2022 Training

Abschlussprüfung

MEHR ERFAHREN

Realschule Niedersachsen

Mathematik

+ *Ausführliche Lösungen*
+ *Hinweise und Tipps*

LÖSUNGEN

STARK

Inhalt

Sobald die Original-Prüfungsaufgaben 2021 zur Veröffentlichung freigegeben sind, kannst du sie als PDF auf der Plattform MyStark herunterladen. Den benötigten Code findest du auf der Umschlaginnenseite.

Vorwort

Liebe Schülerin, lieber Schüler,

dies ist das Lösungsbuch zu dem Band **Training Abschlussprüfung Niedersachsen 2021** (Best.-Nr.: 31500) und zur **Kombination aus Trainingsband und Interaktivem Training** (Best.-Nr.: 31500ML). Es enthält zu allen Aufgaben von unseren Autoren ausgearbeitete Lösungen, die jeden Rechenschritt ausführlich erklären. Zahlreiche Skizzen zur Veranschaulichung dienen dem besseren Verständnis der Lösungen und helfen dir beim Nachvollziehen von Sachverhalten.

Versuche stets, jede Aufgabe zunächst selbstständig zu lösen, und erst dann deine Lösung mit der Lösung im Buch zu vergleichen. Nur was du dir selbst erarbeitet hast, bleibt im Gedächtnis und du lernst dazu. Halte dich deswegen konsequent daran, jede Aufgabe zunächst selbst zu rechnen. Hast du eine Aufgabe nicht richtig gelöst, ist es ganz wichtig, diese zu einem späteren Zeitpunkt noch einmal durchzurechnen.

Durch das Üben wirst du dich sicher fühlen und kannst beruhigt in die Prüfung gehen.

Wir wünschen dir viel Erfolg!

Autoren: Jan-Hinnerk Ahlers, Michael Heinrichs

2 Lineare Funktionen – Lineare Gleichungssysteme

87

	x	–3	–2	–1	0	1	2	3
a)	$y = 3x + 1$	–8	–5	–2	1	4	7	10
b)	$y = -2x + 4$	10	8	6	4	2	0	–2
c)	$y = 0{,}5x - 3$	–4,5	–4	–3,5	–3	–2,5	–2	–1,5

Setze bei den Funktionsgleichungen jeweils für x die vorgegebene Zahl ein.

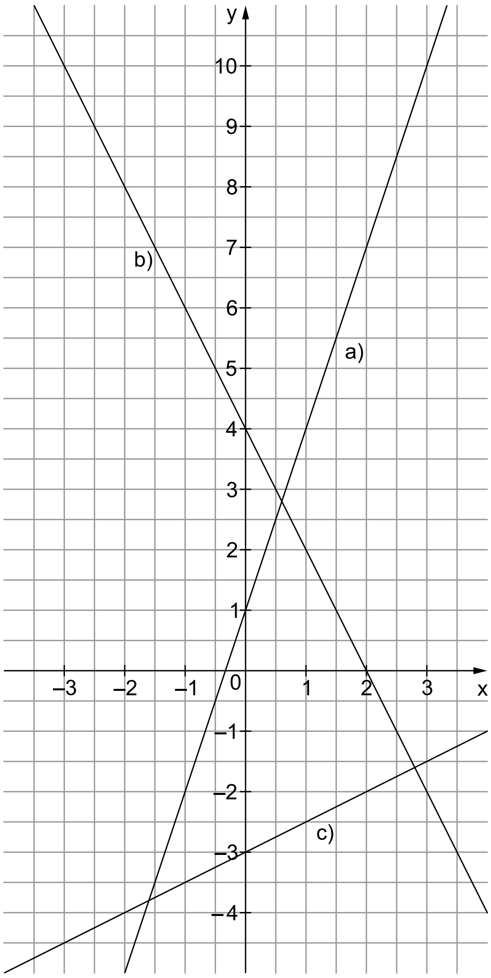
Beispiel:

