



# Lineare Algebra

2., aktualisierte Auflage

Theo de Jong

# Lineare Algebra

# Lineare Algebra

## Inhaltsverzeichnis

Lineare Algebra

Inhaltsverzeichnis

Einführung

Kapitel 1 Der Raum  $\mathbb{R}^2$

1.1 Vektoren in  $\mathbb{R}^2$

1.2 Geraden

1.3 Lineare Abbildungen

1.4 Inverse Matrix, Basiswechsel

1.5 Der Satz des Pythagoras

1.6 Bewegungen

1.7 Winkel

1.8 Abstände

1.9 Sinus, Cosinus, Additionstheoreme

1.10 Die eulersche Gerade

1.11 Kegelschnitte

1.12 Tangenten an Kegelschnitte

1.13 Berechnungen mit sagemath

Kapitel 2 Der Raum  $\mathbb{R}^3$

2.1 Skalarprodukt

2.2 Ebenen und Kreuzprodukt

2.3 Gleichungssysteme I

2.4 Determinanten

2.5 Gleichungssysteme II

# Inhaltsverzeichnis

2.6 Die Cramersche Regel

2.7 Abstand

2.8 Fläche und Volumen

2.9 Lineare Abbildungen

2.10 Inverse Matrizen

2.11 Basen und Basiswechsel

2.12 Bewegungen

2.13 Orientierung

2.14 Berechnungen mit SAGEmath

## Kapitel 3 Körper

3.1 Rationale und reelle Zahlen

3.2 Komplexe Zahlen

3.3 Geometrie der Addition und Multiplikation

3.4 Polynomiale Gleichungen

3.5 Polynome

3.6 Primzahlen, irreduzible Polynome

3.7 Die Körper  $F_p$  und  $K[x]/\langle f \rangle$

3.8 Der chinesische Restsatz

3.9 Mehrfache Nullstellen und Sturmsche Ketten

3.10 Berechnungen mit SAGEmath

3.11 Primzahlbestimmung

## Kapitel 4 Vektorräume

4.1 Vektorräume

4.2 Basen

4.3 Basissätze und Steinitz'scher Austauschsatz

4.4 Berechnung eines Erzeugendensystems

4.5 Gleichungssysteme

4.6 Lineare Abbildungen, Isomorphismen

# Inhaltsverzeichnis

4.7 Matrizen

4.8 Dimensionssatz

4.9 Inverse Matrizen

4.10 Basiswechsel

4.11 Elementarmatrizen

4.12 Quotientenräume

4.13 Berechnungen mit sagemath

## Kapitel 5 Determinanten

5.1 Die Determinante einer Matrix

5.2 Berechnung von Determinanten

5.3 Die adjunkte Matrix

5.4 Permutationen

5.5 Leibniz-Formel und Produktregel

5.6 Antisymmetrische Multilinearformen

5.7 Volumen

## Kapitel 6 Eigenwerte und Eigenvektoren

6.1 Eigenwerte und Eigenvektoren

6.2 Existenz eines komplexen Eigenvektors

6.3 Diagonalisierbarkeit

6.4 Eigenräume

6.5 Das Minimalpolynom eines Elements

6.6 Das Minimalpolynom einer linearen Abbildung

6.7 Der Spaltungssatz

6.8 Nilpotente Abbildungen

6.9 Jordansche Normalform

6.10 Berechnungen mit sagemath

## Kapitel 7 Euklidische und unitäre Vektorräume

# Inhaltsverzeichnis

- 7.1 Euklidische Vektorräume
- 7.2 Orthonormalbasen
- 7.3 Orthogonale Projektionen, Gram-Schmidt-Verfahren
- 7.4 Orthogonale Abbildungen
- 7.5 Abstände
- 7.6 Positiv definite Matrizen
- 7.7 Adjungierte Abbildung
- 7.8 Der Spektralsatz I
- 7.9 Unitäre Vektorräume
- 7.10 Der Spektralsatz II
- 7.11 Bilinearformen
- 7.12 Orthogonalbasen
- 7.13 Hauptachsentransformation

