

## INHALT

0	<b>EINIGE RECHENREGELN DER VEKTOR- UND TENSORALGEBRA 17</b>
0.1	<b>Der Begriff des Vektors 17</b>
0.2	<b>Addition und Subtraktion von Vektoren 17</b>
0.3	<b>Multiplikation eines Vektors mit einem Skalar 19</b>
0.4	<b>Das Skalarprodukt zweier Vektoren 20</b>
0.5	<b>Das Vektorprodukt zweier Vektoren 22</b>
0.6	<b>Das doppelte Vektorprodukt dreier Vektoren 23</b>
0.7	<b>Darstellung in kartesischen Koordinaten 24</b>
0.7.1	<b>Basis 24</b>
0.7.2	<b>Darstellung eines Vektors 24</b>
0.7.3	<b>Addition und Subtraktion von Vektoren 25</b>
0.7.4	<b>Multiplikation eines Vektors mit einem Skalar 26</b>
0.7.5	<b>Skalarprodukt zweier Vektoren 26</b>
0.7.6	<b>Vektorprodukt zweier Vektoren 27</b>
0.8	<b>Etwas Tensoralgebra 29</b>
0.8.1	<b>Der Begriff des Tensors (zweiter Stufe) 29</b>
0.8.2	<b>Darstellung in kartesischen Koordinaten 30</b>
0.8.3	<b>Transponierter Tensor 31</b>
0.8.4	<b>Symmetrischer Tensor 31</b>
0.8.5	<b>Einheitstensor 31</b>
0.8.6	<b>Addition zweier Tensoren 32</b>
0.8.7	<b>Das Doppel-Skalar-Produkt zweier Tensoren 32</b>
0.8.8	<b>Die Spur eines Tensors 33</b>
1	<b>STATIK (am starren Körper) 34</b>
1.1	<b>Grundbegriffe 34</b>
1.1.1	<b>(Einzel-) Kraft 34</b>
1.1.2	<b>(Freies) Moment 34</b>
1.1.3	<b>Kräftepaar 35</b>
1.1.4	<b>(Gebundenes) Moment einer Kraft (bezüglich eines beliebigen Bezugspunktes A) 35</b>
1.1.5	<b>Versetzungsmoment 36</b>
1.2	<b>Zentrales Kräftesystem, Gleichgewichtsbedingungen (GGWB) 37</b>
1.2.1	<b>Resultierende, GGWB 37</b>
1.2.2	<b>Ebenes zentrales Kräftesystem 38</b>
1.2.3	<b>Räumliches zentrales Kräftesystem 38</b>
1.3	<b>Allgemeines Kräftesystem, Gleichgewichtsbedingungen (GGWB) 39</b>
1.3.1	<b>Resultierender Kraft- und Momentenvektor, GGWB 39</b>
1.3.2	<b>Ebenes allgemeines Kräftesystem 40</b>
1.3.3	<b>Räumliches allgemeines Kräftesystem 41</b>

<b>1.4</b>	<b>Schwerpunkte, Momente 1. Ordnung</b>	<b>42</b>
1.4.1	Körper	43
1.4.2	Flächenschwerpunkt	44
1.4.3	Linienschwerpunkt	44
1.4.4	Schwerpunkt zusammengesetzter Gebilde ( <i>Körper, Fläche, Linie</i> )	45
1.4.5	Schwerpunktkoordinaten homogener Gebilde	47
<b>1.5</b>	<b>Lagerungsarten und Lagerreaktionen</b>	<b>50</b>
1.5.1	Ebene Problemstellung	50
1.5.2	Räumliche Problemstellung	51
<b>1.6</b>	<b>Statische Bestimmtheit</b>	<b>52</b>
<b>1.7</b>	<b>Schnittlasten</b>	<b>55</b>
1.7.1	Räumliche Probleme	55
1.7.2	Ebene Probleme	58
<b>1.8</b>	<b>Haftung und Gleitreibung</b>	<b>60</b>
1.8.1	Haftung	60
1.8.2	Gleitreibung	60
1.8.3	Seilhaftung	61
1.8.4	Seilreibung	61
<b>2</b>	<b>ELASTOSTATIK</b>	<b>62</b>
<b>2.1</b>	<b>Verschiebungs- und Verzerrungszustand</b>	<b>62</b>
2.1.1	Verschiebungsvektor	62
