

# Inhalt

Vorwort.....	9
Dank.....	11
1 Einleitung .....	15
1.1 Kombinationstöne und die musikalisch-harmonikale Betrachtungsweise .....	15
1.2 Ausgangslage dieser Forschungsarbeit, Bedeutung und Ziel.....	20
1.3 Forschungsfragen und Methoden.....	30
2 Grundlagen.....	35
2.1 Entdeckung des Phänomens .....	35
2.2 Kombinationstöne und reine Intervalle.....	43
2.3 Kombinationstonreihe.....	54
2.4 Einfache und komplexe Schwingungsverhältnisse.....	58
3 Tartinis »terzo suono« .....	61
3.1 Der »Tartini-Ton«.....	61
3.2 Tartinis Formeln aus dem Traktat (1754), der Dissertation (1767) und der Scienza platonica (ca. 1764–1770).....	64
3.3 Hinweise zu Tartinis Formeln in anderen Dokumenten.....	75
3.4 Der dritte Ton und die Koinzidenztheorie .....	95
3.5 Tartinis dritter Ton aus perzeptorischer Sicht .....	102
3.6 Michelangelo Abbado: Terzo e quarto suono.....	105
3.7 Differenzierung zwischen Differenzton und terzo suono.....	111
3.8 Entwicklung der Kombinationstonformeln bis Helmholtz.....	113

4	Systematik und Darstellungsweisen von Kombinationstönen ...	117
4.1	Grundlegendes für eine Kombinationston-Systematik .....	117
4.2	Vielfalt der Bezeichnungsweisen .....	120
4.3	Die Tonmatrix .....	134
4.4	Notenschrift .....	141
4.5	Punktreihen (Impulsketten) .....	143
4.6	Linienmodell .....	147
4.7	Klangspektrum (für die Repräsentation von extra-auralen Kombinationstönen) .....	152
4.8	Kombinationstöne und Symmetrie .....	153
4.9	Fazit zur Kombinationston-Systematik .....	161
5	Tartini und das harmonikale Denken .....	163
5.1	Einheit in der Vielheit und Vielheit in der Einheit .....	163
5.2	Das universelle harmonische Prinzip .....	167
5.3	Tartinis »scienza armonica« .....	171
6	Der Basiskombinationston .....	175
6.1	Natur des Basiskombinationstons .....	176
6.2	Terminologische Vielfalt .....	179
6.3	Tartinis basso armonico fondamentale versus Rameaus basse fondamentale .....	180
6.4	Virtuell oder real? .....	189
6.5	Neuronale Erklärungen .....	193
6.6	Erster gemeinsamer Unterton .....	200
6.7	Fazit zu den Untersuchungen zum Basiskombinationston .....	201
7	Kombinationstöne im Violinspiel .....	203
7.1	Instrumentale Realisierung der syntonischen Skala mit Kombinationstönen .....	203
7.2	Intervalle und Ideenzahlen .....	207
7.3	Kombinationstonbeobachtungen von Geigern .....	213
7.4	Ausblick: Kombinationstöne in der musikalischen Anwendung .....	226
7.5	Kombinationstöne im Violinspiel: Zusammenfassung .....	228

8	Experimente zu extra-auralen Kombinationstönen .....	229
8.1	Extra-aurale Kombinationstöne erzeugt von Streichinstrumenten .....	229
8.2	Zur Hörbarkeit extra-auraler Kombinationstöne.....	232
8.3	Synergetische Effekte durch extra-aurale Kombinationstöne.....	235
8.4	Zusammenfassung der Experimente.....	257
	Schlussbetrachtungen .....	259
	Anhang.....	265
	Ausschnitt aus Platons Politeia, Buch 7 .....	265
	Primärquellen zur Kombinationstonformel bis Helmholtz (1856).....	269
	Bibliografie .....	289
	Kurzfassung .....	311
	Abstract.....	312

# 1 Einleitung

Kombinationstöne stellen ein komplexes akustisches Phänomen dar, das Musiker und Wissenschaftler seit dreihundert Jahren beschäftigt. In der Natur der Kombinationstöne zeigt sich eine Vielschichtigkeit, die aus verschiedenen Perspektiven und mit unterschiedlichen Methoden erforscht werden kann. Dass sich der rote Faden durch diese Arbeit an Giuseppe Tartini, dem »Entdecker« der Kombinationstöne orientiert, ist kein Zufall. Denn aufgrund seiner Ausrichtung als Forscher und Musiker gibt es viele Stellen in seinem Werk, an denen ich mit eigenem harmonikalen Wissen und geigerischen Erfahrungen anknüpfen konnte.

## 1.1 Kombinationstöne und die musikalisch-harmonikale Betrachtungsweise

Tartini war nicht nur ein in ganz Europa berühmter Geiger und Komponist, sondern auch ein angesehener Pädagoge, Musiktheoretiker und auf seine eigene geniale Weise ein wahrer *Harmoniker*. Tartinis Violinschule war international bekannt und seine zahlreichen berühmten Schüler aus ganz Europa nahmen Einfluss auf das damalige Musikgeschehen.



Abb. 1, Giuseppe Tartini (1692–1770). Büste im Kreuzgang der *Basilica di Sant'Antonio* in Padova  
[Foto: A. Lohri].



Sein musikalisches System, welches er im *Trattato di musica secondo la vera scienza dell'armonia* (1754) vorstellte, begründet er größtenteils durch die physikalische Basis des von ihm beobachteten Phänomens »terzo suono« (dt. = dritter Ton). In dem 13 Jahre später erschienenen musiktheoretischen Werk *De' principj dell'armonia musicale contenuta nel diatonico genere. Dissertazione di Giuseppe Tartini*. (1767) begrenzt Tartini den Radius auf das diatonische System und argumentiert auf den drei Ebenen »fisico«, »dimostrativo« und »musicale«.<sup>1</sup> Diese drei Bereiche übersetze ich als »physikalisch«, »harmonikal« und »musikalisch«. In der *Dissertazione* steht der terzo suono noch mehr im Vordergrund als im *Trattato* und fungiert als verbindendes Glied zwischen den drei Bereichen.



Abb. 2, Tartinis Traktat aus dem Jahr 1754. Dt. Übers.: »Traktat über die Musik gemäß der wahren Wissenschaft von der Harmonie«.

Abb. 3, Tartinis Dissertation aus dem Jahr 1767. Dt. Übers.: »Über die Prinzipien der musikalischen Harmonie enthalten im diatonischen Tongeschlecht. Dissertation von Giuseppe Tartini«.

Zum einen zeugt Tartinis differenzierte Betrachtung des musikalischen Systems von einem tiefen Verständnis harmonikaler Grundlagen, zum anderen stellen seine theoretischen Werke zur Thematik der Kombinationstöne ein-

<sup>1</sup> Giuseppe Tartini, *De' principj dell'armonia musicale contenuta nel diatonico genere. Dissertazione di Giuseppe Tartini*, Padova 1767, S. 17: »[...] l'armonica natura si trova in tre generi: fisico, dimostrativo, e musicale; [...] nel puro fisico opera da se la natura, nel puro dimostrativo opera l'intelletto, nel puro musicale opera il senso, e il consenso comune.«

zigartige Quellen dar, die in ihrer Ausführlichkeit und Durchdachtheit die Überlieferungen anderer Forscher in den Schatten stellen. Tartini sah den *terzo suono* als eine physikalische Manifestation eines harmonischen Prinzips (*principio armonico*). Auch aus heutiger Sicht kann man diese Erkenntnis nicht abstreiten. Im Allgemeinen gehorchen Kombinationstöne Gesetzen, die als *harmonikal* bezeichnet werden können. Tartinis Differenzierung in die drei Betrachtungsebenen *fisico*, *dimostrativo* und *musicale* ist ein methodischer Ansatz, der für die Erforschung der Kombinationstöne im Allgemeinen hilfreich ist.

