    e)  $\lg 87$
- a)  $\lg 26$    b)  $\lg 68$    c)  $\lg 77$    d)  $\lg 96$    e)  $\lg 240$
- a)  $\lg 0,5$    b)  $\lg 3,5$    c)  $\lg 6,8$    d)  $\lg 0,043$
- a)  $\lg 0,7$    b)  $\lg 8,7$    c)  $\lg 5,925$    d)  $\lg 0,0084$
- Teilen Sie eine Strecke von 16 cm im logarithmischen Maßstab von 1 bis 10000.
- Stellen Sie eine logarithmische Teilung von 1 bis 100000 auf einer Strecke mit der Länge von 15 cm her.
- Welchen Wert  $l_x$  in cm hat der Punkt  $x = 50$ , wenn der Anfangswert  $x_A = 10$ , Endwert  $x_E = 150$  und  $l_{10} = 8$  cm sind?

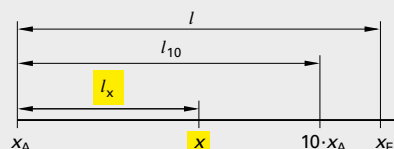
$$\lg x = \log_{10} x$$

$$\lg x = 0,4343 \cdot \ln x$$

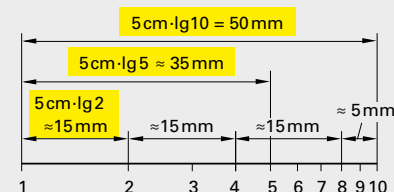
$$\lg x = \frac{\ln x}{\ln 10}$$

$$l_x = l_{10} \cdot \lg \frac{x}{x_A}$$

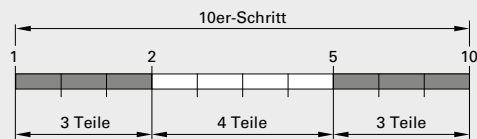
$\lg$  Zehnerlogarithmus  
 $\ln$  natürlicher Logarithmus  
 $l_x$  Abstand des Wertes  $x$  von  $x_A$   
 $l_{10}$  Abstand für den Faktor 10  
 $x$  Zahlenwert an der Achse  
 $x_A$  Zahlenwert am Anfang der Achse



**Bild 1:** Logarithmische Teilung



**Bild 2:** Längeneinteilung bei logarithmischer Teilung



**Bild 3:** Maßstab zum Zeichnen

- Welchen Wert  $l_x$  in cm hat der Punkt  $x = 0,04$  einer Achsteilung, wenn der Endwert  $x_E = 0,1$  ist? Anfangswert  $x_A = 0,01$ ,  $l_{10} = 10$  cm.
- Der Wert  $x_E$  einer Achsteilung entspricht 0,3. Sein Abstand vom Achsanfang mit  $x_A = 0,01$  beträgt 9,54 cm. Wie groß ist  $l_{10}$ ?
- Bei einer Achsteilung ist  $l_{10} = 8$  cm und entspricht dem Endwert 0,5. Welchem Wert  $x$  entspricht  $l_x = 6,23$  cm ( $x_A = 0,05$ )?



### 1.4.2 Logarithmische Darstellung, Linearisieren

Durch logarithmische Teilung der Achsen können mehrere Zehnerpotenzen einer Kennlinie übersichtlich dargestellt werden.

**Bild 1** zeigt die Kennlinie eines lichtabhängigen Widerstandes (LDR) in doppelt logarithmischer Darstellung. **Bild 2** zeigt die Linearisierung durch Logarithmierung, links linearer, rechts doppelt logarithmischer Maßstab.

Logarithmisch geteilte Achsen haben keinen Nullpunkt.

#### ■ Beispiel 1: LDR – Stromstärke ablesen

Welcher Strom  $I_p$  fließt bei einer Beleuchtungsstärke von  $10^3 \text{ lx}$  nach **Bild 1**?

*Lösung:*

Abgelesen aus Kennlinie:  $I_p = 80 \mu\text{A}$

#### Natürlicher Logarithmus

Natürliche Logarithmen, z. B.  $\ln 5$ , haben die Basis  $e = 2,718...$  Man kann sie meist direkt mit dem Taschenrechner berechnen,  $\ln x = \log_e x$ .