$y = 3x + 1$

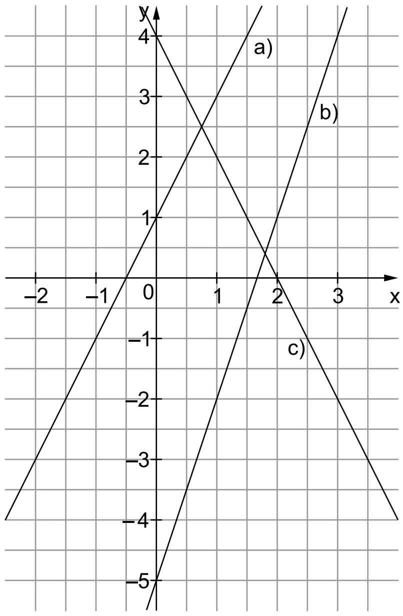
$y = 3 \cdot (-3) + 1$

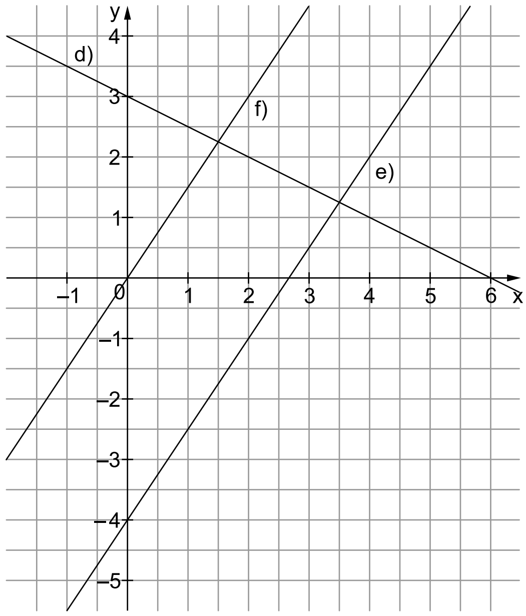
$y = -9 + 1$

$y = -8$



88





---

89 Damit die Funktionen parallel zueinander liegen, müssen sie die gleiche Steigung haben.

a) $y = 1{,}5x - 2 \quad \Rightarrow \quad$ z. B. $y = 1{,}5x - 1$ und $y = 1{,}5x + 3$

b) $y = -4x + 5 \quad \Rightarrow \quad$ z. B. $y = -4x + 1$ und $y = -4x$

c) $y = -8x + 10 \quad \Rightarrow \quad$ z. B. $y = -8x + 8$ und $y = -8x + 1$

d) $y = \frac{1}{4}x + 3 \quad \Rightarrow \quad$ z. B. $y = \frac{1}{4}x + 1$ und $y = \frac{1}{4}x - 1$

90

A $y = 3x$

A ist eine Ursprungsgerade (b muss 0 sein) und steigt von links nach rechts ($m > 0$).

B $y = -3x + 2$

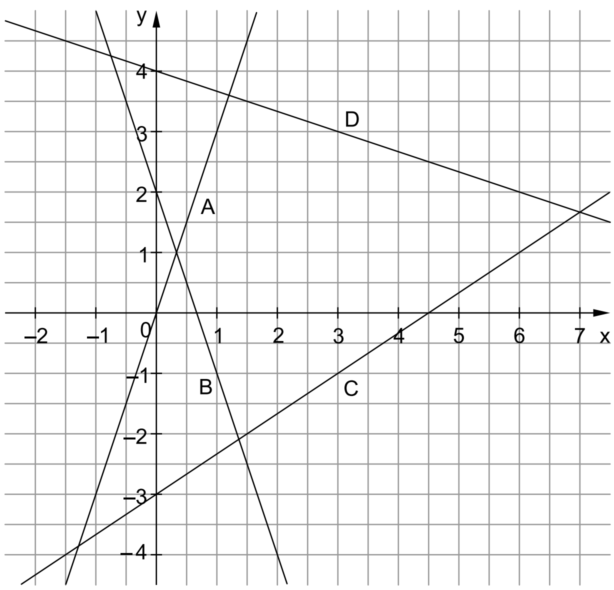
B schneidet die y-Achse bei $y = 2$ und fällt von links nach rechts ($m < 0$).

C $y = \frac{2}{3}x - 3$

C schneidet die y-Achse bei $y = -3$.

D $y = -\frac{1}{3}x + 4$

D schneidet die y-Achse bei $y = -4$ und fällt von links nach rechts ($m < 0$).