In Anlehnung an Tartini wird in dieser Arbeit versucht, seine Ansätze und Ideen mit neuen Forschungserkenntnissen in den drei Bereichen zu vergleichen und zu diskutieren. Die Lektüre der italienischen Originaltexte verdeutlicht, dass Tartini nie vollständig rezipiert wurde und seine Originalarbeiten häufig unbeachtet bleiben. Falsche Vorstellungen halten sich auch deshalb heute noch hartnäckig. Die Sprachbarriere und Tartinis eigentümlicher Schreibstil begünstigten diese Entwicklung. Es wird sich zeigen, dass Tartinis Erkenntnisse aufgrund des heutigen Forschungsstands in der Akustik in ein neues Licht gerückt werden müssen. Als Vermittler zwischen Kunst und Wissenschaft gelangte er zu Resultaten, die von einem isolierten Standpunkt aus nicht möglich gewesen wären. Dieser Aspekt in Tartinis Vorgehensweise ist ein Charakteristikum der harmonikalen Forschung. Im neueren Verständnis des harmonikalen Begriffs geht sie darüber hinaus, nur eine Proportionen- und Entsprechungslehre zu sein. Harmonik kann auch als die Verbindung verschiedener wissenschaftlicher und künstlerischer Ansätze definiert werden, die zur Erforschung eines Themas beitragen. Es geht um eine ganzheitliche Betrachtungsweise und um integrales Denken, was entgegen dem Drang nach Spezialisierung in der heutigen Zeit wieder an Bedeutung gewinnt.

Die harmonikale Forschung blickt auf eine lange Tradition zurück,<sup>2</sup> was sie nicht etwa zu einer altmodischen oder überholten Wissenschaft macht, sondern im Gegenteil: Erkenntnisse aus der Harmonik haben kein vorprogrammiertes ›Ablaufdatum‹, da sie grundsätzlich nicht auf Axiome und Theorien aufbaut, die nur dem menschlichen Intellekt entspringen, sondern harmonikale Erkenntnisse sind typischerweise mit einer sinnlichen Wahrnehmung gekoppelt, auf die der Mensch keinen Einfluss nehmen kann.

Die Harmonik als Lehre nimmt ihren Anfang vor rund 2.500 Jahren, als Pythagoras und sein Kreis den Zusammenhang zwischen Ton und Zahl entdeckten. Musik und Mathematik galten schon in der Antike als Schwesternwissenschaften: Intervalle sind nicht nur Tonabstände, sondern ihre spezifische

---

<sup>2</sup> Siehe Rudolf Haase, *Geschichte des Harmonikalen Pythagoreismus*, Wien 2007.

## 2 Grundlagen

Dieses Kapitel stellt die Kernproblematiken dieser Arbeit auf ein theoretisches Fundament und definiert die wichtigsten Begriffe, die in der musikalisch-harmonikalischen Auseinandersetzung relevant sind. Begonnen mit Ausführungen zur Entdeckung des Phänomens werden in den folgenden Abschnitten die Grundlagen besprochen, die auf die Untersuchungen zur historischen Entwicklung der Kombinationstöne und Tartinis Konzept des *terzo suono* (Kapitel 3) vorbereiten.

### 2.1 Entdeckung des Phänomens

Wie bereits einleitend erwähnt, wird die Entdeckung der Kombinationstöne Tartini zugeschrieben und geht auf das Jahr 1714 zurück. Diese Datierung ist aufgrund folgender Textstelle aus *De'principj dell'armonia musicale contenuta nel diatonico genere* möglich:

»Im Jahre 1714, als Jüngling von zirka 22 Jahren, entdeckte er [der Autor Tartini] dieses Phänomen auf der Violine dank einer glücklichen Fügung in Ancona, wo nicht wenige erinnerungswürdige Zeugen immer noch leben. Seither macht er dieses Phänomen publik ohne Vorbehalte, und ohne gegenüber Violinprofessoren ein Geheimnis daraus zu machen. Er macht es für die Zöglinge seiner Schule, die im Jahre 1728 in Padova gegründet wurde und wo sie immer noch existiert, zur fundamentalen Regel für die perfekte Einstimmung; und dadurch breitet sich die Nachricht über dieses Phänomen in ganz Europa aus. 1754 publiziert er sein Musiktraktat, in welchem dieses Phänomen im ersten Kapitel erwähnt wird. Er nennt es zum physikalischen Hauptfundament seines Systems und aus Bescheidenheit rühmt er sich nicht als Entdecker. Was folgt daraus? Ausländische angesehene Autoren wollen den Ruhm der Entdeckung ihrer eigenen Nation zueignen [...].«

»Nell'anno 1714, giovine di anni 22, incirca scopre fortunatamente sul Violino questo fenomeno in Ancona, dove non pochi ricordevoli testimonj sopravvivono ancora. Lo comunica fin da quel tempo senza riserva, e mistero ai Professori di Violino. Lo fa regola fondamentale di perfetto accordo per i Giovani della sua scuola nell'anno 1728 incominciata in Padova, dove ancora sussiste; e con ciò si diffonde la notizia del fenomeno per tutta Europa. Pubblica nel 1754 il suo trattato di musica, in cui enuncia questo fenomeno nel Capitolo primo, lo costituisce fisico principal fondamento del suo sistema, e per modestia non si vanta autore della scoperta. Che ne segue? Esteri accreditati Autori volendo dar l'onore della scoperta alla propria Nazione [...].«

[TARTINI 1767, *De'principj*, S. 36]

### 3 Tartinis »terzo suono«

Tartini musste sich in der Theoriebildung über den terzo suono größtenteils auf seine Intuition verlassen. Als Pionier kam er dank seiner Unvoreingenommenheit und dem Vertrauen auf sein eigenes Gefühl zu Erkenntnissen, die heute auf mehr Wertschätzung stoßen, als es bei seinen Zeitgenossen der Fall war. Seine Formeln, die er für den terzo suono aufstellte, wurden in der Vergangenheit oft kritisiert oder als falsch bezeichnet. Neue Erkenntnisse aus der Akustik geben Tartinis Ideen – dreihundert Jahre später – überraschend eine neue Perspektive.

Dieses Kapitel dient der Klärung einiger Probleme, die sich aus der ersten Forschungsfrage ergeben; es soll herausgefunden werden, ob der Differenzton  $f_1 - f_2$  mit dem terzo suono gleichgesetzt werden darf. Außerdem soll untersucht werden, inwiefern die von Tartini vorgeschlagenen Formeln mit denen anderer Gelehrter übereinstimmen. Schwerpunkt der Untersuchungen liegt auf der Zeitspanne zwischen Tartinis Entdeckung im Jahr 1714 bis zur Publikation von Helmholtz *Ueber Combinationstöne* aus dem Jahr 1856. Zu jenen Zeiten wurden Kombinationstöne grundsätzlich als ein Phänomen gesehen, das in musikalischen Zusammenhängen Bedeutung hat. Dies spiegelt sich in einer meist musikalischen Ausrichtung der Publikationen und Untersuchungen anhand von Intervallen wider, die in der Musikpraxis relevant sind.

