

2023

BLF

Original-Prüfungen
mit Lösungen

Sachsen

**MEHR
ERFAHREN**

Mathematik 10

ActiveBook
• Interaktives
Training

STARK

Inhalt

Vorwort

Stichwortverzeichnis

Hinweise und Tipps zur Besonderen Leistungsfeststellung

Ablauf der Besonderen Leistungsfeststellung	I
Leistungsanforderung und Bewertung	II
Wesentliche Operatoren	III
Methodische Hinweise und allgemeine Tipps zur BLF	IV

Original-Aufgaben der Besonderen Leistungsfeststellung

Besondere Leistungsfeststellung 2013

Teil A	2013-1
Teil B	2013-3
Lösungstipps zu Teil B	2013-6
Lösungen zu Teil A	2013-9
Lösungen zu Teil B	2013-13

Besondere Leistungsfeststellung 2014

Teil A	2014-1
Teil B	2014-3
Lösungstipps zu Teil B	2014-6
Lösungen zu Teil A	2014-9
Lösungen zu Teil B	2014-15

Besondere Leistungsfeststellung 2015

Teil A	2015-1
Teil B	2015-3
Lösungstipps zu Teil B	2015-5
Lösungen zu Teil A	2015-8
Lösungen zu Teil B	2015-11

Besondere Leistungsfeststellung 2016

Teil A	2016-1
Teil B	2016-4
Lösungstipps zu Teil B	2016-7
Lösungen zu Teil A	2016-10
Lösungen zu Teil B	2016-16

Besondere Leistungsfeststellung 2017

Teil A	2017-1
Teil B	2017-3
Lösungstipps zu Teil B	2017-5
Lösungen zu Teil A	2017-8
Lösungen zu Teil B	2017-13

Besondere Leistungsfeststellung 2018

Teil A	2018-1
Teil B	2018-3
Lösungstipps zu Teil B	2018-5
Lösungen zu Teil A	2018-8
Lösungen zu Teil B	2018-12

Besondere Leistungsfeststellung 2019

Teil A	2019-1
Teil B	2019-3
Lösungstipps zu Teil B	2019-6
Lösungen zu Teil A	2019-9
Lösungen zu Teil B	2019-14

Besondere Leistungsfeststellung 2020

Teil A	2020-1
Teil B	2020-3
Lösungstipps zu Teil B	2020-6
Lösungen zu Teil A	2020-9
Lösungen zu Teil B	2020-14

Hinweis: In den Jahren 2021 und 2022 fand aufgrund der Coronapandemie keine zentrale BLF statt.



Ihr Coach zum Erfolg: Mit dem **interaktiven Training zum hilfsmittelfreien Teil der BLF** lösen Sie online Aufgaben, die speziell auf diesen Prüfungsteil zugeschnitten sind. Am besten gleich ausprobieren! Ausführliche Infos inkl. Zugangscode finden Sie auf den Farbseiten vorne in diesem Buch.

Autorin der Lösungen: Walburg Fruhnert

Vorwort

Liebe Schülerin, lieber Schüler,

dieses Übungsbuch unterstützt Sie bei der optimalen Vorbereitung auf die **Besondere Leistungsfeststellung im Fach Mathematik** in der Klasse 10 des Gymnasiums.

- Im ersten Kapitel „**Hinweise und Tipps zur Besonderen Leistungsfeststellung**“ erhalten Sie Informationen zum Ablauf und zur Bewertung der Besonderen Leistungsfeststellung. Außerdem finden Sie wertvolle Hinweise und Tipps zur Aufgabenbewältigung während der Besonderen Leistungsfeststellung.
- Außerdem erhalten Sie mit diesem Buch die **Original-Aufgaben der Besonderen Leistungsfeststellung von 2013 bis 2020**. Sie ermöglichen Ihnen während Ihrer Vorbereitungsphase eine Kontrolle, ob Sie bereits fit für die Prüfung sind. In den Jahren 2021 und 2022 fand aufgrund der Coronapandemie keine zentrale BLF statt.
- Sollten Sie einmal nicht weiterkommen, helfen Ihnen die **Lösungstipps**. Wenn Sie mit einer Aufgabe nicht zuretkommen, schauen Sie deshalb nicht gleich in die Lösungen, sondern nutzen Sie schrittweise diese Lösungstipps, um selbst die Lösung zu finden.
- Zu allen Aufgaben finden Sie von mir ausgearbeitete **vollständige Lösungen**. Mit Ihnen können Sie eigenständig kontrollieren, ob Sie die Aufgaben richtig gelöst haben. Sie helfen Ihnen dabei, die einzelnen Rechenschritte genau nachzuvollziehen.
- Der Zugangscode auf den Farbs Seiten vorne im Buch ermöglicht Ihnen, Aufgaben im Rahmen eines **Online-Prüfungstrainings zum hilfsmittelfreien Teil der BLF** interaktiv zu lösen.