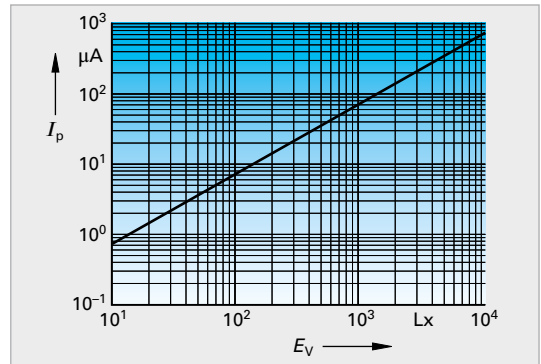
#### Aufgaben zu 1.4.2

1. Lesen Sie die jeweils zugehörige Beleuchtungsstärke nach **Bild 1** ab für a)  $I = 200 \mu\text{A}$ , b)  $I = 5 \mu\text{A}$ .
2. Lesen Sie die jeweils zugehörige Stromstärke nach **Bild 1** ab für a)  $E = 100 \text{ lx}$ , b)  $E = 2000 \text{ lx}$ .
3. Lesen Sie den jeweils zugehörigen Spannungswert nach **Bild 2** ab für a)  $f = 1000 \text{ Hz}$ , b)  $f = 500 \text{ Hz}$ .
4. Lesen Sie die jeweils zugehörige Frequenz nach **Bild 2** ab für a)  $U = 30 \text{ V}$ , b)  $U = 5 \text{ V}$ .
5. Lesen Sie die jeweilige zugehörige Ausgangsspannung  $V_{\text{OUT}}$  für alle drei angegebenen Temperaturwerte nach **Bild 3** ab für a) Ausgangsstrom  $I_{\text{OUT}} = 1 \text{ mA}$ , b)  $I_{\text{OUT}} = 50 \text{ mA}$ .
6. Am LM 2775 nach **Bild 3** soll die Ausgangsspannung  $V_{\text{OUT}}$  bei einer Umgebungstemperatur von  $T_A = 85^\circ\text{C}$   $5 \text{ V}$  betragen. Lesen Sie den zugehörigen Ausgangsstrom ab.

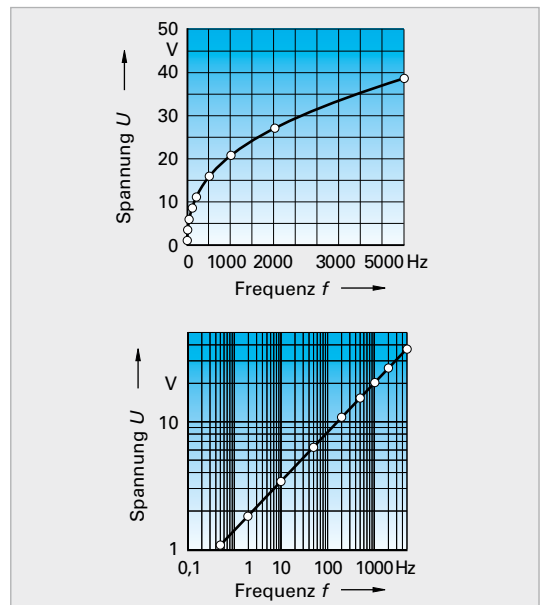
Ermitteln Sie die natürlichen Logarithmen.

7. a)  $\ln 12$  b)  $\ln 24$  c)  $\ln 47$  d)  $\ln 86$  e)  $\ln 96$

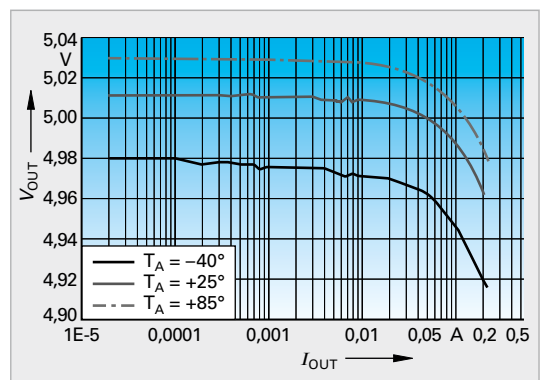
8. a)  $\ln 35$  b)  $\ln 21$  c)  $\ln 56$  d)  $\ln 75$  e)  $\ln 89$



**Bild 1:** Kennlinie lichtabhängiger Widerstand in doppelt logarithmischer Darstellung



**Bild 2:** Linearisierung einer Kennlinie



**Bild 3:** Lastkennlinie LM 2775

## 1.5 Kehrwert, Prozentrechnen

Mit der Kehrwerttaste  $\frac{1}{x}$  oder  $x^{-1}$  wird der Kehrwert der zuletzt eingegebenen Zahl bzw. des zuletzt ermittelten Zwischenergebnisses gebildet.