2.1.2	Räumlicher Verzerrungszustand ( <i>Verschiebungs-Verzerrungs-Gleichungen, VVG</i> )	63
2.1.3	Verzerrungstensor	64
2.1.4	Volumendilatation	65
<b>2.2</b>	<b>Spannungsvektor und Spannungszustand</b>	<b>65</b>
2.2.1	Äquivalenzbedingungen	66
2.2.2	Spannungsvektor	66
2.2.3	Räumlicher Spannungszustand	67
2.2.4	Satz der einander zugeordneten Schubspannungen	68
2.2.5	Spannungstensor	68
<b>2.3</b>	<b>Materialgesetze</b>	<b>69</b>
2.3.1	Thermische Dehnungen	69
2.3.2	HOOKEsches ( <i>dreiachsiges</i> ) Materialgesetz ( <i>Materialgesetz der linearen Thermoelastizität</i> )	70
2.3.3	Materialkennwerte	72
2.3.4	HOOKEsches Materialgesetz – Volumen- und Gestaltänderung	74
2.3.5	Ebener Spannungs- und Verzerrungszustand	76
<b>2.4</b>	<b>Gleichgewichtsbedingungen</b>	<b>78</b>
<b>2.5</b>	<b>(Räumliche) Hauptachsentransformation</b>	<b>80</b>
2.5.1	Allgemeines	80
2.5.2	Invarianten	82

2.5.3	Hauptspannungen ( <i>Haupt- bzw. Eigenwerte</i> )	<b>82</b>
2.5.4	Hauptrichtungen ( <i>Eigenvektoren</i> ) $n_1, n_2, n_3$	<b>83</b>
2.5.5	Hauptachsensystem (HAS): 1,2,3-System	<b>83</b>
2.5.6	MOHRsche Kreise	<b>84</b>
2.5.7	Hauptschubspannungen $\tau_{1,2}, \tau_{2,3}, \tau_{1,3} = \tau_{max}$	<b>85</b>
2.6	<b>Transformationsbeziehungen</b>	
	für ebene ( <i>zweidimensionale</i> ) Zustände bzw. Tensoren	<b>85</b>
2.6.1	Allgemeines	<b>85</b>
2.6.2	Analytische Transformationsbeziehungen	<b>88</b>
2.6.3	Grafische Transformationsbeziehungen, MOHRScher Kreis	<b>89</b>
2.7	<b>Zug und Druck</b>	<b>90</b>
2.7.1	Spannungen, Äquivalenzbeziehungen ( $\ddot{A}B$ )	<b>91</b>
2.7.2	Dehnung, Materialgesetz (MG)	<b>91</b>
2.7.3	Verschiebung, Verschiebungs-Verzerrungs-Gleichung (VVG)	<b>92</b>
2.8	<b>Biegung</b>	<b>94</b>
2.8.1	Gerade Biegung	<b>94</b>
2.8.1.1	Spannungen, Äquivalenzbeziehung ( $\ddot{A}B$ )	<b>95</b>
2.8.1.2	Verschiebungsfeld, Verschiebungs-Verzerrungs-Gleichungen (VVG), Materialgesetz (MG)	<b>96</b>
2.8.1.3	Biegelinie im statisch bestimmten Fall	<b>98</b>
2.8.1.4	Biegelinie im statisch unbestimmten (und bestimmten) Fall	<b>99</b>
2.8.1.5	Biegelinien häufig vorkommender statisch bestimmter Systeme	<b>102</b>
2.8.2	Schiefe ( <i>zweiachsige</i> ) Biegung	<b>104</b>
2.8.2.1	Spannungen, Äquivalenzbeziehungen ( $\ddot{A}B$ )	<b>104</b>
2.8.2.2	Spannungen, Äquivalenzbeziehungen für Hauptachsensysteme	<b>105</b>
2.8.2.3	Verschiebungen, Biegelinien ( <i>Elastische Linien</i> )	<b>107</b>
2.8.3	(Schiefe) Biegung mit Längskräften für Hauptachsensysteme	<b>108</b>
2.8.3.1	Spannungen, Äquivalenzbeziehung ( $\ddot{A}B$ )	<b>108</b>
2.8.3.2	Verlängerung, Durchsenkungen, Biegelinien	<b>109</b>
2.8.4	Schubeinfluß bei Biegung mit Querkräften	<b>110</b>
2.8.4.1	Schubspannungen	<b>111</b>