#### 3.1 Der »Tartini-Ton«

In den meisten Abhandlungen über Kombinationstöne fällt der Name Tartini. Viele dieser Referenzen sind oberflächlich gehalten oder inadäquat interpretiert. Manche Lehrbücher oder Fachschriften stellen den Differenzton  $f_1 - f_2$  dem terzo suono gleich oder erklären diesen als ein »Verzerrungsprodukt«, erzeugt durch nichtlineare Mechanismen im Innenohr.<sup>82</sup> Solche Darstellun-

---

<sup>82</sup> Wilhelm Trendelenburg, *Die natürlichen Grundlagen der Kunst des Streichinstrumentenspiels*, Berlin 1925, S. 273: »die [...] von Tartini gefundenen Differenztöne«. An Wilhelm Trendelenburgs Handhabung, den terzo suono als einen Differenzton zu beschreiben, ist nichts auszusetzen. Die angegebenen Notenbeispiele hingegen sind problematisch. Erstens gibt er nur *einen* möglichen Differenzton pro Intervall an, zweitens entspricht dieser dem *ersten Differenzton*  $f_1 - f_2$ . — Clemens Schaefer, *Einführung in die theoretische Physik. Band 1*, Berlin 1929, S. 158: »Tatsächlich nimmt das Ohr diese Töne [2p, 2q, p+q, p-q,] wahr: der »Differenzton« ist zuerst von Tartini beobachtet worden, der »Summationston« ist zuerst aus der obigen von Helmholtz herrührenden Theorie von diesem erschlossen und dann auch von ihm beobachtet worden.« — Daniel Pickering Walker, *Studies in musical science in the late Renaissance*, Leiden 1978, S. 137f.: Walkers Annahme, dass der terzo suono von Tartini bzw. auch der »troisième son« von Serre ei-

Im letzteren dieser beiden Zitate deutet Tartini auf die »Zweideutigkeit« hin, die durch die andersartige Klangfarbe des dritten Tons entstehen kann. Aus dem Zusammenhang wird klar, dass Tartini damit auf die Schwierigkeit anspielt, den *terzo suono* eindeutig einer bestimmten Oktave zuzuordnen. Die Beobachtungen, die im Abschnitt 7.3 vorgestellt werden, bestätigen diese Ambivalenzen. Der Höreindruck konnte Tartini bei der Entscheidung, ob der dritte Ton nun in der Einheit oder bei  $1/2$  auftritt, also nur bedingt helfen.

Die besprochenen Texte zeigen, dass Tartini zur Formelbildung physikalische und geometrische Ansätze wie auch seine eigene Hörwahrnehmung in Betracht zog. Vallottis Brief ist ein Hinweis, dass der dritte Ton ursprünglich als Resonanzphänomen gedeutet wurde, das sich mit der Formel von 1767 beschreiben lässt.

### 3.3.2 Euler: *Esame del Trattato di Giuseppe Tartini* (1756)

Tartinis Traktat von 1754 wurde aufgrund seines teilweise undurchsichtigen Stils mit Skepsis aufgenommen. Seine Theorien und Ideen stießen nicht auf den Anklang, den sich Tartini erhofft hatte. Insbesondere seine Theorie vom harmonischen Kreis erntete bei Mathematikern Kritik.<sup>122</sup> Da die *terzo suono*-Formel auf dem harmonischen Kreis basierte, wurde der Formel sozusagen ihre geometrische Grundlage entzogen. Hier kam wohl der Moment, an dem Tartini sich gezwungen sah, auf seine ursprüngliche Formel für den *terzo suono* zurückzugreifen. Zu diesem Schritt dürfte der Mathematiker Leonhard Euler beigetragen haben, welcher im Jahr 1756 Tartini eine in italienischer Sprache geschriebene Kritik mit dem Titel *Esame del Trattato di Giuseppe Tartini* zukommen ließ.<sup>123</sup> Euler lobt in diesem Brief die »exzellente Beobachtung« Tartinis, welche jedoch »notwendigerweise aus den etablierten Prinzipien folge«. Euler zitiert Tartinis Erklärung zum physikalischen Ursprung des *terzo suono* und leitet fließend in seine eigenen Anschauungsmethoden über, indem er Tartinis Berechnungen in Saitenlängen in sein Denken in Schwingungszahlen oder Frequenzen überträgt. Anhand der Schwingungszahlen legt Euler seine eigene Version der Formel für den dritten Ton dar; es handelt sich dabei um einen gemeinsamen Teiler: »[...] generell erzeugen zwei Töne, aus welchen Zahlen auch immer sie bestehen, einen Ton ausgedrückt durch 1, oder durch einen gemeinsamen Teiler der beiden erste-

---

<sup>122</sup> Rubeli (1966), S. 18–31.

<sup>123</sup> Euler (1756), Abschrift davon in De Piero (2010), S. 41–44. Zur Datierung siehe S. 20. Gemäß De Piero schickte Euler, der sich dazumal in Berlin befand, das *Esame* an Giuseppe Toaldo, der es an Vallotti weiterleitete, und die Kritik so schließlich in Tartinis Hände gelangte (siehe S. 19f.).

setzte. Zudem sind alle Beispiele konsequent eine Oktave unterhalb des terzo suono von 1754 notiert. Wäre es Tartini egal gewesen, in welcher Oktave der terzo suono zu liegen kommt, hätte er kaum ein zusätzliches Basssystem eingeführt (vgl. Abb. 19).

Die ersten zwei Seiten aus Naumanns Übungsheft 2r und 2v (Abb. 19 und Abb. 20) sind von besonderem Interesse und werden im Folgenden detaillierter besprochen.

*Regola del terzo Suono*

*2. 2*

*Se il terzo suono è unisone alla nota grave dell'Alto, e per unisone*

*Se il terzo suono è in quinta della nota grave della quinta*

*Se il terzo suono è in quarta della nota grave della quarta*

*Se il terzo suono è in terza della nota grave della terza*

*Se il terzo suono è in seconda della nota grave della seconda*

*Se il terzo suono è in prima della nota grave della prima*

*Intervallo*

*Ottava quinta quarta terza seconda prima*

*Se il terzo suono è in prima della nota grave della prima*

*Se il terzo suono è in seconda della nota grave della seconda*

*Se il terzo suono è in terza della nota grave della terza*

*Se il terzo suono è in quarta della nota grave della quarta*

*Se il terzo suono è in quinta della nota grave della quinta*

*Se il terzo suono è in sesta della nota grave della sesta*

*Se il terzo suono è in settima della nota grave della settima*

*Se il terzo suono è in ottava della nota grave dell'ottava*

Abb. 19, Ausschnitt aus Johann Gottlieb Naumanns Übungsheft, datiert zwischen 1759 und 1762, Titel: *Regola del terzo Suono*, MS Add 32150, 2r. [Bild: © British Library Board].