Mit der Tastfolge „Grundwert  $\frac{\square}{\square}$  Prozentsatz  $\frac{\square}{\square}$ “ wird der Prozentwert ermittelt.

Brüche werden dividiert, indem als Erstes vom zweiten Bruch der Kehrwert gebildet wird. Kehrwert bedeutet: Aus dem Zähler wird der Nenner und aus dem Nenner der Zähler. Anschließend werden die beiden Brüche multipliziert (Zähler mal Zähler und Nenner mal Nenner).

Größenverhältnisse können mit der Prozentrechnung anschaulich gemacht werden.

Eine Größe, z.B. der Widerstandswert 470  $\Omega$ , kann so zu seinem Toleranzwert, z.B. 10% in Verhältnis gesetzt werden. Der maximale zu erwartende Widerstandswert beträgt z.B. 517  $\Omega$ .

### Beispiel 1: Brüche dividieren

Berechnen Sie  $\frac{4}{5} : \frac{7}{6}$

Lösung:

Der Kehrwert von  $\frac{7}{6}$  ist  $\frac{6}{7}$ .

$$\frac{4}{5} : \frac{7}{6} = \frac{4}{5} \cdot \frac{6}{7} = \frac{24}{35}$$

### Beispiel 2: Kapazitätswert berechnen

Ein Kondensator der E24-Reihe hat eine Kapazität von  $C = 33$  mF. Bestimmen Sie den minimalen und den maximalen Kapazitätswert.

Lösung:

$$\Delta C = W$$

Toleranzbereich E24-Reihe 5%

$$\Delta C = \pm \frac{G \cdot p}{100} = \pm \frac{3,3 \text{ mF} \cdot 5}{100} = 0,165 \text{ mF}$$

$$C_{\min} = 3,3 \text{ mF} - 0,165 \text{ mF} = 3,135 \text{ mF}$$

$$C_{\max} = 3,3 \text{ mF} + 0,165 \text{ mF} = 3,435 \text{ mF}$$

$$1\% = \frac{1}{100}$$

$$\frac{p}{100} = \frac{W}{G}$$

% Prozent  
p Prozentsatz

W Prozentwert  
G Grundwert

### Aufgaben zu 1.5

Berechnen Sie

- a)  $\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{9}$       b)  $\frac{1}{8} + \frac{1}{7} - \frac{1}{5}$       c)  $\frac{1}{7+4-3}$
- a)  $\frac{9}{16} \cdot \frac{1}{6}$       b)  $\frac{1}{8} + \frac{1}{20} - \frac{1}{4}$       c)  $\frac{2}{3} + \frac{1}{6} - \frac{1}{15}$
- a)  $\frac{6}{1} : \frac{1}{2}$       b)  $6 : \frac{1}{2}$       c)  $\frac{6}{1} \cdot \frac{1}{2}$       d)  $6 \cdot \frac{1}{2}$       e)  $\frac{15}{49} : \frac{20}{49}$
- a)  $\frac{1}{2} \cdot 5$       b)  $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}$       c)  $5 : \frac{1}{2}$

d)  $1 \frac{1}{2} \cdot 2 \frac{2}{3}$       e)  $2 \frac{2}{3} : 1 \frac{1}{2}$
- a)  $1 \frac{1}{2} + 2 \frac{2}{3}$       b)  $2 \frac{2}{3} - 1 \frac{1}{2}$       c)  $\frac{48}{24} + \frac{24}{12}$

d)  $\frac{24}{12} - \frac{48}{24}$       e)  $\frac{17}{18} : \frac{11}{18}$
- a)  $4 \frac{1}{7} : 1 \frac{4}{7}$       b)  $4 \frac{3}{4} : 5$       c)  $\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{5}$