2.8.4.2	Schubkorrekturfaktor $\kappa$ , mittlere Schubverzerrung $\bar{\gamma}$	<b>113</b>
2.8.4.3	Bele- und Schubdurchsenkung des Balkens	<b>115</b>
2.8.5	Flächenträgheitsmomente ( <i>Flächenmomente 2. Grades</i> )	<b>116</b>
2.8.5.1	Definitionen	<b>116</b>
2.8.5.2	Flächenträgheitsmomenten-Tensor (FTMT)	<b>117</b>
2.8.5.3	Satz von STEINER – Parallelverschiebung des Bezugssystems	<b>117</b>
2.8.5.4	Hauptträgheitsmomente ( <i>Drehung des Bezugssystems</i> )	<b>118</b>
2.8.5.5	Flächenträgheitsmomente einiger spezieller Flächen	<b>119</b>
2.9	<b>Torsion</b>	<b>123</b>
2.9.1	Kreis- und kreisringförmige Querschnitte	<b>123</b>
2.9.1.1	Spannungen, Äquivalenzbeziehung ( $\ddot{A}B$ )	<b>123</b>
2.9.1.2	Gleitung, Materialgesetz (MG)	<b>124</b>
2.9.1.3	Drillwinkel und Drillung	<b>125</b>
2.9.2	Nicht kreisförmige Querschnitte	<b>126</b>

<b>2.10</b>	<b>Knickung 130</b>
2.10.1	Begriffe und Definitionen <b>130</b>
2.10.2	Elastisches Knicken – Die vier EULER-Fälle <b>131</b>
2.10.3	Plastisches Knicken – TETMAIER-Bereich <b>135</b>
<b>2.11</b>	<b>Formänderungsenergie (FÄE) linear elastischer Körper</b>
	– HOOKEsches Materialgesetz – <b>136</b>
2.11.1	Allgemeines <b>136</b>
2.11.2	Spezifische FÄE bei Berücksichtigung von Temperaturbeanspruchung <b>137</b>
2.11.3	Spezielle Koordinatendarstellungen der FÄE <b>138</b>
2.11.4	Formänderungsenergie (FÄE) bei Stab und Balken <b>139</b>
2.11.5	Die Sätze von CASTIGLIANO <b>141</b>
<b>2.12</b>	<b>Festigkeitshypothesen und (VON MISES-)Vergleichsspannung 142</b>
2.12.1	Normalspannungs-Hypothese <b>142</b>
2.12.2	Schubspannungs-Hypothese <b>142</b>
2.12.3	Hypothese der Gestaltänderungsenergie <b>143</b>
2.12.4	VON MISES-Vergleichsspannung $\sigma_{v_M}$ -Darstellungen <b>143</b>
2.12.5	Festigkeitshypothesen bei Stab- und Balkenproblemen <b>144</b>
<b>3</b>	<b>KINETIK 145</b>
<b>3.1</b>	<b>Kinematik des materiellen Punktes 145</b>
3.1.1	Ortsvektor <b>145</b>
3.1.2	Geschwindigkeitsvektor, Bahngeschwindigkeit <b>146</b>
3.1.3	Beschleunigungsvektor <b>146</b>
3.1.4	Kinematische Lösungsfälle <b>147</b>
3.1.5	Räumliche Bewegungen – Spezielle Koordinatendarstellungen <b>148</b>
3.1.5.1	Kartesische Koordinaten <b>148</b>
3.1.5.2	Zylinderkoordinaten <b>149</b>
3.1.5.3	Natürliche Koordinaten <b>151</b>
3.1.6	Ebene Bewegungen – spezielle Koordinatendarstellungen <b>152</b>
3.1.6.1	Kartesische Koordinaten <b>152</b>
3.1.6.2	Polarkoordinaten <b>152</b>
3.1.6.3	Kreisbewegung <b>153</b>
3.1.7	Eindimensionale Bewegungen (Geradlinige Bewegungen) <b>154</b>
<b>3.2</b>	<b>Kinematik des starren Körpers 155</b>
3.2.1	Räumliche Bewegungen <b>156</b>
3.2.1.1	Geschwindigkeitsvektor <b>156</b>
