2023

Fachoberschule

Original-Pr
mit Lösung

MEHR ERFAHREN

Hessen

Mathematik

+ *Übungsaufgaben im ... de*

ActiveBook
Interaktives
Training

Original-Prüfungsaufgaben
2022 zum Download

STARK

Inhaltsverzeichnis

Abschlussprüfung 2018

Abschlussprüfung 2019

Abschlussprüfung 2020

*Coronabedingt gab es in der Abschlussprüfung 2020 eine zusätzliche Aufgabe aus der Analysis, da Integralrechnung, Lineare Algebra und analytische Geometrie und Stochastik als prüfungsrelevante Themen gestrichen wurden und die Schülerinnen und Schüler selbst auswählen konnten, ob sie eine Aufgabe aus diesen drei Bereichen wählen oder die Ersatzaufgabe aus der Analysis.

Abschlussprüfung 2021

**Coronabedingt gab es in der Abschlussprüfung 2021 eine zusätzliche Aufgabe aus der Analysis, da Integralrechnung, Lineare Algebra und analytische Geometrie und Stochastik als prüfungsrelevante Themen gestrichen wurden.

Sobald die Original-Prüfungsaufgaben 2022 freigegeben sind, können sie als PDF auf der Plattform MyStark heruntergeladen werden (Zugangscode vgl. Farbseiten vorne im Buch).

Bei MyStark finden Sie:

- **Interaktives Training** zum hilfsmittelfreien Teil der Abschlussprüfung
- **Jahrgang 2022**, sobald dieser zum Download bereit steht

Ausführliche Infos inkl. Zugangscode zu MyStark finden Sie auf den Farbseiten vorne in diesem Buch.

Sitzen alle mathematischen Begriffe? Im Interaktiven Training und unter www.stark-verlag.de/mathematik-glossar/ finden Sie ein kostenloses Glossar zum schnellen Nachschlagen aller wichtigen Definitionen mitsamt hilfreicher Abbildungen und Erläuterungen.

Autorin:
Cristina Alberti

Vorwort

Liebe Schülerinnen und Schüler,

mit diesem Buch geben wir Ihnen eine optimale Hilfestellung zur Vorbereitung auf die **Abschlussprüfung 2023** an der **Fachoberschule** in **Hessen** im Fach **Mathematik**.

- Sie erhalten im ersten Teil des Buches zahlreiche **Informationen zur Abschlussprüfung**, deren Kenntnis für die gezielte Vorbereitung hilfreich und wichtig ist. Dazu gehören u. a. eine komplette, kommentierte Aufstellung der Operatoren für die Abschlussprüfung, Hinweise zum genauen Ablauf der Prüfung sowie alles Wissenswerte zur Struktur und zu den Anforderungen der Prüfungsaufgaben. Sie finden dort darüber hinaus viele **praktische Hinweise**, die Ihnen sowohl in der Vorbereitung auf die Abschlussprüfung als auch während der Prüfung dazu verhelfen, Prüfungsaufgaben gut zu lösen.
- Der Band enthält **Übungsaufgaben** zu den **Themen der zentralen Abschlussprüfung 2023**. Die Aufgaben sind dabei auf den Stil der Prüfungsaufgaben abgestimmt, d. h., in der Abschlussprüfung werden auf Sie in Umfang, Form und Schwierigkeitsgrad vergleichbare Fragestellungen zukommen.
- Zusätzlich finden Sie in diesem Band die **Original-Abschlussprüfungen 2018 bis 2022**. Damit können Sie sich ein genaues Bild davon machen, wie die Prüfung in den letzten Jahren ausgesehen hat.
- Zu sämtlichen Aufgaben im Buch wurden von uns **vollständige, kommentierte Lösungsvorschläge** sowie separate **Tipps zum Lösungsansatz** ausgearbeitet, die Ihnen das selbstständige Lösen der Aufgaben erleichtern.
- Zudem ist dieses Buch ein **ActiveBook** – das bedeutet, Sie erhalten zusätzliches Übungsmaterial **online bei MyStark**:
  - **Interaktives Training** zum hilfsmittelfreien Teil
  - **Jahrgang 2022**, sobald dieser zum Download bereit steht

  Ausführliche Infos dazu inkl. Zugangscode zu MyStark finden Sie auf den Farbseiten vorne in diesem Buch.