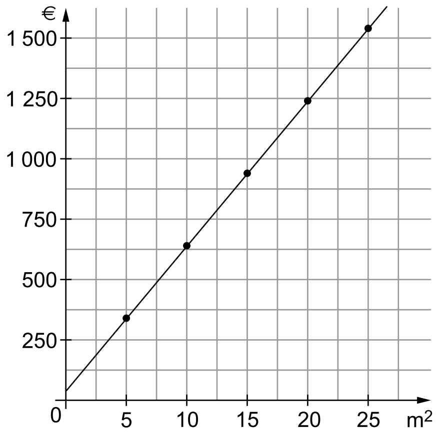
91 a) y = 60x + 40 €

Kosten pro m^2 + einmalige Versandkosten

b)

Bodenfläche	5 m^2	10 m^2	15 m^2	20 m^2	25 m^2
y = 60x + 40 €	300 € + 40 € = 340 €	600 € + 40 € = 640 €	900 € + 40 € = 940 €	1 200 € + 40 € = 1 240 €	1 500 € + 40 € = 1 540 €

c)



92 a) Firma Seven: y = 0,5x + 30

x: gefahrene km Preis pro km + einmalige Grundgebühr

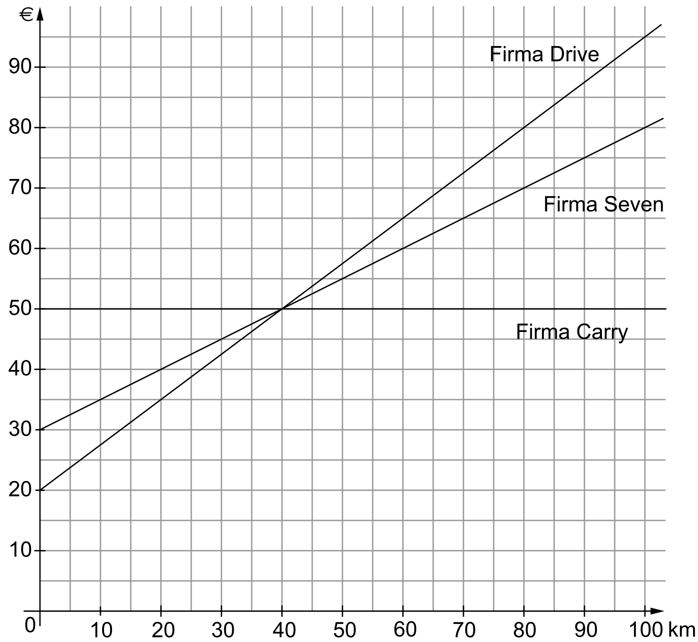
Firma Carry: y = 50

Firma Drive: y = 0,75x + 20

b)

x	10 km	20 km	30 km	50 km
Firma Seven y = 0,5x + 30	35 €	40 €	45 €	55 €
Firma Carry y = 50	50 €	50 €	50 €	50 €
Firma Drive y = 0,75x + 20	27,50 €	35 €	42,50 €	57,50 €

c)



d) Weil sich die Funktionen alle bei 40 km schneiden, ist es egal, welche Firma sie nimmt: alle drei Firmen kosten bei 40 km 50 €. Falls sie mehr als geplant fahren sollte, wäre Firma Carry am günstigsten.

Abschlussprüfung 2020

Hauptteil I

✎ Hinweise und Tipps

1 a) $-7 < -5$

Je größer der Betrag einer negativen Zahl ist, desto kleiner ist sie.

b) $\frac{2}{3} > 0{,}6$

Wandle $\frac{2}{3} \approx 0{,}67$ in einen Dezimalbruch um und vergleiche dann.

c) $50\,000 < 0{,}5$ Millionen

0,5 Millionen $= 500\,000$

---

2 a) z. B. $\mathbf{0} - \mathbf{6} = -6$

Die erste Zahl muss um 6 kleiner sein als die zweite Zahl.

b) z. B. $\mathbf{(-2)} \cdot \mathbf{3} = -6$ oder $\mathbf{(-3)} \cdot \mathbf{2} = -6$

Eine der beiden Zahlen muss ein negatives, die andere Zahl ein positives Vorzeichen haben.

c) $2^{\mathbf{3}} = 8$

Die Potenz gibt an, wie oft die Zahl mit sich selbst multipliziert werden muss, um das gewünschte Ergebnis zu erhalten.

---

3 Rechnung: $1{,}95 \cdot 3\,627 \overset{?}{=} 70\,726{,}5$
Überschlagsrechnung: $\mathbf{2} \cdot \mathbf{4\,000} = \mathbf{8\,000}$

Das Ergebnis ist …

☐ richtig.