d)  $\frac{5}{12} \cdot \frac{14}{15} \cdot \frac{5}{7}$       e)  $\frac{3}{4} \cdot \frac{2}{5} + \frac{8}{15}$
- a) 14% von 458      b) 162% von 384 €
- a) 28,5% von 64 N      b) 18,5% von 680 m<sup>2</sup>
- Ein Widerstand der E24-Reihe hat einen Widerstandswert von  $R = 4,7$  k $\Omega$ . Bestimmen Sie den minimalen und den maximalen Widerstandswert.
- Ein Kondensator der E48-Reihe hat eine Kapazität von  $C = 15$  mF. Bestimmen Sie den minimalen und den maximalen Kapazitätswert.
- Ein Großhändler gewährt seinem Kunden einen pauschalen Rabatt von 8% auf die Rechnungssumme. Welchen Betrag spart ein Kunde, wenn die Rechnungssumme 1570 € beträgt?
- Ein IT-Händler gewährt bei Zahlung innerhalb 10 Tagen 2% Skonto. a) Welchen Betrag darf der Kunde abziehen, wenn ein PC für 1850 € gekauft wird? b) Wie viel kostet der PC nach Abzug des Skonto?

## 1.6 Funktionen

Die Funktion  $P(I)$ , d.h. die Abhängigkeit der elektrischen Leistung  $P$  vom Strom  $I$ , soll an einem  $1\Omega$ -Widerstand dargestellt werden. Dazu wird die Messschaltung in **Bild 1** aufgebaut.

Durch Ändern der Spannung werden 5 Stromstärken und 3 Leistungen gemessen (**Bild 2**). Das Pfeildiagramm zeigt, dass jedem Stromwert genau ein Leistungswert zugeordnet ist. Man nennt diese Zuordnung Funktion.  $P = f(I)$  oder allgemein  $y = f(x)$  (sprich: „ $y$  ist eine Funktion von  $x$ “). Dabei ist der Strom  $I (\hat{=} x)$  die unabhängige Variable und die Leistung  $P (\hat{=} y)$  die vom Strom abhängige Variable.

### 1.6.1 Beschreibungsformen bei Funktionen

#### Pfeildiagramm

Mit dem Pfeildiagramm können nur einzelne (diskrete) Werte sichtbar zugeordnet werden.

#### Funktionsgleichung

Mit der Funktionsgleichung (**Bild 3**) erfolgt die Zuordnung durch Rechnung für jede beliebige Variable  $x$  des Definitionsbereiches. Ersetzt man  $I$  durch  $x$  und  $P$  durch  $y$ , erhält man

$$y = f(x) = R \cdot x^2 \text{ mit } x \in \mathbb{R}$$

Mit dem Zusatz  $x \in \mathbb{R}$  wird die zulässige Zahlenmenge angegeben, d.h. für  $x$  dürfen alle reellen Werte in die Formel eingesetzt werden. Ist die Stromstärke in jede Richtung auf 3 A begrenzt, gilt für den Definitionsbereich

$$-3 \leq x \leq 3 \text{ und } x \in \mathbb{R}$$

#### Wertetabelle

Um eine Funktion grafisch darzustellen, erstellt man eine Wertetabelle. Diese kann durch Rechnung mithilfe der Funktionsgleichung oder Messen am Widerstand gewonnen werden (**Bild 4**). Die empirisch erfassten (gemessenen) Werte weichen von den berechneten ab, weil Messfehler und Umwelteinflüsse die Messung beeinträchtigen.

#### Schaubild

Das Schaubild (Graph) einer Funktion ist eine Kurve im kartesischen Koordinatensystem (**Bild 5**). Um sie zu erhalten, werden geeignete Wertepaare als Punkte in das Koordinatensystem übertragen. Die unabhängige Variable  $x$  ( $I$  in A) wird stets in der Waagrechten, die abhängige Variable  $y$  ( $P$  in W) stets in der Senkrechten gezeichnet.