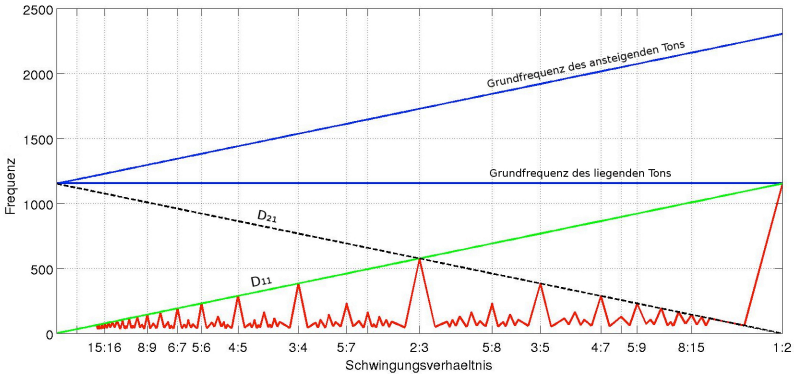


Abb. 26, Die wichtigsten Kombinationstöne für Intervalle von der Prime bis zur Oktave. Gespielte Töne blau: einer liegend, der andere kontinuierlich ansteigend bis zur Oktave, Abbados terzo suono (rot), die Differenztöne D<sub>11</sub> (grün) und D<sub>21</sub> (schwarz gestrichelt). Abbados quarto suono entspricht bis zur Quinte 2:3 dem D<sub>21</sub>, ab der Quinte bis zur Oktave dem D<sub>11</sub>.

Anmerkungen: Bei den Frequenzzahlen dieses Schemas handelt es sich nicht um die Einheit Hz.

Abbado verwendet als C die Schwingungszahl  $2^7 = 128$ .<sup>197</sup> Der liegende Ton d" erhält dadurch die Schwingungszahl 1.152. Die rote gezackte Linie repräsentiert diskrete Werte, die sich aus der Berechnung ergaben und die miteinander verbunden wurden.

Abb. 26 zeigt auf, dass bei allen wichtigen Intervallen Tartinis terzo suono von 1767 entweder mit dem D<sub>11</sub> oder mit dem D<sub>21</sub> zusammenfällt. Im Bereich zwischen 1:1 und 2:3 bildet der D<sub>11</sub> eine Tangente, welche die Spitzen der Berg- und Tallandschaft des terzo suono berührt. Im Bereich zwischen 2:3 und 1:2 ist es der D<sub>21</sub>, welcher diese Tangente bildet. Der quarto suono, von Abbado als der am besten hörbare Kombinationston beschrieben,<sup>198</sup> entspricht im Intervallbereich von 1:1 bis 2:3 dem D<sub>21</sub> und von 2:3 bis 1:2 dem D<sub>11</sub>. Die Grafik verdeutlicht auch, dass der quarto suono generell in einem günstigeren Hörbereich liegt als der terzo suono.

Abbados Untersuchungen zeigen, wie die Differenzierung zwischen terzo suono, Differenzton und seinem eigenen Begriff eines quarto suono vorge-

<sup>197</sup> Vgl. Abbado (1970), S. 107, 118 und 133ff.

<sup>198</sup> op. cit., S. 129: »Circa l'udibilità del terzo suono, non bisogna però dimenticare che spesso la sua frequenza è così bassa da non permettere né all'orecchio umano né ai registratori elettromagnetici di percepirne la esistenza; mentre risulta molto più facile udire suoni più acuti, come quello ch'io ho definito quarto suono.«, S. 136: »Dal primo diagramma risulta chiaramente quale importanza pratica può assumere il quarto suono, qualora si rinforzi la sua intensità, dato che esso è sempre collocato in zona udibile, nelle vicinanze del bicordo eseguito.«, S. 142: »Spesso il quarto suono è più facilmente udibile del terzo suono, specie quando questo è regalato nel registro più grave.«

nommen werden kann. Seine Resultate sind eine wichtige Grundlage für die Schlussfolgerungen des nächsten Abschnitts.

### 3.7 Differenzierung zwischen Differenzton und terzo suono

Ausgangspunkt zur Untersuchung von Tartinis Formeln bildete der unklare Gebrauch des Terminus Differenzton im Zusammenhang mit Tartinis terzo suono. Um diese Situation zu verbessern, sollte folgenden Punkten Beachtung geschenkt werden:

1) Die Untersuchungen in diesem Kapitel führen zum Ergebnis, dass der Terminus terzo suono nur für den Basiskombinationston oder seine obere Oktave eingesetzt werden kann. Nur diese beiden Kombinationstöne wurden von Tartini beschrieben (siehe Abb. 13). Abb. 27 zeigt, dass der Differenzton  $f_1 - f_2$ , welcher meist als *der* Differenzton, erster Differenzton oder Differenzton erster oder zweiter Ordnung bezeichnet wird, nicht in allen Fällen mit einer der Tartinischen Formeln deckungsgleich ist (z. B. beim Intervall 5:8).

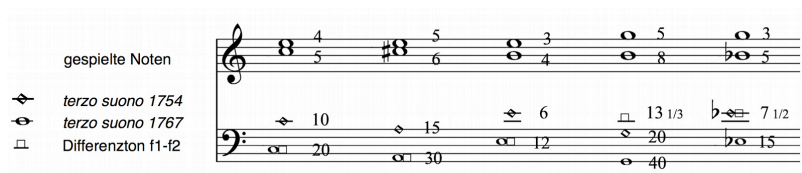


Abb. 27, Gegenüberstellung von Tartinis Formeln und dem Differenzton  $f_1 - f_2$ . Dies ist eine Abschrift von Beispielen aus Tartinis *Trattato*, S. 14. Die Zahlen entsprechen Saitenlängen.

Einige Autoren berechnen den terzo suono, indem sie die Frequenzen der Primärtöne subtrahieren (Differenzton  $f_1 - f_2$ ). Diese Vorgehensweise sollte nur mit Vorbehalt gewählt werden; für überteilige Verhältnisse vom Typus  $n : (n + 1)$  führt sie tatsächlich zu einem Resultat, das mit Tartinis Formel von 1767 übereinstimmt. Bei allen anderen Intervallen bedarf es jedoch einer differenzierteren Verfahrensweise. Der terzo suono entspricht laut Tartinis Formeln immer der harmonischen Einheit (1767) oder der Oktave derselben (1754). Ohne Bezug zu Tartinis Schriften kann der Terminus terzo suono zu Missverständnissen führen.

2) Allein der Terminus Differenzton wird je nach Fachgebiet mit unterschiedlichen Bedeutungen konnotiert. Es muss also zuerst geklärt werden, was überhaupt mit »Differenzton« gemeint ist. Schlussendlich können *alle* Kombinationstöne, zumindest aus mathematischer Sicht, auch als Differenz-töne bezeichnet werden. In der Übersetzung von der Theorie in die Praxis, insbesondere für die Berechnung der Kombinationstöne, ist dieser Diskurs



## 4 Systematik und Darstellungsweisen von Kombinationstönen

Mit der Entdeckung und Beschreibung mehrfacher Kombinationstöne und unterschiedlicher Ursprungstheorien entstand parallel eine Systematik, um die Phänomene zu durchleuchten und einordnen zu können. Dieses Kapitel stellt eine Vielfalt an Darstellungsweisen und Ordnungssystemen der Kombinationstöne vor, die je nach Fachbereich für unterschiedliche Zwecke eingesetzt werden. Der Überblick über verschiedene Konzepte und Methoden zur Darstellung der Kombinationstöne ermöglicht nicht zuletzt eine Definition der Berührungspunkte und Diskrepanzen, die sich zwischen heutigen Ansätzen und denen von Tartini ergeben.