Wir wünschen Ihnen viel Erfolg bei der Vorbereitung und bei Ihrer Abschlussprüfung!

Cristina Alberti

Teil II: Analysis / Vorschlag B

Aufgaben BE

2 Gegeben ist eine allgemeine ganzrationale Funktion dritten Grades $f(t) = at^3 + bt^2 + ct + d$, die durch die Punkte $(0 | 520)$, $(1 | 324)$, $(2 | 182)$ und $(3 | 88)$ verläuft.

2.1.1 Stellen Sie ein lineares Gleichungssystem mithilfe der gegebenen Punkte auf. Bestimmen Sie daraus den Funktionsterm $f(t)$.
(*zur Kontrolle:* $f(t) = -t^3 + 30t^2 - 225t + 520$) 9

2.1.2 Untersuchen Sie die Funktion f auf ihr Globalverhalten. 5

2.1.3 Begründen Sie, dass die Funktion f weder achsensymmetrisch zur y-Achse noch punktsymmetrisch zum Ursprung ist. 3

2.2 Ein Einkaufszentrum ist von 8:00 Uhr bis 20:00 Uhr geöffnet. Die momentane Anzahl der Besucherinnen und Besucher wird näherungsweise durch die Funktion f angegeben:
$f(t) = -t^3 + 30t^2 - 225t + 520;\ 8 \le t \le 20$
t beschreibt dabei die Zeit in Stunden. (8:00 Uhr entspricht $t = 8$.)

2.2.1 Berechnen Sie, wie viele Besucherinnen und Besucher direkt zur Öffnung des Einkaufszentrums erscheinen und wie viele sich zwei Stunden später im Einkaufszentrum aufhalten. 5

2.2.2 Berechnen Sie, um welche Uhrzeit sich die meisten Besucherinnen und Besucher im Einkaufszentrum befinden und wie viele es sind. 9

2.2.3 Geben Sie an, in welchem Bereich die Funktion f im Intervall $8 \le t \le 20$ streng monoton steigend oder fallend ist.
Interpretieren Sie das Ergebnis im Sachzusammenhang. 6

2.2.4 Weisen Sie nach, dass der Anstieg der Besucherzahl um 10:00 Uhr am größten ist. 8

2.2.5 Wenn sich mindestens 270 Besucherinnen und Besucher im Einkaufszentrum befinden, werden bei einer Promotion-Aktion Werbegeschenke verteilt.
Berechnen Sie, in welchem Zeitraum die Promotion-Aktion stattfindet. 10

55

TIPP Lösungshinweise zum Teil II: Analysis / Vorschlag B

Teilaufgabe 2.1.1

Dies ist eine Steckbrief-/Rekonstruktionsaufgabe. Setzen Sie die Koordinaten der Punkte in die allgemeine Funktionsgleichung ein.

Wegen des Operators „bestimmen“ dürfen Sie zur Lösung des linearen Gleichungssystems den WTR benutzen.

Teilaufgabe 2.1.2

Anhand welcher Bestandteile des Funktionsterms kann man das Globalverhalten dieser Funktion herleiten?

Betrachten Sie das Glied des Funktionsterms mit dem höchsten Exponenten.

Teilaufgabe 2.1.3

Was sind die Voraussetzungen für Achsensymmetrie zur y-Achse und Punktsymmetrie zum Koordinatenursprung?

Der Graph einer Funktion f ist achsensymmetrisch zur y-Achse, wenn alle Exponenten der Funktion gerade sind. Punktsymmetrisch zum Koordinatenursprung sind Graphen, wenn alle Exponenten der Funktion ungerade sind und das Absolutglied null ist.

Alternativ: Berechnen Sie $f(-t)$ und untersuchen Sie, ob $f(-t) = f(t)$ oder $f(-t) = -f(t)$ erfüllt ist.