3.2.1.2	Beschleunigungsvektor <b>157</b>
3.2.2	Ebene Bewegungen <b>158</b>
3.2.2.1	Geschwindigkeitsvektor <b>158</b>
3.2.2.2	Momentanzentrum <b>159</b>
3.2.2.3	Beschleunigungsvektor <b>161</b>
3.2.3	Relativbewegung <b>162</b>
3.2.3.1	Geschwindigkeitsvektor <b>162</b>
3.2.3.2	Beschleunigungsvektor <b>165</b>
<b>3.3</b>	<b>Kinetik starrer Systeme 167</b>
3.3.1	Impulsvektor <b>167</b>

3.3.2	<b>Drallvektor (<i>Drehimpulsvektor</i>) 167</b>
3.3.2.1	Beliebig bewegter Massenmittelpunkt <b>167</b>
3.3.2.2	Beliebiger raumfester Punkt <b>168</b>
3.3.3	Impulssatz, Massenmittelpunktsatz (MMS) <b>168</b>
3.3.4	Drallsatz ( <i>Drehimpulssatz, DS</i> ) – Axiom II der Mechanik <b>169</b>
3.3.5	Bewegung um einen raumfesten Punkt (EULERsche Kreiselgleichungen) <b>170</b>
3.3.6	Bewegung um eine raumfeste Achse <b>172</b>
3.3.7	Bewegung in der Ebene <b>173</b>
3.3.8	Massenträgheitsmomente ( <i>Massenmomente 2. Grades</i> ) <b>174</b>
3.3.8.1	Definitionen <b>174</b>
3.3.8.2	Massenträgheitsmomenten-Tensor ( <i>MTMT</i> ) <b>175</b>
3.3.8.3	Satz von STEINER – Parallelverschiebung des Bezugssystems <b>177</b>
3.3.8.4	Haupt-(Massen-)Trägheitsmomente ( <i>Drehung des Bezugssystems</i> ) <b>178</b>
3.3.8.5	Massenträgheitsmomente einiger spezieller Körper <b>178</b>
3.3.9	Kraftgesetze <b>181</b>
3.3.9.1	Gravitationsgesetz <b>181</b>
3.3.9.2	Gewichtskraft <b>181</b>
3.3.9.3	Federkraft <b>182</b>
3.3.9.4	Dämpfungskraft <b>182</b>
3.3.9.5	(Aerodynamische) Widerstandskraft <b>182</b>
3.3.9.6	Gleitreibungskraft <b>182</b>
3.4	<b>Abgeleitete Sätze der Kinetik 183</b>
3.4.1	Energetische Grundbegriffe <b>183</b>
3.4.1.1	Arbeit <b>183</b>
3.4.1.2	Kinetische Energie <b>186</b>
3.4.1.3	Konservative Kräfte und Momente – Potentielle Energie <b>187</b>
3.4.1.4	Leistung <b>188</b>
3.4.2	Arbeitssatz <b>189</b>
3.4.3	Energiesatz ( <i>Energieerhaltungssatz</i> ) <b>190</b>
4	<b>LINEARE SCHWINGUNGEN 191</b>
4.1	<b>Grundbegriffe 191</b>
4.1.1	Periodische Schwingungen <b>191</b>
4.1.2	Sonderfall: Harmonische Schwingungen <b>192</b>
4.1.3	Mittelwerte <b>193</b>
4.2	<b>Schwingungen mit einem Freiheitsgrad (FHG) 195</b>
4.2.1	Freie ungedämpfte Schwingung <b>195</b>
4.2.2	Viskos gedämpfte freie Schwingung <b>198</b>
4.2	<b>Schwingungen mit einem Freiheitsgrad (FHG) 201</b>
4.2.3	Erzwungene, viskos gedämpfte Schwingung – Vergrößerungsfunktion <b>201</b>
4.2.4	Komplexe Übertragungsfunktion bzw. komplexer Frequenzgang <b>204</b>
4.3	<b>Freie ungedämpfte Schwingungen mit n-Freiheitsgraden (FHG) 207</b>
4.4	<b>Freie ungedämpfte Schwingungen des 1-dimensionalen Kontinuums (Längs-, Torsions- und Biegenschwingungen) 209</b>
	<b>Literaturverzeichnis 213</b>