Sollten nach Erscheinen dieses Bandes noch wichtige Änderungen in der BLF 2023 vom Sächsischen Staatsministerium für Kultus bekannt gegeben werden, finden Sie aktuelle Informationen dazu unter www.stark-verlag.de/mystark (Zugangscode vgl. Farbs Seiten vorne im Buch).

Ich wünsche Ihnen für die Besondere Leistungsfeststellung viel Erfolg!

W. Müller

Teil B

- 1 Gegeben sind die Funktionen f und g durch
 $y = f(x) = 3^x$ ($x \in \mathbb{R}$) und $y = g(x) = 3^{x+1}$ ($x \in \mathbb{R}$).
- 1.1 Geben Sie den Wertebereich der Funktion f an.
Geben Sie die Koordinaten des Schnittpunkts des Graphen von f mit der y -Achse an. (3 BE)
- 1.2 Der Punkt $A\left(x_A \mid \frac{1}{81}\right)$ liegt auf dem Graphen von g .
Ermitteln Sie die Koordinate x_A . (2 BE)
- 1.3 Der Graph von f schneidet die y -Achse im Punkt P , der Graph von g schneidet die y -Achse im Punkt Q .
Die Punkte P , $B(2|0)$ und Q bilden ein Dreieck.
Bestimmen Sie den Flächeninhalt des Dreiecks PBQ . (3 BE)
- 2 In Radebeul findet jährlich der „Sächsische Mount Everest Treppenmarathon“ statt.
- 2.1 Die Siegerzeiten der männlichen Teilnehmer in der Startklasse „Alleingang“ sind für die Jahre 2011 bis 2015 in folgender Tabelle dargestellt:
- | Jahr | 2011 | 2012 | 2013 | 2014 | 2015 |
|-----------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Zeit in h | 14,94 | 13,79 | 14,77 | 13,45 | 13,77 |
- Berechnen Sie das arithmetische Mittel der Siegerzeiten der Jahre 2011 bis 2015. (2 BE)
- 2.2 In der Startklasse „Dreierseilschaft“ starten drei Teilnehmer als Mannschaft.
Geben Sie die Anzahl aller möglichen Reihenfolgen an, in der die drei Teilnehmer einer Dreierseilschaft starten können. (1 BE)
- 2.3 Der Treppenlauf hat verschiedene Abschnitte.
Die geradlinige Laufstrecke im Abschnitt „Spitzhaustreppe“ besitzt einen konstanten Anstieg. Auf einer Karte im Maßstab 1 : 10 000 ist dieser Abschnitt 1,9 cm lang. Der Höhenunterschied zwischen Anfang und Ende dieses Abschnitts beträgt 73,4 m.
Berechnen Sie die Länge der geradlinigen Laufstrecke im Abschnitt „Spitzhaustreppe“. (3 BE)

$$\overline{MP}^2 = \overline{MQ}^2 + \overline{PQ}^2$$

$$\overline{MP}^2 = 4^2 + 3^2$$

$$\overline{MP}^2 = 16 + 9$$

$$\overline{MP}^2 = 25 \quad | \sqrt{\quad (\overline{MP} > 0)}$$

$$\overline{MP} = 5$$

Damit ist gezeigt, dass der Punkt P auf dem Kreis k liegt.

8.3 $\angle APB = 90^\circ$

Erklärung der Lösung:

Der Winkel APB ist ein Peripheriewinkel über dem Durchmesser \overline{AB} des Kreises k. Nach dem Satz des Thales muss er 90° betragen.