Teilaufgabe 2.2.1

Sie benötigen die Funktionswerte für $t = 8$ und $t = 10$.

Teilaufgabe 2.2.2

Die meisten Besucherinnen und Besucher bedeutet, dass Sie einen Extrempunkt (in diesem Fall einen Hochpunkt) suchen.

Welche Voraussetzungen müssen für das Vorhandensein eines Extrempunktes gegeben sein? Was ist die notwendige, was die hinreichende Bedingung?

Die notwendige Bedingung für die Existenz eines Extrempunktes ist $f'(t) = 0$, die hinreichende Bedingung ist $f''(t) \neq 0$ und $f''(t) > 0$ für einen Tiefpunkt und $f''(t) < 0$ für einen Hochpunkt.

Die y-Koordinate des Extrempunktes erhalten Sie, indem Sie die Extremstelle in die Funktion f einsetzen.

2.1.1 Die allgemeine Funktionsgleichung für eine ganzrationale Funktion 3. Grades lautet:
$f(t) = at^3 + bt^2 + ct + d$

Bei einer Funktion 3. Grades werden vier Wertepaare benötigt, um das entstehende lineare Gleichungssystem mit vier Variablen und vier Gleichungen lösen zu können. Diese Wertepaare werden der Aufgabenstellung entnommen:
$f(0) = 520$, $f(1) = 324$, $f(2) = 182$ und $f(3) = 88$

Einsetzen in die Funktionsgleichung liefert:
$f(0) = a \cdot 0^3 + b \cdot 0^2 + c \cdot 0 + d = 520 \quad \Rightarrow \quad d = 520$
$f(1) = a \cdot 1^3 + b \cdot 1^2 + c \cdot 1 + d = 324$
$f(2) = a \cdot 2^3 + b \cdot 2^2 + c \cdot 2 + d = 182$
$f(3) = a \cdot 3^3 + b \cdot 3^2 + c \cdot 3 + d = 88$

Man erhält das lineare Gleichungssystem:
I $\quad d = 520$
II $\quad a + b + c + 520 = 324$
III $\quad 8a + 4b + 2c + 520 = 182$
IV $\quad 27a + 9b + 3c + 520 = 88$

Vereinfachen der Gleichungen führt zu:
I $\quad d = 520$
II $\quad a + b + c = -196$
III $\quad 8a + 4b + 2c = -338$
IV $\quad 27a + 9b + 3c = -432$

TIPP Das lineare Gleichungssystem kann aufgrund des Operators „bestimmen“ mit dem WTR gelöst werden.

Man erhält:
$a = -1$; $b = 30$; $c = -225$

Daraus ergibt sich der Funktionsterm:
$f(t) = -t^3 + 30t^2 - 225t + 520$

2.1.2 Das Globalverhalten (Verhalten im Unendlichen) einer ganzrationalen Funktion lässt sich anhand des Gliedes mit der höchsten Potenz und dem dazugehörigen Koeffizienten bestimmen.
Hier ist dies $-t^3$. Es liegen also ein ungerader Exponent (3) und ein negativer Koeffizient (–1) vor.

Daraus folgt ein Verlauf des Graphen vom II. in den IV. Quadranten:
für $x \to \infty$ gilt $f(x) \to -\infty$
für $x \to -\infty$ gilt $f(x) \to \infty$

2.1.3 *Lösungsweg 1:*
In der vorliegenden Funktion existieren sowohl gerade als auch ungerade Exponenten. Somit ist der Graph der Funktion f weder achsensymmetrisch zur y-Achse noch punktsymmetrisch zum Koordinatenursprung.

Lösungsweg 2:
$f(-t) = -(-t)^3 + 30(-t)^2 - 225 \cdot (-t) + 520 = t^3 + 30t^2 + 225t + 520$
Da weder $f(-t) = f(t)$ noch $f(-t) = -f(t)$ gilt, ist die Funktion $f(x)$ weder achsensymmetrisch zur y-Achse noch punktsymmetrisch zum Koordinatenursprung.