☒ falsch.

Runde für den Überschlag die erste Zahl auf die Einerstelle und die zweite Zahl auf die Tausenderstelle auf.

---

4 a)

Stelle 1	Stelle 2	Stelle 3	Stelle 4	Stelle 5	Stelle 6	…	Stelle x
0	2	6	12	20	**30**	…	?

Der Wert an jeder Stelle ist größer als an der vorherigen. Am Anfang beträgt dieser Unterschied 2 Einheiten. Er erhöht sich bei jedem Schritt um 2 weitere Einheiten.

b) $x \cdot (x+1)$ ☐ $x \cdot x - 1$ ☐ $x \cdot (x-1)$ ☒

Setze für x z. B. 3 ein und überprüfe, ob das Ergebnis dem Wert an der jeweiligen Stelle (z. B. 6 an Stelle 3) entspricht.

---

5 a) $\frac{3}{4} \cdot 800\,€ = \frac{3 \cdot 800\,€}{4} = \frac{2\,400\,€}{4} = 600\,€$

Mert hat bereits **600 €**.

Multipliziere zuerst mit 3, teile dann durch 4.

b)
$$\begin{array}{rrcrl} :100 & 100\,\% & \widehat{=} & 800\,€ & :100 \\ & 1\,\% & \widehat{=} & 8\,€ & \\ \cdot 20 & 20\,\% & \widehat{=} & 160\,€ & \cdot 20 \end{array}$$

$800\,€ - 160\,€ = 640\,€$

Er kann sich das Handy nicht kaufen.

Berechne die Ersparnis mit dem Dreisatz und subtrahiere sie anschließend vom ursprünglichen Preis.

Alternative Lösungsmöglichkeit:

$$\begin{array}{rrcrl} :100 & 100\,\% & \widehat{=} & 800\,€ & :100 \\ & 1\,\% & \widehat{=} & 8\,€ & \\ \cdot 80 & 80\,\% & \widehat{=} & 640\,€ & \cdot 80 \end{array}$$

Er kann sich das Handy nicht kaufen.

Du kannst auch direkt den Preis berechnen, indem du mit dem Dreisatz 80 % (= 100 % − 20 %) des Preises berechnest.

Hauptteil II

Hinweise und Tipps

1 a) $q = 1 + \frac{p\ \%}{100\ \%} = 1 + \frac{0{,}8\ \%}{100\ \%} = 1{,}008$

Bestimme den Zinsfaktor q zum Zinssatz von 0,8 %.

$K_n = K_0 \cdot q^n$

$K_6 = 504\ € \cdot 1{,}008^6$

$K_6 \approx 528{,}68\ €$

Setze in die Kapitalformel ein.

b) $K_n = K_0 \cdot q^n$

$K_{-1} = 806{,}40\ € \cdot 1{,}008^{-1}$

$K_{-1} = 800\ €$

Nutze wieder die Kapitalformel.

Tim hat jetzt das Kapital K_0. Da ein Jahr zurückgerechnet wird, gilt $n = -1$.

Alternative Lösungsmöglichkeit:

$K_1 = K_0 \cdot q^1 \quad |:q$

$K_0 = K_1 : q$

$K_0 = 806{,}40\ € : 1{,}008$

$K_0 = 800\ €$

Tim hat nach einem Jahr das Kapital $K_1 = 806{,}40\ €$. Gesucht ist das Anfangskapital K_0. Stelle die Formel nach K_0 um und setze die Werte ein.

2 a)

Wachstumsprozess	lineares Wachstum	quadratisches Wachstum	exponentielles Wachstum
Erhöhung des Kapitals mit Zinseszins → Kapital nach n Jahren			✗
Vergrößerung der Kraftstoffmenge → Kosten des Kraftstoffes	✗		
Vergrößerung der Seitenlänge eines Quadrates → Flächeninhalt des Quadrates		✗	

Überlege, wie die entstehenden Kurven verlaufen bzw. wie die zugehörigen Funktionsgleichungen aussehen.

Die Kapitalformel hat die Form einer Exponentialfunktion: $K_n = K_0 \cdot q^n$

Beim Kraftstoffpreis liegt eine proportionale Zuordnung vor.