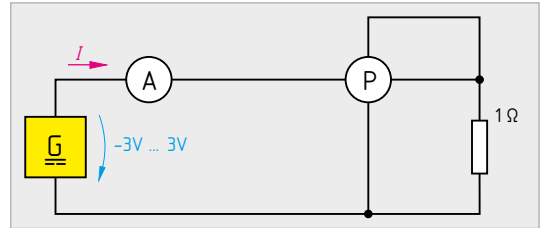


Bild 1: Messschaltung

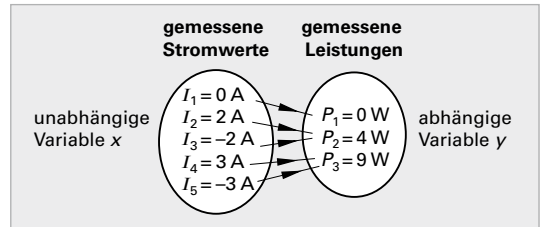


Bild 2: Pfeildiagramm



Bild 3: Funktionsgleichung

|              |    |    |    |   |   |      |   |      |   |
|--------------|----|----|----|---|---|------|---|------|---|
| $x = I$ in A | -3 | -2 | -1 | 0 | 1 | 1,5  | 2 | 2,5  | 3 |
| $y = P$ in W | 9  | 4  | 1  | 0 | 1 | 2,25 | 4 | 6,25 | 9 |

Bild 4: Wertetabelle

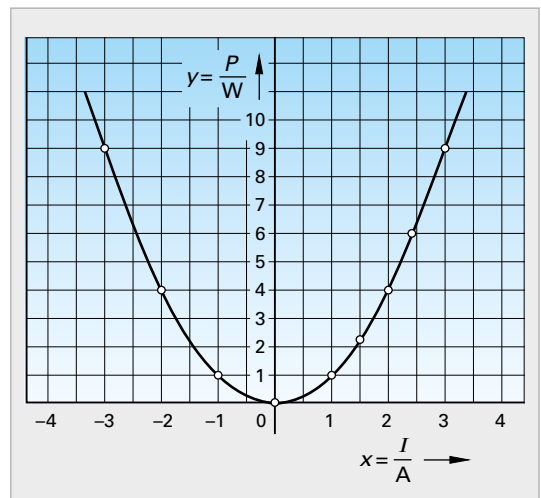


Bild 5: Schaubild

Bei Funktionen ist jeder Stelle  $x$  nur ein Funktionswert  $f(x)$  zugeordnet.



## Aufgaben zu 1.6.1

1. Drücken Sie in Worten aus.

- a)  $A = f(I)$       b)  $R = f(\vartheta)$       c)  $I = f(U)$   
 d)  $U = f(R)$       e)  $P = f(I)$       f)  $P = f(U)$

( $A$  Fläche,  $I$  Länge,  $R$  Widerstand,  $\vartheta$  Temperatur,  $U$  Spannung,  $I$  Stromstärke,  $P$  Leistung)

2. Schreiben Sie in Kurzform: a) Der Umfang ist eine Funktion des Durchmessers. b) Die elektrische Leistung ist bei konstanter Spannung eine Funktion des Stromes.

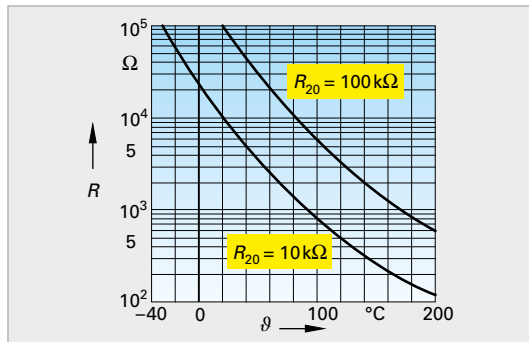
3. Von einer Z-Diode wurden Messwerte ermittelt und in einer Wertetabelle aufgeschrieben. Zeichnen Sie den Graph der Funktion  $I = f(U)$  mit den Maßstäben  $1 \text{ V} \triangleq 1 \text{ cm}$  und  $1 \text{ mA} \triangleq 0,1 \text{ cm}$ .

|           |       |       |       |      |      |
|-----------|-------|-------|-------|------|------|
| $U$ in V  | -7,9  | -7,5  | -7,35 | -7,2 | -7,1 |
| $I$ in mA | -52,5 | -26,7 | -15   | -6   | -3   |

|           |      |      |      |      |   |
|-----------|------|------|------|------|---|
| $U$ in V  | -7,0 | -6,8 | -6,7 | -6,5 | 0 |
| $I$ in mA | -2   | -1,1 | -0,5 | 0    | 0 |

4. Ein Heißeiter mit  $10 \text{ k}\Omega$  bei  $20^\circ\text{C}$  Raumtemperatur hat die Kennlinie **Bild 1**. Wie groß ist der Widerstand bei a)  $-10^\circ\text{C}$ , b)  $10^\circ\text{C}$ , c)  $30^\circ\text{C}$ , d)  $180^\circ\text{C}$ , e)  $150^\circ\text{C}$ , f)  $60^\circ\text{C}$ ?