## Kapitel 8 Gruppen

- 8.1 Definition der Gruppe
- 8.2 Homomorphismen, Isomorphismen, Untergruppen
- 8.3 Zerlegungen und Äquivalenzrelationen
- 8.4 Der Satz von Lagrange
- 8.5 Normalteiler, Homomorphiesatz
- 8.6 Die symmetrische Gruppe
- 8.7 Präsentation einer Gruppe
- 8.8 Direkte Produkte, endliche abelsche Gruppen
- 8.9 Gruppenwirkungen
- 8.10 Die Sylow-Sätze
- 8.11 Gruppen der Ordnungen 12 und 21
- 8.12 Die alternierende Gruppe
- 8.13 Einfache Gruppen kleiner Ordnung
- 8.14 Die Gruppe  $\text{PSL}(n, F)$

# Inhaltsverzeichnis

8.15 Die einfache Gruppe mit 168 Elementen

## Kapitel 9 Polynomiale Gleichungssysteme

9.1 Ringe

9.2 Polynomiale Gleichungssysteme

9.3 Monomordnungen

9.4 Halbgruppen von Monomen, Dicksons Lemma

9.5 Teilung mit Rest durch ein Ideal

9.6 Reduktion

9.7 Das Buchberger-Kriterium

9.8 Der Buchberger-Algorithmus

9.9 Minimalpolynome und Werte von Polynomen

9.10 Primitive Elemente, reelle Lösungen

9.11 Zeichnen von reellen Kurven

9.12 Elimination

9.13 Nullstellensatz

## Kapitel 10 Faktorisierung

10.1 Der Satz von Gauß

10.2 Mignotte-Schranke

10.3 Körpererweiterungen

10.4 Körper mit endlich vielen Elementen

10.5 Faktorisierung von Polynomen über  $F_p$

10.6 Faktorisierung über  $\mathbb{Z}$

10.7 Primärzerlegung von radikalen Idealen I

10.8 Hensel-Lifting

10.9 Polynome in mehreren Veränderlichen

10.10 Berechnung des Radikals

10.11 Primärzerlegung von radikalen Idealen II

Weitere Bücher zur linearen Algebra

# **Inhaltsverzeichnis**

Index

Copyright

# Copyright

Daten, Texte, Design und Grafiken dieses eBooks, sowie die eventuell angebotenen eBook-Zusatzdaten sind urheberrechtlich geschützt. Dieses eBook stellen wir lediglich als **persönliche Einzelplatz-Lizenz** zur Verfügung!

Jede andere Verwendung dieses eBooks oder zugehöriger Materialien und Informationen, einschließlich

- der Reproduktion,
- der Weitergabe,
- des Weitervertriebs,
- der Platzierung im Internet, in Intranets, in Extranets,
- der Veränderung,
- des Weiterverkaufs und
- der Veröffentlichung

bedarf der **schriftlichen Genehmigung** des Verlags. Insbesondere ist die Entfernung oder Änderung des vom Verlag vergebenen Passwort- und DRM-Schutzes ausdrücklich untersagt!

Bei Fragen zu diesem Thema wenden Sie sich bitte an: **info@pearson.de**

## Zusatzdaten

Möglicherweise liegt dem gedruckten Buch eine CD-ROM mit Zusatzdaten oder ein Zugangscode zu einer eLearning Plattform bei. Die Zurverfügungstellung dieser Daten auf unseren Websites ist eine freiwillige Leistung des Verlags. **Der Rechtsweg ist ausgeschlossen.** Zugangscodes können Sie darüberhinaus auf unserer Website käuflich erwerben.

## Hinweis

Dieses und viele weitere eBooks können Sie rund um die Uhr und legal auf unserer Website herunterladen:

**<https://www.pearson-studium.de>**