$A_{Quadrat} = a^2$

b) Die Behauptung ist falsch, da Kinder im Alter zwischen 10 und 18 Jahren unregelmäßig wachsen und teilweise schon unter 18 Jahren zu wachsen aufhören.

Lineares Wachstum bedeutet gleichmäßiges Wachstum. Ein Kind müsste also jedes Jahr um gleich viele cm wachsen.

3

Funktionsgleichung	Graph
$y = x + 2$	**D**
$y = x$	
$y = 2x$	
$y = 2$	**B**
$y = x^2$	**A**
$y = 2^x$	**C**

In einer Geradengleichung $y = mx + b$ ist b die Schnittstelle mit der y-Achse.

Eine konstante Funktion verläuft parallel zur x-Achse.

Der Graph einer quadratischen Funktion $y = x^2$ ist eine Parabel. Damit bleibt für die exponentielle Kurve nur die letzte Funktionsgleichung übrig.

4 a) $y = x^2 - 2x - 3$

$y = (x^2 - 2x + 1) - 4$

$y = (x - 1)^2 - 4$

Scheitelpunkt $S(1\,|\,-4)$

Bestimme vor dem Zeichnen die Scheitelpunktform mithilfe der quadratischen Ergänzung. Lege dann die Parabelschablone am Scheitelpunkt an und zeichne die Funktion.

Alternative Lösungsmöglichkeit:

$$\frac{V_{\text{Eiskugel,neu}}}{V_{\text{Eiskugel}}} = \frac{\frac{4}{3}\cdot\pi\cdot(0{,}9r)^3}{\frac{4}{3}\cdot\pi\cdot r^3} = 0{,}9^3 = 0{,}792 = 72{,}9\ \%$$

Erklärung in Worten:
Der auf 90 % verringerte Radius steht als 0,9r in der Formel. Da sonst beide Volumenformeln gleich sind, beträgt das neue Volumen $0{,}9^3 = 0{,}729 = 72{,}9\ \%$ des alten Volumens.

Hinweise und Tipps

Anstatt die Werte einzusetzen, kannst du auch zuerst das Verhältnis bilden und kürzen.

3

a) $75\ € \cdot 7 + 50\ € = 575\ €$
Die Ferienwohnung kostet 575 €.

Die Kosten setzen sich aus der Miete für jeden Tag und den Kosten für die Endreinigung zusammen. Stelle einen Term auf.

b) $y = mx + b$
$y = 75x + 50$

Die Anzahl x der Tage ist variabel. Die Steigung m entspricht der Miete pro Tag. Die Endreinigung wird nur einmal berechnet und steht daher als Konstante b in der Gleichung.

c) *Lösung mit dem Gleichsetzungsverfahren oder Einsetzungsverfahren:*

$$\begin{array}{ll} \text{I} & y = 64x + 35 \\ \text{II} & y = 59x + 80 \end{array}$$

$$\begin{array}{rl} \text{I} = \text{II} & \text{bzw. I in II} \\ 64x + 35 = 59x + 80 & |-59x \\ 5x + 35 = 80 & |-35 \\ 5x = 45 & |:5 \\ x = 9 & \end{array}$$

$x = 9$ in I einsetzen:
$y = 64 \cdot 9 + 35 = 611$
$L = \{(9\,|\,611)\}$

Alternative Lösung mit dem Subtraktionsverfahren:

$$\begin{array}{ll} \text{I} & y = 64x + 35 \\ \text{II} & y = 59x + 80 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} \text{I} - \text{II} & \\ 0 = 5x - 45 & |+45 \\ 45 = 5x & |:5 \\ x = 9 & \end{array}$$

$x = 9$ in I einsetzen:
$y = 64 \cdot 9 + 35 = 611$
$L = \{(9\,|\,611)\}$

Löse mit einem der bekannten Lösungsverfahren.
Da beide Gleichungen nach y aufgelöst sind, führen das Gleichsetzungs- und das Einsetzungsverfahren in diesem Fall zum gleichen Lösungsweg.

d) Für weniger als 9 Tage ist Angebot I günstiger, für mehr als 9 Tage ist Angebot II günstiger. Bei 9 Tagen kosten beide gleich viel.