2.2.1 Das Einkaufszentrum öffnet um 8:00 Uhr. Zwei Stunden später ist es 10:00 Uhr. Es müssen also die Funktionswerte an den Stellen $t = 8$ und $t = 10$ berechnet werden:
$f(8) = -8^3 + 30 \cdot 8^2 - 225 \cdot 8 + 520 = 128$
$f(10) = -10^3 + 30 \cdot 10^2 - 225 \cdot 10 + 520 = 270$
Um 8:00 Uhr erscheinen 128 Besucherinnen und Besucher im Einkaufszentrum. Zwei Stunden später befinden sich dort 270 Besucherinnen und Besucher.

2.2.2 Die notwendige Bedingung für die Existenz eines Extrempunktes ist $f'(t) = 0$, die hinreichende Bedingung ist $f''(t) \neq 0$ und $f''(t) > 0$ für einen Tiefpunkt und $f''(t) < 0$ für einen Hochpunkt.

Zuerst werden die ersten beiden Ableitungen mithilfe der Potenzregel für Ableitungen ganzrationaler Funktionen gebildet:
$f'(t) = -3t^2 + 60t - 225$
$f''(t) = -6t + 60$

Es muss $f'(t) = 0$ gelten.

TIPP Der Operator ist „berechnen“. Die Gleichung muss „per Hand“ gelöst werden.

Mithilfe der pq-Formel gilt:

$$\begin{aligned}
-3t^2 + 60t - 225 &= 0 && \big|:(-3) \\
t^2 - 20t + 75 &= 0 && \big|\,\text{pq-Formel} \\
t_{1/2} &= 10 \pm \sqrt{(-10)^2 - 75} \\
t_{1/2} &= 10 \pm \sqrt{25} \\
t_{1/2} &= 10 \pm 5 \\
t_1 &= 15 \\
t_2 &= 5
\end{aligned}$$

Da $t_2 = 5$ außerhalb des Definitionsbereichs liegt, wird nur die Extremstelle $t_1 = 15$ genauer betrachtet:
$f''(15) = -6 \cdot 15 + 60 = -30 < 0 \quad \Rightarrow \quad$ Hochpunkt

Teil II: Analysis / Vorschlag B

Aufgaben BE

2 Untersuchung ganzrationaler Funktionen

Hinweis: Lösungen sind, falls nötig, auf drei Nachkommastellen zu runden.

2.1 An der Salzbachtalbrücke in Hessen entsteht wegen einer Baustelle nahezu täglich ein Autobahnstau. Die Staulänge kann näherungsweise durch einen Abschnitt einer ganzrationalen Funktion 4. Grades beschrieben werden.
An einem Tag im Juni 2020 hat die Verkehrsüberwachung folgende Daten protokolliert: Der Stau bildete sich ab 6:00 Uhr. Seine Länge wuchs zu diesem Zeitpunkt um 1,5 km pro Stunde an. Um 15:00 Uhr wuchs die Staulänge am schnellsten an. Die maximale Länge hatte der Stau um 9:00 Uhr erreicht. Zu diesem Zeitpunkt war der Stau 5 Kilometer lang.

Hinweise: Verwenden Sie im Folgenden die Vereinbarungen:
Der Zeitpunkt $t=0$ wird auf 6:00 Uhr festgelegt ($t=1$ entspricht 7:00 Uhr). Die Staulänge wird stets in Kilometern angegeben.

2.1.1 Geben Sie die allgemeine Funktionsgleichung einer ganzrationalen Funktion vierten Grades sowie deren erste und zweite Ableitung an. 3

2.1.2 Ordnen Sie die Angaben aus dem Aufgabentext den folgenden Gleichungen I bis V zu.

I. $108a + 27b + 6c = -1{,}5$
II. $972a + 54b + 2c = 0$
III. $81a + 27b + 9c = 0{,}5$
IV. $d = 1{,}5$
V. $e = 0$ 10

2.1.3 Bestimmen Sie die Lösung des linearen Gleichungssystems und geben Sie die Funktionsvorschrift an, die die Staulänge in Abhängigkeit von der Zeit beschreibt. 3