### 4.1 Grundlegendes für eine Kombinationston-Systematik

#### 4.1.1 Einfache und zusammengesetzte Schwingungen

In der Systematisierung von Kombinationstönen gibt es grundsätzlich zwei Ansätze, die klar zu unterscheiden sind: Entweder man geht von Sinusschwingungen aus oder von zusammengesetzten Schwingungen (mit Obertönen). In beiden Fällen werden die beiden Töne des Ausgangsintervalls in der Literatur als Primärtöne bezeichnet. Dabei muss also beachtet werden, dass im ersten Fall ein Primärton aus nur einer Frequenz besteht. Im zweiten Fall hingegen besteht der Primärton aus einer Reihe von Schwingungen, die den ganzzahligen Vielfachen der Grundfrequenz entsprechen. Im musikalischen Kontext ist mit Primärton normalerweise ein natürlicher, teiltonreicher Ton gemeint. Schon Stumpf sah die Notwendigkeit, den Begriff der Primärtöne, in seiner Benennung »Primärklänge«, zu klären. Im zweiten Band seiner *Tonpsychologie* von 1890 differenziert er beide Fälle und verwendet zur Unterscheidung die Ausdrücke »einfache Primärklänge« (bei zwei Sinustönen) und »zusammengesetzte Primärklänge« (bei zwei komplexen Tönen).<sup>204</sup> Diese grundlegend verschiedene Ausgangssituation wird in den meisten Publikationen über Kombinationstöne nicht klar dargelegt, da es im Fachgebiet intern meist eindeutig ist, ob mit Sinustönen oder natürlichen, teiltonreichen Tönen gearbeitet wird. Im interdisziplinären Austausch jedoch führen gerade solche Details früher oder später zu Missverständnissen.

Helmholtz war der erste Wissenschaftler, welcher seine Kombinationstheorie auf Basis von »einfachen Tönen« stellte.<sup>205</sup> Arbeitet man mit »zu-

---

<sup>204</sup> Stumpf (1890), S. 243, Anmerkung.

<sup>205</sup> Helmholtz (1856), S. 501: »Um sich vom Einflusse der Obertöne frei zu machen, und wo möglich regelmässige Resultate zu erhalten, schien es mir daher nothwendig zu

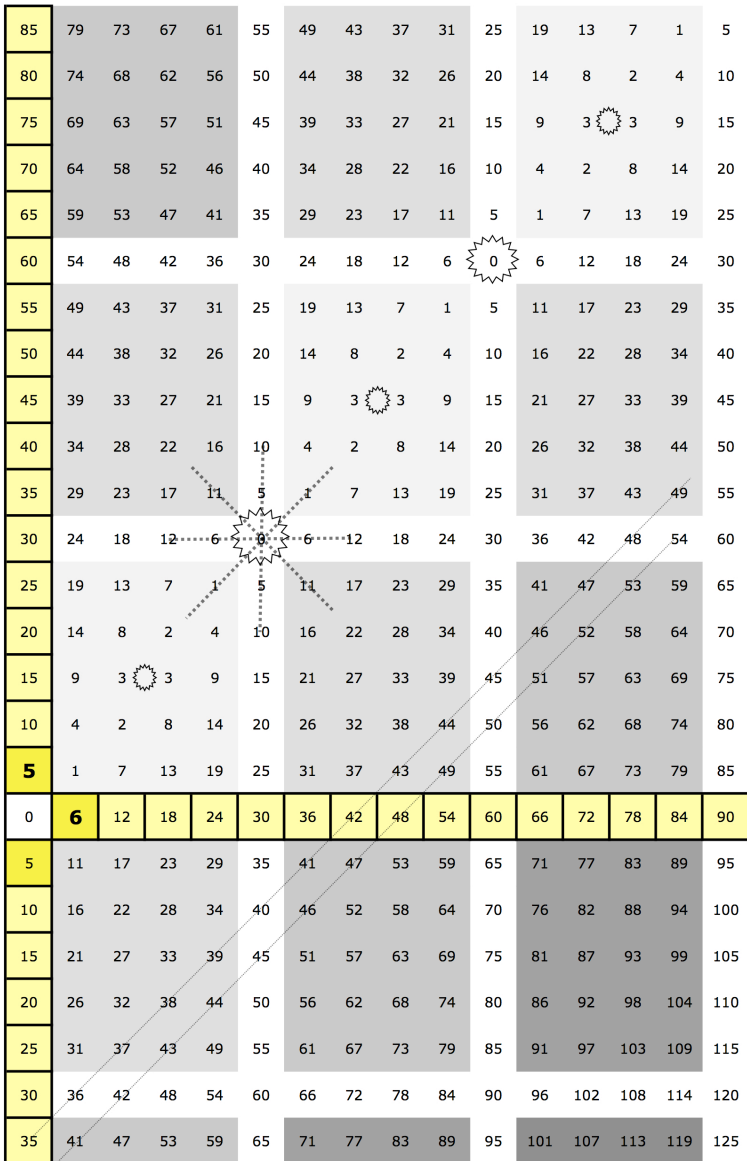


Abb. 50, Vertikal und horizontal, mit Rahmen versehen, die Grundfrequenzen  $K_{01}$  und  $K_{10}$  mit deren Partialtonreihen, welche sich theoretisch ins Unendliche fortsetzen. Kombinationstöne, welche mit Partialtönen von A oder B zusammenfallen, sind auf weißen Flächen dargestellt. Im oberen Quadranten befinden sich Differenzfrequenzen, im unteren Summationsfrequenzen. Die Sternformen kennzeichnen Symmetriepunkte, die punktsymmetrisch ausstrahlen.

## 5 Tartini und das harmonikale Denken

Tartini hatte eine ganzheitliche, unkonventionelle Denkweise, in der philosophische Gedanken in musikalisch-praktische Anschauungsweisen einfließen. Mögen sich einige seiner Ideen als spekulativ oder mathematisch falsch erwiesen haben, so sind viele seiner Ansätze heute aktueller denn je. Tartini war ein von Intuition geleiteter Querdenker und hatte eine exzellente Beobachtungsgabe. In seinen drei Büchern sind einige scharfsinnige Überlegungen zum harmonischen Prinzip zu finden, welche in Kombination mit dem heutigen Wissensstand in der Musiktheorie, Akustik und den Hörtheorien Neuinterpretationen zulassen und von der Aktualität seiner harmonikalen Ideen zeugen.

### 5.1 Einheit in der Vielheit und Vielheit in der Einheit

Nach einer kurzen Einführung zum Obertonphänomen kommt Tartini im ersten Kapitel seines *Trattato* auf eine Beobachtung auf der Orgel zu sprechen. Wenn Töne, die in harmonischen Proportionen angeordnet sind, gleichzeitig gespielt würden, werde die »Vielzahl« an Tönen jedoch nur als ein einziger Ton wahrgenommen. Dieser Ton sei der tiefste Ton dieser Reihe und entspreche der »Einheit«.

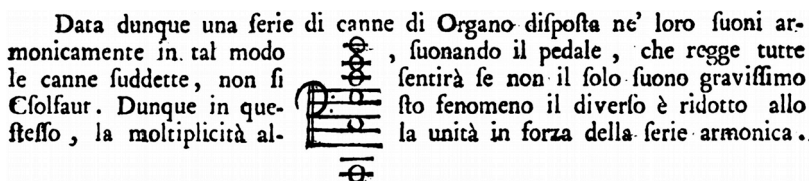


Abb. 56, TARTINI 1754, *Trattato*, S. 12.

Sei also eine Reihe von Orgelpfeifen, die in ihren Tönen auf solche Weise harmonisch angeordnet ist [...] wenn man das Pedal anschlägt, das die obgenannten Töne steuert, so wird man nur den einzigen tiefsten Ton C hören. In diesem Phänomen ist also, kraft der harmonischen Reihe, die Verschiedenheit auf die Gleichheit, die Vielzahl auf die Einheit reduziert.

(Übersetzung von Daniel Muzzulini)<sup>273</sup>

<sup>273</sup> Muzzulini (2004), S. 144.