Beachte die Lösung der vorherigen Teilaufgabe.
Die Lösung des Gleichungssystems lässt sich als Schnittpunkt zweier Geraden interpretieren. In diesem haben beide Funktionen den gleichen y-Wert. Ein Angebot ist für einen bestimmten x-Wert (Tage) günstiger, wenn sein zugehöriger y-Wert (Preis) kleiner ist als der des anderen Angebots.
Da der y-Achsenabschnitt bei Angebot I (35) kleiner ist als bei Angebot II (80), ist Angebot I anfangs günstiger.

Hinweise und Tipps

e) I $y = 50x + (\text{beliebige Zahl} \neq 75)$
II $y = 50x + 75$

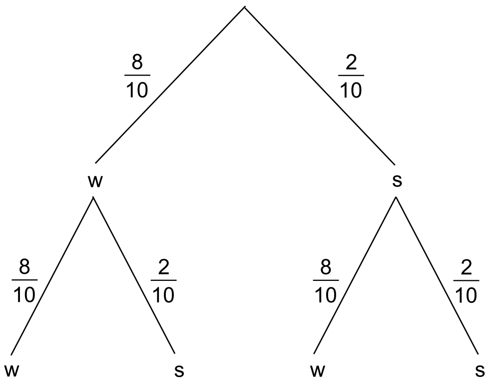
Es gibt keine Lösung, wenn sich die Graphen der Funktionen nicht schneiden (parallele Geraden). Dies ergibt sich bei gleicher Steigung m, aber anderer Schnittstelle b mit der y-Achse.

---

4 a) $P(w) = \frac{8}{10} = 0{,}80 = 80\ \%$

Teile die Anzahl der weißen Kugeln (günstige Ergebnisse) durch die Anzahl aller Kugeln (mögliche Ergebnisse).

b)

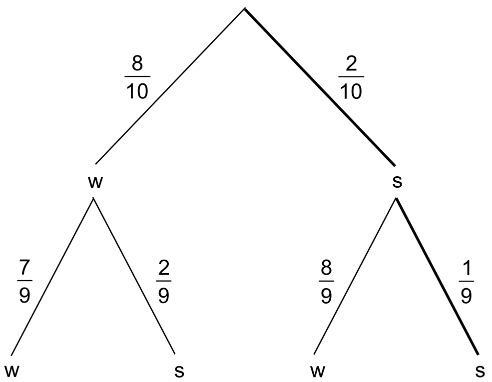


Zeichne ein Baumdiagramm. Beachte, dass die Kugel zurückgelegt wird und die Wahrscheinlichkeiten daher in jeder Stufe gleich sind.

c) $P(ss) = \frac{2}{10} \cdot \frac{2}{10} = \frac{4}{100} = 0{,}04 = 4\ \%$

Verwende das Baumdiagramm. Beachte die 1. Pfadregel.

d)



$P(ss) = \frac{2}{10} \cdot \frac{1}{9} \approx 0{,}0222 = 2{,}22\ \%$

Zeichne ein neues Baumdiagramm. Beachte, dass die zuerst gezogene Kugel nicht zurückgelegt wird. Dadurch verringert sich beim zweiten Ziehen die Anzahl der Kugeln und die Wahrscheinlichkeiten ändern sich entsprechend.

Verwende das neue Baumdiagramm zur Berechnung der gesuchten Wahrscheinlichkeit.

e) $P(\text{3. Kugel schwarz}) = P(sss) + P(sws) + P(wss) + P(wws)$

$P(\text{3. Kugel schwarz}) = \frac{2}{10} \cdot \frac{1}{9} \cdot \frac{0}{8} + \frac{2}{10} \cdot \frac{8}{9} \cdot \frac{1}{8}$
$+ \frac{8}{10} \cdot \frac{2}{9} \cdot \frac{1}{8} + \frac{8}{10} \cdot \frac{7}{9} \cdot \frac{2}{8}$

$P(\text{3. Kugel schwarz}) = 0 + \frac{16}{720} + \frac{16}{720} + \frac{112}{720}$

$P(\text{3. Kugel schwarz}) = \frac{144}{720} = \frac{1}{5} = 0{,}20 = 20\ \%$

Notiere alle Möglichkeiten und wende die Summen- und Produktregel an.

Beachte, dass sich die Wahrscheinlichkeiten nach jedem Ziehen ändern, da die Kugeln nicht zurückgelegt werden. Verwende das Baumdiagramm aus Teilaufgabe d für das Ziehen der ersten zwei Kugeln.

$P(sss) = 0$, da es nur zwei schwarze Kugeln gibt.