2.2 An einem anderen Tag kennt man die ganzrationale Funktion 4. Grades, welche die Staulänge an der Baustelle der Salzbachtalbrücke zwischen ca. 6:00 Uhr und 19:00 Uhr beschreibt. Die Staulänge ist wieder in Kilometern angegeben und die Zeit in Stunden. Der Zeitpunkt $t=0$ sei diesmal Mitternacht, also 0:00 Uhr. Die Funktionsvorschrift lautet:

$$L(t) = -0{,}01 \cdot t^4 + 0{,}5125 \cdot t^3 - 9{,}4925 \cdot t^2 + 74{,}81 \cdot t - 206{,}625$$

2.2.1	Im Material 2, Abbildung 2.1 sehen Sie den Graphen der Funktion L(t). Beschreiben Sie den Verlauf des Graphen und gehen Sie dabei besonders auf die markanten Kurvenpunkte ein. Deuten Sie den Verlauf im Sachkontext.	9
2.2.2	Bestätigen Sie, dass der Stau sich erstmals um 6:15 Uhr an diesem Tag bildet und er sich um 19:00 Uhr wieder vollständig aufgelöst hat.	4
2.2.3	Bestimmen Sie alle Zeitpunkte auf die Minute genau (Angabe in Stunden und Minuten), zu denen die Staulänge einen relativen Extremwert annimmt. Bestimmen Sie die Art der Extremwerte und die Staulängen zu diesen Zeitpunkten auf ganze Meter gerundet.	12
2.2.4	Berechnen Sie alle Zeitpunkte auf ganze Minuten genau, zu denen die Änderung der Staulänge maximal ist. Bestimmen Sie auch die maximale Änderungsrate sowie die Staulängen zu diesen Zeitpunkten. Geben Sie Ihre Ergebnisse auch in Bezug auf den Sachkontext an.	14
2.3	An einem besonders verkehrsreichen Morgen beträgt die Staulänge um 7:00 Uhr bereits 5 km. Vergleichen Sie die Staulänge mit der aus Material 2, Abbildung 2.1. Entwickeln Sie eine Stauprognose für die Staulängen im Tagesverlauf an der Baustelle der Salzbachtalbrücke.	4
2.4	An einem Tag während der Schulferien nimmt man folgende Funktion als gegeben an, die die Staulänge in Kilometern in Abhängigkeit von der Zeit beschreibt. $S(t) = -\frac{1}{100} \cdot (t-7) \cdot (t-19) \cdot (t-13)^2$	
2.4.1	Benennen Sie die Darstellungsform der Funktion S(t) und geben Sie alle Zeitpunkte an, zu denen der Stau genau die Länge 0 km hat, also gerade nicht existiert. Deuten Sie die Besonderheit des letzten Linearfaktors.	5
2.4.2	Bestimmen Sie den Verlauf der Staulänge an diesem Tag in Form einer Wertetabelle ($7 \le t \le 19$). Vervollständigen Sie dazu die Wertetabelle in Material 2, Abbildung 2.2.	4
2.4.3	Zeichnen Sie den Graphen der Staulängen während dieses Ferientages in Material 2, Abbildung 2.3 ein.	3
2.4.4	Vergleichen Sie diesen Graphen mit dem in Abbildung 2.1 hinsichtlich ihrer Gemeinsamkeiten und Unterschiede im Sachkontext.	3
2.4.5	Lösen Sie die Klammern in der Funktion S(t) auf und überführen Sie die Funktionsvorschrift in die Polynomschreibweise.	6
		80

TIPP Lösungshinweise zum Teil II: Analysis / Vorschlag B

Teilaufgabe 2.1.1

Der Operator ist „angeben". Sie brauchen bei dieser Aufgabe keine Rechnung oder Begründung.

Teilaufgabe 2.1.2

Dies ist eine Steckbrief-/Rekonstruktionsaufgabe, bei der die aus den Bedingungen resultierenden Gleichungen angegeben sind.

Schreiben Sie die Bedingungen auf und ordnen dann die daraus entstehenden Gleichungen zu.

Teilaufgabe 2.1.3

Die Gleichungen aus Aufgabe 2.1.2 können aufgrund des Operators „bestimmen" mit dem WTR gelöst werden.

