

Inhaltsverzeichnis

1	Mengen und Zahlen	1
1.1	Mengen und Aussagen	1
1.2	Natürliche Zahlen und vollständige Induktion	2
1.3	Die reellen Zahlen	12
1.4	Variablen, Gleichungen und Ungleichungen	22
1.5	Zwei fundamentale Eigenschaften der reellen Zahlen	27
1.6	Die komplexen Zahlen	31
1.7	Abzählbare und überabzählbare Mengen	34
2	Der Euklidische Raum	38
2.1	Der zweidimensionale euklidische Raum	38
2.2	Die Gaußsche Zahlenebene	43
3	Funktionen und Graphen	45
3.1	Reelle Funktionen und ihre Graphen	45
3.2	Lineare Funktionen und Geraden	48
3.3	Reelle Polynome	51
3.4	Polynominterpolation	56
3.5	Rationale Funktionen im Reellen	59
3.6	Rationale Funktionen im Komplexen	69
3.7	Umkehrfunktionen und algebraische Funktionen	74
4	Folgen, Konvergenz und Grenzwerte	81
4.1	Konvergenz reeller Zahlenfolgen	81
4.2	Fundamentale Konvergenzsätze für Folgen	93
4.3	Reihen	101
4.4	Konvergenzkriterien für Reihen	107
5	Die elementaren transzendenten Funktionen	118
5.1	Potenzreihen	118
5.2	Die Exponential-, Sinus- und Kosinusreihe	119
5.3	Eigenschaften der Exponentialfunktion	125
5.4	Eigenschaften der trigonometrischen Funktionen	128
5.5	Die komplexe Exponentialfunktion	134
5.6	Die hyperbolischen Funktionen	140
6	Stetige Funktionen	142
6.1	Grenzwerte und Stetigkeit	142
6.2	Einseitige Grenzwerte	150
6.3	Fundamentale Eigenschaften stetiger Funktionen	159
6.4	Uneigentliche Grenzwerte und Grenzwerte für $x \rightarrow \pm\infty$	168
6.5	Umkehrfunktionen der elementaren Funktionen	174

7	Das Riemann-Integral	187
7.1	Riemann-Integrierbarkeit	187
7.2	Integrale und Flächeninhalt	206
7.3	Das unbestimmte Integral	212
8	Numerische Integration	218
8.1	Wozu numerische Integration?	218
8.2	Das Trapezverfahren	219
8.3	Die Simpsonsche Formel	223
9	Differentiation	228
9.1	Das Tangentenproblem	228
9.2	Die Ableitung	231
9.3	Ableitungsregeln	238
9.4	Höhere Ableitungen	243
9.5	Lokale Eigenschaften differenzierbarer Funktionen	247
9.6	Die Kettenregel und implizite Differentiation	249
10	Globale Eigenschaften differenzierbarer Funktionen	259
10.1	Der Mittelwertsatz der Differentialrechnung	259
10.2	Globale Extremwerte und Monotonieeigenschaften	262
10.3	Konvexität	266
10.4	Die Regel von de l'Hospital	268
10.5	Das Newton-Verfahren	274
10.6	Chaos in der Analysis	285
11	Integrationstechniken	287
11.1	Der Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung	287
11.2	Integration rationaler Funktionen	291
11.3	Integration durch Substitution	294
11.4	Partielle Integration	305
11.5	Uneigentliche Integrale	312
11.6	Volumen- und Oberflächenberechnungen	320
12	Gleichmäßige Konvergenz und Potenzreihen	328
12.1	Gleichmäßige Konvergenz	328
12.2	Potenzreihen	336
12.3	Taylorapproximation	348
12.4	Lagrange-Interpolation	356
13	Anhang: Einführung in DERIVE	359
	Literatur	376
	Symbolverzeichnis	378
	Griechische Buchstaben	379
	DERIVE Stichwortverzeichnis	380
	Stichwortverzeichnis	382