5. Ein Heißeiter mit  $100 \text{ k}\Omega$  hat die Kennlinie **Bild 1**. Wie groß ist der Widerstand bei a)  $30^\circ\text{C}$ , b)  $50^\circ\text{C}$ , c)  $70^\circ\text{C}$ , d)  $100^\circ\text{C}$ , e)  $130^\circ\text{C}$ , f)  $160^\circ\text{C}$ ?



**Bild 1:** Heißeiterkennlinien

## 1.6.2 Lineare Funktionen

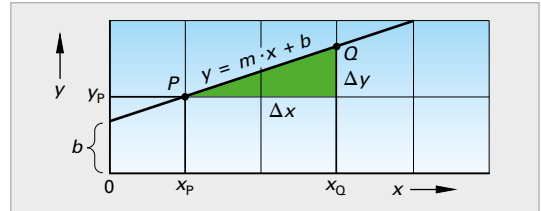
Die allgemeine Funktionsgleichung einer linearen Funktion enthält außer den Variablen  $x$  und  $y$  den Faktor  $m$  sowie eine Konstante  $b$ . Der Faktor  $m$  ist der Steigungsfaktor und  $b$  der  $y$ -Achsenabschnitt des Graphen (**Bild 2**). Ist der Steigungsfaktor negativ, so fällt die Gerade nach rechts. Ist  $b = 0$ , so verläuft der Graph durch den Ursprung (Nullpunkt).

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

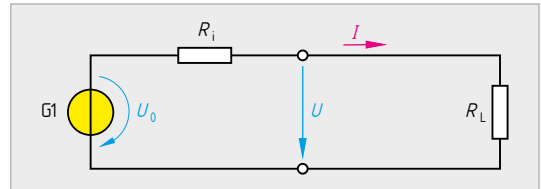
$$m = \frac{y_Q - y_P}{x_Q - x_P}$$

$$y = f(x) = mx + b$$

$$y = m \cdot (x - x_P) + y_P$$



**Bild 2:** Graph einer linearen Funktion



**Bild 3:** Belasteter Spannungserzeuger

Zur Bestimmung einer linearen Funktion sind zwei Punkte der Funktion (Wertepaare) notwendig, z. B.  $P$  und  $Q$ .

## Aufgaben zu 1.6.2

1. Die Abhängigkeit des Stromes von der an einem Widerstand angelegten Spannung soll als Graph dargestellt werden für a)  $R_1 = 1 \text{ k}\Omega$ , b)  $R_2 = 2,2 \text{ k}\Omega$ , c)  $R_3 = 3,9 \text{ k}\Omega$ , d)  $R_4 = 8,2 \text{ k}\Omega$ . Zeichnen Sie die Kurvenschar für Spannungen bis  $100 \text{ V}$ .  $10 \text{ V} \triangleq 1 \text{ cm}$ ;  $10 \text{ mA} \triangleq 2 \text{ cm}$ .

2. Der zurückgelegte Weg hängt bei konstanter Geschwindigkeit von der Fahrzeit ab. Stellen Sie die Abhängigkeit bis jeweils  $30 \text{ Minuten}$  Fahrzeit zeichnerisch dar. Für a)  $v = 45 \text{ km/h}$ , b)  $v = 65 \text{ km/h}$ .  $10 \text{ min} \triangleq 1 \text{ cm}$ ;  $5 \text{ km} \triangleq 1 \text{ cm}$ .

3. Ermitteln Sie für die Schaltung **Bild 3** mit  $U_0 = 20 \text{ V}$  und  $R_i = 10 \Omega$ , a) die Funktionsgleichung für  $U$ , b) Wertetabelle und Graph der Funktion  $U = f(I)$ . c) Berechnen Sie den Steigungsfaktor des Graphen.

4. In Schaltung **Bild 3** ist  $I$  von  $U_0$  abhängig.  $R_i = 10 \Omega$ ,  $R_L = 30 \Omega$ ,  $U_0 = 0 \text{ V}$  bis  $10 \text{ V}$ . a) Stellen Sie für  $I = f(U_0)$  die Funktionsgleichung auf. b) Zeichnen Sie den Graphen der Funktion. c) Berechnen Sie die Steigung  $m$  der Funktion.