Lösungen zu Teil B

1.1 Wertebereich: $y \in \mathbb{R}; y > 0$

Schnittpunkt mit der y-Achse: $P(0 | 1)$

Erklärung der Lösung:

1. Möglichkeit:

Die gegebene Funktion ist eine Exponentialfunktion. Ihre wichtigsten Eigenschaften findet man im Tafelwerk. Nach der Definition ist für eine positive Basis ($a=3$) jede Potenz größer als null:

$$3^x > 0$$

$$f(x) > 0$$

$$y > 0$$

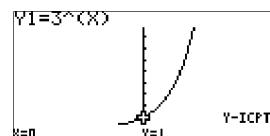
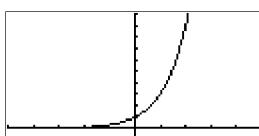
Darüber hinaus ist bekannt, dass der Graph einer Funktion die y-Achse bei $x=0$ schneidet. Durch Einsetzen in die Funktionsgleichung kann der zugehörige y-Wert ermittelt werden.

$$y = f(0) = 3^0 = 1$$

2. Möglichkeit:

Es kann auch mit dem GRAPH-Menü des GTR gearbeitet werden. Bei geeigneter Fenstereinstellung (V-Window) lassen sich die Eigenschaften der Funktion und ihres Graphen gut ablesen.

```
View Window
Xmin : -10
Max : 10
Scale: 1
Dot : 0,15873015
Ymin : -2
Max : 10
INIT TRIG STD STO RCL
```



Die Darstellung zeigt, dass der Funktionsgraph oberhalb der x-Achse liegt (die x-Achse ist die Asymptote des Graphen der Funktion) und im gesamten Definitionsbereich monoton wachsend verläuft.

Ist mithilfe des gewählten Intervalls auf dem Bildschirm der Schnittpunkt des Graphen der Funktion mit der y-Achse zu erkennen, können seine Koordinaten über den Befehl „Y-ICPT“ ermittelt werden.

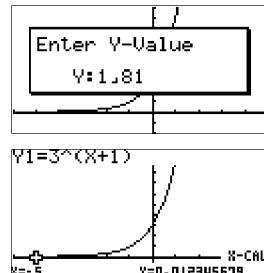
1.2 1. Möglichkeit:

Nach der Eingabe der Funktionsgleichung

$$y = g(x) = 3^x + 1 \quad (x \in \mathbb{R})$$

in das GRAPH-Menü des GTR kann das zum gegebenen Funktionswert $y_A = \frac{1}{81}$ zugehörige Argument x_A über den Befehl „x-cal“ ermittelt werden.

$$\underline{\underline{x_A = -5}}$$



2. Möglichkeit:

Erfüllen die Koordinaten x_A und $y_A = g(x_A) = \frac{1}{81}$ des Punktes A die Funktionsgleichung $g(x) = 3^x + 1$, liegt der Punkt A auf dem Graphen der Funktion g.

Durch Einsetzen der y-Koordinate des Punktes A in die Funktionsgleichung kann die x-Koordinate berechnet werden.

$$g(x_A) = \frac{1}{81} = 3^{x_A} + 1$$

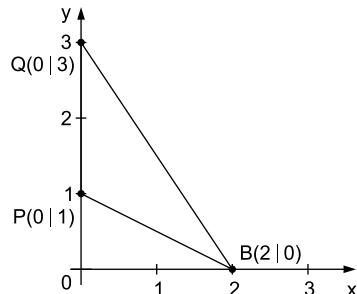
$$\frac{1}{3^4} = 3^{x_A} + 1$$

$$3^{-4} = 3^{x_A} + 1 \quad | \text{Exponentenvergleich}$$

$$-4 = x_A + 1 \quad | -1 \text{ und Seitentausch}$$

$$\underline{\underline{x_A = -5}}$$

1.3 Zeichnung des Sachverhaltes:



Die Koordinaten des Punktes P entnimmt man der Teilaufgabe 1.1. Analog wie für den Punkt P in Teilaufgabe 1.1 (2. Möglichkeit) dargestellt, kann man die Schnittpunktkoordinaten von Q ermitteln. Ebenso ist die rechnerische Lösung in folgender Weise möglich:

Schneidet der Graph der Funktion die y-Achse, muss an dieser Stelle das Argument 0 sein.

Mit $x_Q = 0$ folgt $y_Q = g(0) = 3^{0+1} = 3^1 = 3$ und $Q(0|3)$.