## 6 Der Basiskombinationston

Der Basiskombinationston, der bei einem teilerfremden ganzzahligen Schwingungsverhältnis immer durch die Proportionszahl 1 ausgedrückt werden kann, hat theoretisch und praktisch einen besonderen Stellenwert. Bezogen auf Tartini ist der Basiskombinationston einer eingehenderen Besprechung würdig, da er mit dem *terzo suono* von 1767 übereinstimmt. In der modernen Hörtheorie wird der Basiskombinationston debattiert, da sich in ihm mindestens zwei Phänomene verschiedenen Ursprungs treffen.

Welche Wirkung der Basiskombinationston in der Musik ausübt, verdeutlicht Romieu in *Nouvelle Découverte des Sons Harmoniques Graves* (1752). Er weist darauf hin, dass der Basiskombinationston (*l'Harmonique grave*) Akkorden ein naturgewolltes harmonisches Fundament gebe.

»Wenn der Akkord aus Konsonanzen gebildet ist, die nicht harmonisch sind oder sogar aus den rauhesten Dissonanzen; sie lösen sich in ihr Fundament auf und lassen im *Harmonique grave* einen Ton hören, der mit den Tönen des Akkords immer ein harmonisches Intervall bildet, das an Annehmlichkeit, wie man weiß, alles übertrifft, was die Harmonie zu bieten hat.«

»Si l'Accord est formé de consonances qui ne soient point harmoniques, ou de dissonances même le plus dures; elles se résolvent en leur fondement, & font entendre dans l'Harmonique grave, un Son qui fait toujours avec ceux de l'Accord un intervalle harmonique, dont l'agrément est, comme l'on sçait, supérieure à tout ce que l'Harmonie peut nous faire goûter.«

[ROMIEU 1752, *Nouvelle Découverte*, S. 86]

Aus dieser Beschreibung geht hervor, dass selbst Dissonanzen wieder zu ihrem harmonischen Fundament zurückfinden, indem sie einen hörbaren Basiskombinationston bilden. Wie auch Tartini wieder und wieder in seinen Schriften erwähnt, ist das Phänomen unabhängig von »menschlicher Willkür« und »von der Natur und nicht von der Kunst kommend«.<sup>300</sup> Die vielseitigen Aspekte dieses Kombinationstons werden im Folgenden untersucht.

---

<sup>300</sup> Tartini (1767), S. 37.

»Meine kleinen Sonaten für Violine allein, die ich dorthin [nach Berlin] schickte, haben einen Bass, [nur] weil es sich zierte. Besonderheiten, von denen ich Ihnen vorher noch nichts erwähnt habe. Ich spiele sie ohne Bass, und dies ist meine eigentliche Absicht.«

»Le piccole sonate mie a Violino solo mandate costà hanno il basso per cerimonia: particolarità, che non le scrissi. Io le suono senza bassetto, e questa è la mia vera intenzione.«

[TARTINI 1750, *Lettera al Conte Francesco Algarotti*]<sup>318</sup>



Abb. 58, Für mehr als einen Drittel der *Piccole Sonate* notierte Tartini keine Bassstimme. Entweder ließ er ein leeres Notensystem frei, damit die Bassstimme nachträglich gesetzt werden konnte, oder er sah ganz von der Platzaussparung für eine Bassstimme ab. Hier das *Andante cantabile* aus der Sonate XVI aus dem Manuskript Ms. 1888, S. 51 [Quelle: Facsimile, BRAINARD 1976.

© Mit freundlicher Genehmigung CARISCH The Music Sales Group].

Die 26 *Piccole Sonate* sind kurze Stücke, entweder für *violino solo* oder für *violino e basso* (Violoncello oder Cembalo).<sup>319</sup> Das Autograph Ms. 1888<sup>320</sup> zeigt die Besonderheit auf, dass mehr als ein Drittel dieser Sonaten keine Bassbegleitung aufweisen. Manchmal ist nicht einmal Platz vorgesehen, dass eine Bassstimme noch nachträglich eingetragen werden könnte. Ein Großteil dieser Sonaten ist zweistimmig gesetzt und muss vom Geiger mit Doppelgriffen oder zwei Saiten simultan gespielt werden. Die Zweiklänge erzeugen einen *terzo suono* als ihren basso armonico. Tartini schien es in den *Piccole Sonate*

»Molto spesso infatti il basso è la risultante delle doppie corde del Violino secondo la sua teoria di acustica.«

<sup>318</sup> Abdruck des Originalbriefs und Abschrift des obigen Zitats in: Brainard (1976), S. 20f.

<sup>319</sup> Siehe Guglielmo (1970).

<sup>320</sup> Aufbewahrt im Archivio Musicale der Basilica del Santo in Padova. Facsimile: Brainard (1976).

## 7 Kombinationstöne im Violinspiel

Um den praktischen Sinn und Zweck dieser Forschungsarbeit zu verdeutlichen, wurde dieses Kapitel praxisrelevanten Fragen gewidmet, die im Violinspiel auftreten. Es wird gezeigt, wie hier über die Feinheit des Hörsinns geforscht werden kann. Durch die Analyse eigener und fremder Wahrnehmungen wird eine Bestandsaufnahme durchgeführt, wie sich Theorie und Praxis zueinander verhalten. Auch hier spannt sich der Bogen von Tartinis Methoden bis hin zu heutigen Anschauungen.

### 7.1 Instrumentale Realisierung der syntonischen Skala mit Kombinationstönen

Für Tartini sind die praktischen Aspekte des *terzo suono* gleichermaßen bedeutungsvoll wie die theoretischen und philosophischen:

»Wenn ich auf meiner Geige Doppelgriffe spiele, kann ich die Form des Intervalls physikalisch erfahren. Beweis und physikalisches Zeichen dafür ist der dritte Ton, welcher auftreten muss. So haben ich und meine Schüler den Vorteil einer sicheren Intonation und folglich den Vorteil der Anwendung der oben genannten [syntonisch-diatonischen] Skala in Präzision von Verhältnissen.«

»Io nel mio violino, dove suonando a doppia corda posso incontrare fisicamente la forma dell'intervallo, di cui è segno fisico dimostrativo il tal terzo suono, che deve risultare, ho il vantaggio per me, e per i miei scolari della sicura intonazione, e in conseguenza dell'uso reale della scala suddetta in precisione di ragioni.«

[TARTINI 1754, *Trattato*, S. 100]

Tartini hält fest, dass die syntonisch-diatonische Skala (*scala diatonica sintona*<sup>368</sup>) durch ihre einfachen und präzise festgelegten Schwingungsverhältnisse den Vorteil bietet, sich über das Gehör realisieren zu lassen.

»Es ist physikalisch sicher, dass das durchschnittlich musikalische Ohr es schafft, die Intonation aller Tonkombinationen, die im diatonischen Geschlecht vorkommen, klar zu unterscheiden.«

»E'fisicamente certo, che il comune udito musicale arriva a distinguere chiaramente la sua intonazione in tutte le combinazioni di due suoni del Diatonico genere.«

[TARTINI 1767, *De'principi*, S. 5]

---

<sup>368</sup> Tartini (1754), S. 77 und 99.

Variante 1

Ausführung, Wahrnehmung und Notation: Angela Lohri

Violine: Chipot-Vuillaume (Paris ca. 1925)

Besetzung: G, D, A Darmsaiten "Pirastro Oliv" mittel + E Stahlsaiten Pirastro Eva Pirazzi silber mittel

Bogen: Hermann Richard Pfretzschner



Variante 2

Ausführung, Wahrnehmung und Notation: Angela Lohri

Violine: Claude Lebet (Rom, 2003), Kopie der Stradivari „Yousoupov-Visson“

Besetzung: G, D, A, E Stahlsaiten Prim mittel

Bogen: Hermann Richard Pfretzschner



Keine Daten.