Setzen Sie die Lösungen für a, b, c, d und e in die allgemeine Funktionsgleichung ein.

Teilaufgabe 2.2.1

Die markanten Kurvenpunkte sind Nullstellen, Extrem- und Wendepunkte.

Nehmen Sie einen normalen Werktag als Grundlage und deuten Sie die Entwicklung des Verkehrs anhand der markanten Kurvenpunkte.

Teilaufgabe 2.2.2

Welche markanten Punkte im Graphen müssen um 6:15 Uhr und um 19:00 Uhr vorhanden sein?

Setzen Sie $t = 6{,}25$ und $t = 19$ in die Funktion $L(t)$ ein und überprüfen Sie, ob der Funktionswert null beträgt.

Teilaufgabe 2.2.3

Was sind die Bedingungen für das Vorliegen eines Extrempunktes?

Die notwendige Bedingung für die Existenz eines Extrempunktes ist $f'(x) = 0$, die hinreichende Bedingung ist $f''(x) \neq 0$ und $f''(x) > 0$ für einen Tiefpunkt und $f''(x) < 0$ für einen Hochpunkt.

Vergessen Sie nicht, die Zeitpunkte in Stunden und Minuten umzurechnen.

Die Staulänge erhalten Sie durch Einsetzen in die Funktion $L(t)$. Beachten Sie dabei, dass auf drei Nachkommastellen gerundet werden soll.

2.1.1 Für die allgemeine Funktionsgleichung einer ganzrationalen Funktion vierten Grades sowie deren erste und zweite Ableitung gilt:

$f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$

$f'(x) = 4ax^3 + 3bx^2 + 2cx + d$

$f''(x) = 12ax^2 + 6bx + 2c$

2.1.2 Im Folgenden sind die Informationen aus der Aufgabenstellung und die daraus folgenden Bedingungen an die Funktion aufgelistet.

Information:	**Bedingung:**
Der Stau bildete sich ab 6:00 Uhr. (Zu diesem Zeitpunkt beträgt die Staulänge 0 km.)	$f(0) = 0$
Seine Länge wuchs zu diesem Zeitpunkt um 1,5 km pro Stunde an. (Hier wird die Zuwachsrate angegeben, die gleich der ersten Ableitung ist.)	$f'(0) = 1{,}5$
Um 15:00 Uhr wuchs die Staulänge am schnellsten an. (Der Zeitpunkt mit dem stärksten Zuwachs entspricht der Wendestelle.)	$f''(9) = 0$
Die maximale Länge hatte der Stau um 9:00 Uhr erreicht. (Dies ist eine Extremstelle.)	$f'(3) = 0$
Zu diesem Zeitpunkt war der Stau 5 Kilometer lang.	$f(3) = 5$

Diese Bedingungen werden in die allgemeine Funktionsgleichung einer ganzrationalen Funktion vierten Grades und in deren Ableitungen eingesetzt:

$f(0) = a \cdot 0^4 + b \cdot 0^3 + c \cdot 0^2 + d \cdot 0 + e = 0 \quad \Rightarrow \quad e = 0$

$f'(0) = 4a \cdot 0^3 + 3b \cdot 0^2 + 2c \cdot 0 + d = 1{,}5 \quad \Rightarrow \quad d = 1{,}5$

$f''(9) = 12a \cdot 9^2 + 6b \cdot 9 + 2c = 0 \quad \Rightarrow \quad 972a + 54b + 2c = 0$

$f'(3) = 4a \cdot 3^3 + 3b \cdot 3^2 + 2c \cdot 3 + d = 0 \quad \Rightarrow \quad 108a + 27b + 6c + d = 0$

$f(3) = a \cdot 3^4 + b \cdot 3^3 + c \cdot 3^2 + d \cdot 3 + e = 5 \quad \Rightarrow \quad 81a + 27b + 9c + 3d + e = 5$

Damit folgt die Zuordnung der Gleichungen aus der Aufgabenstellung:

Gleichung I $\Rightarrow$ Die maximale Länge hatte der Stau um 9:00 Uhr erreicht.
Gleichung II $\Rightarrow$ Um 15:00 Uhr wuchs die Staulänge am schnellsten an.
Gleichung III $\Rightarrow$ Um 9:00 Uhr war der Stau 5 Kilometer lang.
Gleichung IV $\Rightarrow$ Die Staulänge wuchs um 6:00 Uhr um 1,5 km pro Stunde an.
Gleichung V $\Rightarrow$ Der Stau bildete sich ab 6:00 Uhr.