Der Flächeninhalt A des beliebigen Dreiecks PBQ kann berechnet werden mit:

$$A = \frac{1}{2} \cdot g \cdot h$$

eine Seite
des Dreiecks,
hier:
 $\overline{PQ} = 3 - 1 = 2$

zur Seite
zugehörige
Höhe, hier:
 $h = OB = 2$

$$A = \frac{1}{2} \cdot 2^1 \cdot 2$$

$$\underline{\underline{A = 2}}$$

Ergebnis: Der Flächeninhalt des Dreiecks PBQ beträgt 2.

Hinweis: Der Flächeninhalt A des beliebigen Dreiecks PBQ lässt sich auch aus der Differenz der Flächeninhalte der zwei rechtwinkligen Dreiecke OBP und OBP bestimmen:

$$A_{\Delta PBQ} = A_{\Delta OBP} - A_{\Delta OBP}$$

2.1 Berechnung des arithmetischen Mittels:

$$E = \frac{14,94 \text{ h} + 13,79 \text{ h} + 14,77 \text{ h} + 13,45 \text{ h} + 13,77 \text{ h}}{5}$$

$$\underline{\underline{E = 14,144 \text{ h}}}$$

Ergebnis: Das arithmetische Mittel der Siegerzeiten beträgt 14,144 h.

- 2.2 Bei drei Teilnehmern der Mannschaft gibt es mehrere Möglichkeiten, an welcher Stelle jeweils ein Teilnehmer startet. Für den Startläufer hat man die Auswahl aus drei Teilnehmern, also drei Möglichkeiten.
Steht der Startläufer fest, hat man zwei Möglichkeiten (noch zwei weitere Mannschaftsmitglieder) für den nachfolgenden Läufer. Es bleibt eine Möglichkeit (letzter Teilnehmer der Mannschaft) als Schlussläufer.

$$n = 3! = 3 \cdot 2 \cdot 1$$

Startläufer (drei Auswahlmöglichkeiten) 2. Läufer (zwei Auswahlmöglichkeiten) Schlussläufer

$$3! = \underline{\underline{6}}$$

Ergebnis: Es gibt sechs mögliche Startreihenfolgen einer „Dreierseilschaft“.

- 2.3 Der Maßstab 1 : 10 000 bedeutet, dass eine 1 cm lange Strecke auf der Karte im Original (in der Wirklichkeit) 10 000 cm = 100 m beträgt.

Bildstrecke	Originalstrecke
1 cm · 1,9 1,9 cm	10 000 cm 19 000 cm · 1,9

Da es sich im vorgegebenen Sachverhalt nicht um eine ebene Strecke handelt, muss der Höhenunterschied bei der Streckenprojektion Beachtung finden.

Zeichnung des Sachverhalts im Querschnitt:

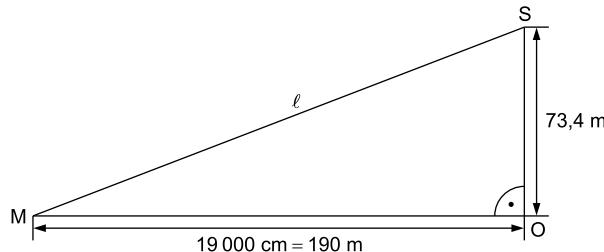


Abbildung (nicht maßstäblich)

Das Dreieck MOS ist ein rechtwinkliges. Zur Berechnung der geradlinigen Laufstrecke $\ell = MS$ kann der Satz des Pythagoras angewendet werden:

$$\ell^2 = \overline{MS}^2 = \overline{MO}^2 + \overline{OS}^2 \quad | \sqrt{\quad} \quad (\ell > 0)$$

$$\ell = \sqrt{\overline{MO}^2 + \overline{OS}^2}$$

$$\ell = \sqrt{(190 \text{ m})^2 + (73,4 \text{ m})^2}$$

$$\ell = \sqrt{41\,487,56 \text{ m}^2}$$

$$\underline{\underline{\ell \approx 204 \text{ m}}}$$

Ergebnis: Die Länge der geradlinigen Laufstrecke im Abschnitt „Spitzhaustreppe“ beträgt rund 204 m.

Hinweis: Hat man maßstabsgerecht gezeichnet, kann man das berechnete Ergebnis mithilfe der Zeichnung prüfen.



© STARK Verlag

www.stark-verlag.de
info@stark-verlag.de

Der Datenbestand der STARK Verlag GmbH
ist urheberrechtlich international geschützt.
Kein Teil dieser Daten darf ohne Zustimmung
des Rechteinhabers in irgendeiner Form
verwertet werden.

STARK