Variante 3

Ausführung, Wahrnehmung und Notation: Angela Lohri

Violine: Claude Lebet (Rom, 2003), Kopie der Stradivari „Youssupov-Visson“

Besaitung: G (steif 15 1/2), D (steif 16 3/4), A (13 1/2) Darmsaiten Pirastro Oliv + E-Saite Naturdarm (13 1/2) Dlugolecki

Bogen: Hermann Richard Pfretzschner

1:1

15:16

8:9

7:6

5:6

4:5

3:4

5:7

32:45

7:10

2:3

5:8

3:5

4:7

5:9

8:15

1:2

- \* Flattern, welches mit Verändern der Fingerposition langsamer bzw. schneller wird.
- \*\* Justierung des Intervalls über das Gehör unmöglich, weil Kombinationstöne zu undeutlich.
- \*\* Schwach, eher schon ein Pulsieren, Höhe des Kombinationstons ändert sich sehr rasch.

Abb. 72, Dieselbe Bordunskala auf Basis von a' gespielt unter drei verschiedenen Bedingungen (Varianten 1, 2 und 3). Bei den Kombinationstönen wurden keine Kommazeichen addiert.



## 8 Experimente zu extra-auralen Kombinationstönen

Seit Mitte des 20. Jahrhunderts legt die Hörforschung das Augenmerk immer mehr auf die intra-auralen Kombinationstöne. Extra-aurale Kombinationstöne wurden wenig diskutiert.<sup>400</sup> In Anbetracht der Bedeutung der Kombinationstöne im Geigenspiel stellte sich die Frage, ob Kombinationstöne auch messbar im Instrument auftreten – zusätzlich zu den intra-auralen Kombinationstönen, die durch physiologische Vorgänge entstehen. Nicht zuletzt Tartinis Überzeugung, dass der dritte Ton ein physikalisches Phänomen sei, erforderte eine genauere Untersuchung dieses Gegenstands. Anzumerken ist, dass ein Teil der Untersuchungsergebnisse bereits publiziert wurde.<sup>401</sup> Aus diesem Grund werden in diesem Kapitel vorwiegend die Resultate besprochen, die seither neu hinzugekommen sind.

### 8.1 Extra-aurale Kombinationstöne erzeugt von Streichinstrumenten

Um herauszufinden, ob und in welchem Ausmaß extra-aurale Kombinationstöne in Streichinstrumenten entstehen, wurden im Zeitraum 2009 bis 2011 am Institut für musikalische Akustik an der Universität für Musik und darstellende Kunst Wien Messungen von Streichinstrumentenklängen durchgeführt. Im reflexionsarmen Raum des Instituts spielten professionelle Streicher möglichst reine, ausgehaltene Zweiklänge, die mit einem Mikrofon (Roga RG-50) in ca. 50 cm Abstand von den f-Löchern aufgenommen wurden. Dann wurde mit einer Fast-Fourier-Transformation ihr spektraler Aufbau errechnet. Messbare Kombinationstöne traten bei allen drei untersuchten Instrumententypen auf (Violine, Viola, Violoncello). Die folgende Grafik zeigt die Spektren von einem Zweiklang mit dem Schwingungsverhältnis 5:8, was dem Intervall der kleinen Sexte entspricht (a'-f'). Um vergleichbare Bedingungen herzustellen, wurde diese Sexte auf allen drei Instrumenten auf den oberen beiden Saiten gespielt (leere untere Saite als Referenzton, obere Saite verkürzt durch das Aufsetzen eines Fingers).

---

<sup>400</sup> Die letzte umfangreiche, mir bekannte Untersuchung zu »objektiven Kombinationstönen« stammt von Waetzmann (1913).

<sup>401</sup> Angela Lohri, Sandra Carral & Vasileios Chatziioannou, »Combination Tones in Violins«, in: *Archives of Acoustics*, Band 36, Heft 4, 2011 und Angela Lohri, Sandra Carral & Vasileios Chatziioannou, »Combination tones in violins«, in: *Proceedings of the Second Vienna Talk »Bridging the Gaps«*, hrsg. von Werner Goebel, Universität für Musik und darstellende Kunst Wien 2010.

## 8.1 Extra-aurale Kombinationstöne erzeugt von Streichinstrumenten

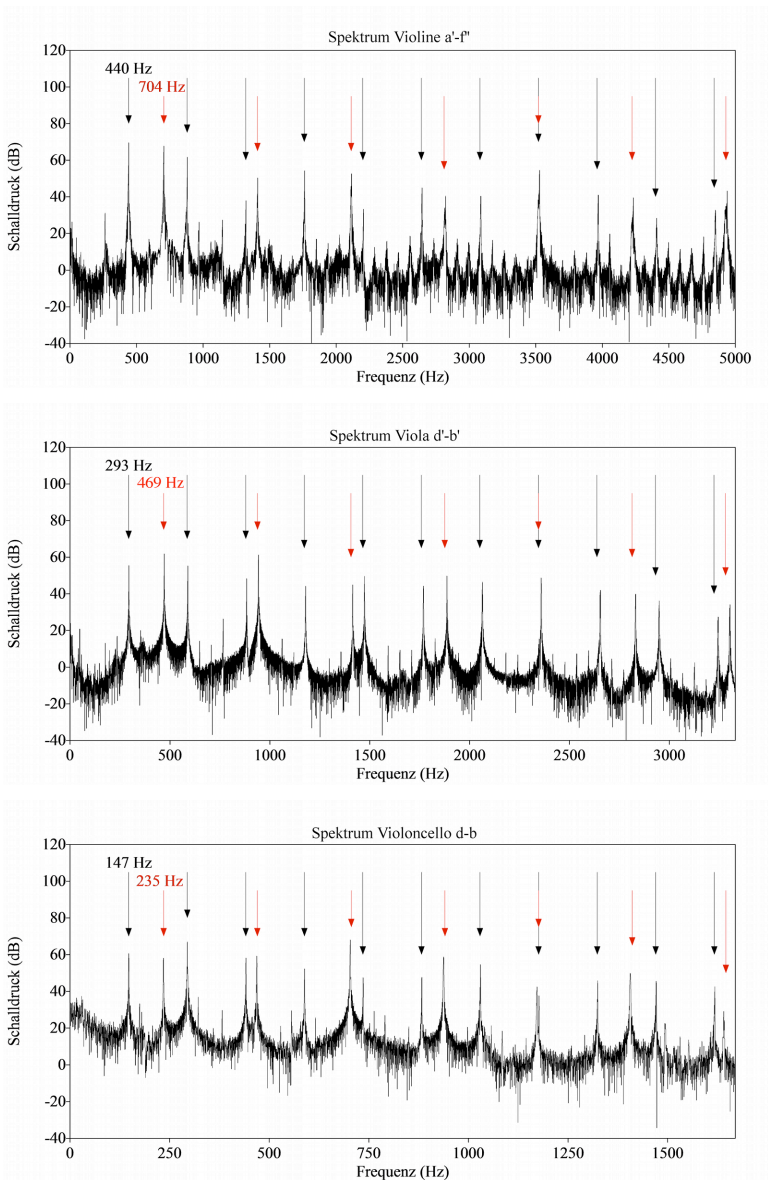


Abb. 73. Extra-aurale Kombinationstöne erzeugt durch Zweiklänge mit dem Schwingungsverhältnis 5:8, gespielt jeweils auf den beiden obersten Saiten einer Violine, einer Viola und einem Violoncello (Violine: a' und f'', Viola: d' und b', Violoncello: d und b). Die Frequenzen der bezeichneten Obertöne wurden auf einen ganzzahligen Wert gerundet.