2.1.3 Mit dem WTR ergeben sich für die Gleichungen aus Teilaufgabe 2.1.2:

$a=\frac{29}{1998};\quad b=-\frac{581}{1998}\ ;\quad c=\frac{59}{74};\quad d=1{,}5;\quad e=0$

Mit diesen Ergebnissen gilt:

$f(x)=\frac{29}{1998}x^4-\frac{581}{1998}x^3+\frac{59}{74}x^2+1{,}5x$

2.2.1 Der Graph hat eine erste Nullstelle bei etwa $t=6$. Der Graph steigt bis zum Maximum bei etwa $t=8{,}5$ (Staulänge ca. 6 km). Dann fällt der Graph bis zu seinem Tiefpunkt bei etwa $t=13$ (Staulänge ca. 2 km). Dazwischen liegt ein Wendepunkt bei etwa $t=10{,}5$. Über einen weiteren Wendepunkt bei etwa $t=15$ steigt der Graph nun wieder bis zum zweiten Maximum bei etwa $t=17$ (Staulänge ca. 4,5 km). Danach fällt der Graph bis zur zweiten Nullstelle bei etwa $t=19$.

Mögliche Deutung im Sachkontext mit einem Werktag als Grundlage für die Entwicklung des Verkehrs:
Der Stau entwickelt sich zu Beginn des morgendlichen Berufsverkehrs ab ca. 6:00 Uhr und hat zu Arbeits-/Schulbeginn um 8:30 Uhr seine maximale Länge von ca. 6 km erreicht. Da danach die Menschen zum Großteil auf der Arbeit/in der Schule sind, sinkt das Verkehrsaufkommen bis zur Mittagszeit. Der Stau hat um 13:00 Uhr nur noch eine Länge von ca. 2 km. Danach setzt die „nach Hause-Bewegung" nach der Schule und der Arbeit langsam ein, bis sich zur Feierabendzeit um etwa 17:00 Uhr wieder eine maximale Staulänge von ca. 4,5 km ergibt. Mit fortschreitender Zeit nimmt die Staulänge immer weiter ab. Nach 19:00 Uhr ist kein Stau mehr festzustellen.

2.2.2 Es muss bestätigt werden, dass um 6:15 Uhr und um 19:00 Uhr die Staulänge 0 km beträgt. Aufgrund des Operators „bestätigen" reicht es, $t=6{,}25$ (entspricht 6:15 Uhr) und $t=19$ (19:00 Uhr) in die Funktion $L(t)$ einzusetzen und zu prüfen, ob in beiden Fällen der Wert null herauskommt.

$$L(6{,}25)=-0{,}01\cdot 6{,}25^4+0{,}5125\cdot 6{,}25^3-9{,}4925\cdot 6{,}25^2+74{,}81\cdot 6{,}25-206{,}625=0$$

$$L(19)=-0{,}01\cdot 19^4+0{,}5125\cdot 19^3-9{,}4925\cdot 19^2+74{,}81\cdot 19-206{,}625=0$$

Somit ist der Sachverhalt bestätigt.

2.2.3 Die notwendige Bedingung für die Existenz eines Extrempunktes ist $f'(x)=0$, die hinreichende Bedingung ist $f''(x)\neq 0$ und $f''(x)>0$ für einen Tiefpunkt und $f''(x)<0$ für einen Hochpunkt.
Für die ersten beiden Ableitungen von $L(t)$ gilt:

$L'(t)=-0{,}04t^3+1{,}5375t^2-18{,}985t+74{,}81$

$L''(t)=-0{,}12t^2+3{,}075t-18{,}985$