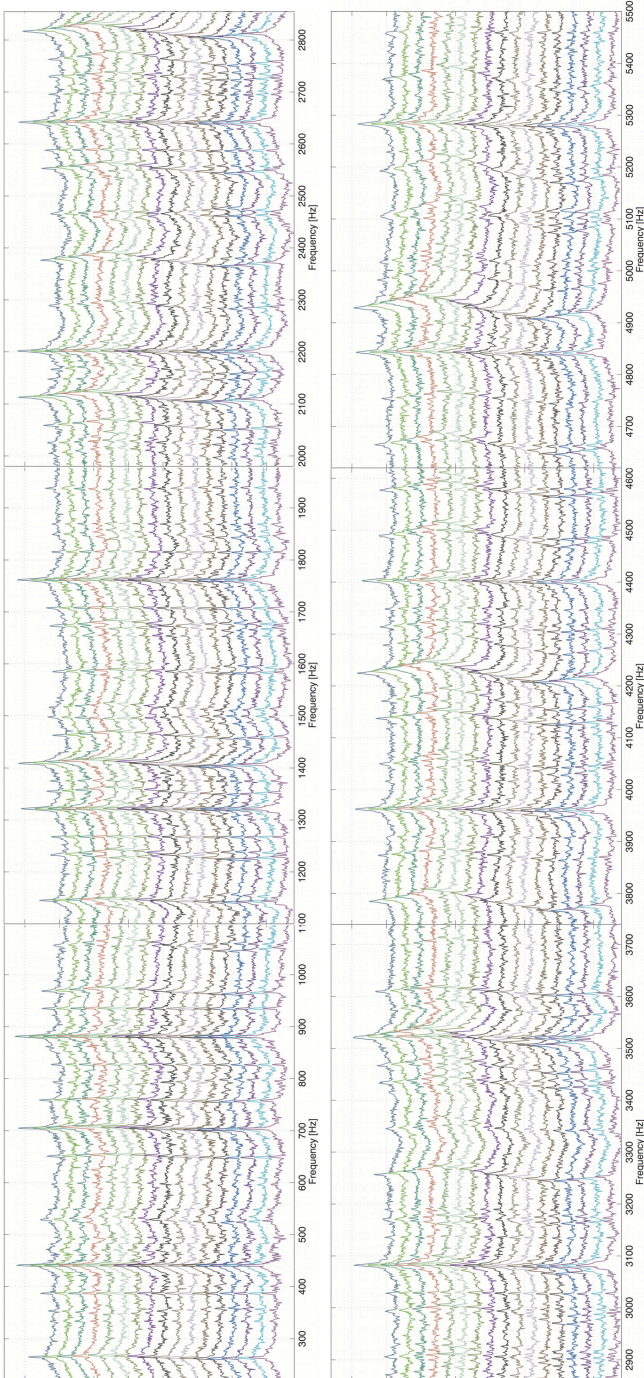


Abb. 91, Dasselbe Spektrum wie in Abb. 90, jedoch zur detaillierteren Ansicht aufgesplittet in zwei Bahnen. Die 88 Hz-Abstände der extra-auralen Kombinationstöne sind z. B. im Bereich zwischen den Teilrönen 4400 und 4840 Hz besonders deutlich erkennbar (4488, 4576, 4664 und 4752 Hz). In den Bereichen zwischen 600 und 1000 Hz, 1200 und 1500 Hz oder 2500 und 3200 Hz sind Kombinationstöne in engeren Abständen sichtbar, wobei sie aber ebenfalls nicht willkürlich, sondern in einer gewissen Ordnung auftreten, die es genauer zu untersuchen gälte.

## Kurzfassung

Kombinationstöne stellen ein komplexes akustisches Phänomen dar, das Musiker und Wissenschaftler seit dreihundert Jahren beschäftigt. Ab dem 19. Jahrhundert verlagerte sich die Kombinationstonforschung zunehmend in die sich spezialisierenden Zweige der Akustik. Der direkte Bezug zu Fragestellungen aus der Musik ließ nach. Die heute verfügbaren Grundlagen zu Kombinationstönen sind dadurch für den musikalischen Gebrauch nur unter Vorbehalt verwendbar.

Der Geiger und Komponist Giuseppe Tartini, der das Phänomen ab 1714 umfassend untersuchte, wird in der Kombinationstonliteratur oft zitiert – wenn auch teilweise auf oberflächliche Art und Weise. Diese Untersuchung zeigt, wie Tartinis »terzo suono« (»dritter Ton«) im Lichte des damaligen und heutigen Forschungsstands verstanden werden kann. Die Analyse der Primärquellen seit Tartini bis zur Mitte des 19. Jahrhunderts schaffen die nötige Basis für weiterführende Fragestellungen. Es werden Aspekte zur Entwicklung der Formeln, zur Systematik und zur Perzeption der Kombinationstöne untersucht. Ein weiterer Bestandteil sind auf Streichinstrumenten durchgeführte Experimente zu Kombinationstönen, deren Ursprung außerhalb des Hörorgans liegt.

Was die vorliegende Arbeit charakterisiert, ist der harmonikale Schwerpunkt der Untersuchung. Mit Wurzeln in der pythagoreischen Tradition und geprägt von Hans Kayser hat sich das harmonikale Denken überliefert und weiterentwickelt, namentlich durch Rudolf Haase und Werner Schulze in Wien (Universität für Musik und darstellende Kunst). Weil sich Kombinationstöne nach harmonikalen Naturgesetzen bilden, liegt in der harmonikalen Betrachtung der Schlüssel zur Synthese akustischer und musikalischer Konzepte.

Dieses Buch enthält Forschungsergebnisse, die nicht nur für Interpreten, Musikpädagogen und Komponisten, sondern auch für Musikwissenschaftler, Akustiker und Instrumentenbauer relevant sind. Es werden vielfältige Aspekte der Kombinationstöne untersucht und zu einer Grundlage zusammengeführt, in der sich sowohl die Vielschichtigkeit als auch die musikalische Bedeutung des Phänomens verdeutlichen.

## Abstract

Combination tones represent a challenging field for research due to their relevance in music theory, intonation, sound production, psychology of hearing, and acoustics. The literature reveals contrasting and even conflicting views owing to different perspectives, methods and shifts in terminology that took place over the last 300 years. A reliable theoretical formulation for the use of today's musical education and performance is not available. This constitutes the actual departing point for the present research.

The violinist and composer Giuseppe Tartini (1692–1770) made an early and all-important contribution to the study of the phenomenon. The points of correspondence and the discrepancies between modern concepts and Tartini's ideas are discussed. The examination of sources up to the middle of the 19th century reveals that Tartini and his »terzo suono« (»third tone«) are frequently mentioned, albeit without recognising the full value of Tartini's insights. His thinking was both intuitive and visionary so that today's findings in acoustics allow to give his theory a scientific basis.

The development of the theories as well as the perception of the phenomenon are investigated. Measurements on string instruments shed light on those combination tones that occur outside of the hearing organ.

This study attempts to synthesise acoustical and musical knowledge. Special consideration is given to the tradition of the science of harmonics.