

# INHALT

0	<b>EINIGE RECHENREGELN DER VEKTOR- UND TENSORALGEBRA</b>	<b>17</b>
0.1	<b>Der Begriff des Vektors</b>	<b>17</b>
0.2	<b>Addition und Subtraktion von Vektoren</b>	<b>17</b>
0.3	<b>Multiplikation eines Vektors mit einem Skalar</b>	<b>19</b>
0.4	<b>Das Skalarprodukt zweier Vektoren</b>	<b>20</b>
0.5	<b>Das Vektorprodukt zweier Vektoren</b>	<b>22</b>
0.6	<b>Das doppelte Vektorprodukt dreier Vektoren</b>	<b>23</b>
0.7	<b>Darstellung in kartesischen Koordinaten</b>	<b>24</b>
0.7.1	Basis	<b>24</b>
0.7.2	Darstellung eines Vektors	<b>24</b>
0.7.3	Addition und Subtraktion von Vektoren	<b>25</b>
0.7.4	Multiplikation eines Vektors mit einem Skalar	<b>26</b>
0.7.5	Skalarprodukt zweier Vektoren	<b>26</b>
0.7.6	Vektorprodukt zweier Vektoren	<b>27</b>
0.8	<b>Etwas Tensoralgebra</b>	<b>29</b>
0.8.1	Der Begriff des Tensors ( <i>zweiter Stufe</i> )	<b>29</b>
0.8.2	Darstellung in kartesischen Koordinaten	<b>30</b>
0.8.3	Transponierter Tensor	<b>31</b>
0.8.4	Symmetrischer Tensor	<b>31</b>
0.8.5	Einheitstensor	<b>31</b>
0.8.6	Addition zweier Tensoren	<b>32</b>
0.8.7	Das Doppel-Skalar-Produkt zweier Tensoren	<b>32</b>
0.8.8	Die Spur eines Tensors	<b>33</b>
1	<b>STATIK (am starren Körper)</b>	<b>34</b>
1.1	<b>Grundbegriffe</b>	<b>34</b>
1.1.1	( <i>Einzel-</i> ) Kraft	<b>34</b>
1.1.2	( <i>Freies</i> ) Moment	<b>34</b>
1.1.3	Kräftepaar	<b>35</b>
1.1.4	( <i>Gebundenes</i> ) Moment einer Kraft ( <i>bezüglich eines beliebigen Bezugspunktes A</i> )	<b>35</b>
1.1.5	Versetzungsmoment	<b>36</b>
1.2	<b>Zentrales Kräftesystem, Gleichgewichtsbedingungen (GGWB)</b>	<b>37</b>
1.2.1	Resultierende, GGWB	<b>37</b>
1.2.2	Ebenes zentrales Kräftesystem	<b>38</b>
1.2.3	Räumliches zentrales Kräftesystem	<b>38</b>
1.3	<b>Allgemeines Kräftesystem, Gleichgewichtsbedingungen (GGWB)</b>	<b>39</b>
1.3.1	Resultierender Kraft- und Momentenvektor, GGWB	<b>39</b>
1.3.2	Ebenes allgemeines Kräftesystem	<b>40</b>
1.3.3	Räumliches allgemeines Kräftesystem	<b>41</b>

1.4	<b>Schwerpunkte, Momente 1. Ordnung</b>	<b>42</b>
1.4.1	Körper	<b>43</b>
1.4.2	Flächenschwerpunkt	<b>44</b>
1.4.3	Linien­schwerpunkt	<b>44</b>
1.4.4	Schwerpunkt zusammengesetzter Gebilde ( <i>Körper, Fläche, Linie</i> )	<b>45</b>
1.4.5	Schwerpunktkoordinaten homogener Gebilde	<b>47</b>
1.5	<b>Lagerungsarten und Lagerreaktionen</b>	<b>50</b>
1.5.1	Ebene Problemstellung	<b>50</b>
1.5.2	Räumliche Problemstellung	<b>51</b>
1.6	<b>Statische Bestimmtheit</b>	<b>52</b>
1.7	<b>Schnittlasten</b>	<b>55</b>
1.7.1	Räumliche Probleme	<b>55</b>
1.7.2	Ebene Probleme	<b>58</b>
1.8	<b>Haftung und Gleitreibung</b>	<b>60</b>
1.8.1	Haftung	<b>60</b>
1.8.2	Gleitreibung	<b>60</b>
1.8.3	Seilhaftung	<b>61</b>
1.8.4	Selbstreibung	<b>61</b>
2	<b>ELASTOSTATIK</b>	<b>62</b>
2.1	<b>Verschiebungs- und Verzerrungszustand</b>	<b>62</b>
2.1.1	Verschiebungsvektor	<b>62</b>
2.1.2	Räumlicher Verzerrungszustand ( <i>Verschiebungs-Verzerrungs-Gleichungen, VVG</i> )	<b>63</b>
2.1.3	Verzerrungstensor	<b>64</b>
2.1.4	Volumendilatation	<b>65</b>
2.2	<b>Spannungsvektor und Spannungszustand</b>	<b>65</b>
2.2.1	Äquivalenzbedingungen	<b>66</b>
2.2.2	Spannungsvektor	<b>66</b>
2.2.3	Räumlicher Spannungszustand	<b>67</b>
2.2.4	Satz der einander zugeordneten Schubspannungen	<b>68</b>
2.2.5	Spannungstensor	<b>68</b>
2.3	<b>Materialgesetze</b>	<b>69</b>
2.3.1	Thermische Dehnungen	<b>69</b>
2.3.2	HOOKEsches ( <i>dreia­chsiges</i> ) Materialgesetz ( <i>Materialgesetz der linearen Thermoelastizität</i> )	<b>70</b>
2.3.3	Materialkennwerte	<b>72</b>
2.3.4	HOOKEsches Materialgesetz – Volumen- und Gestaltänderung	<b>74</b>
2.3.5	Ebener Spannungs- und Verzerrungszustand	<b>76</b>
2.4	<b>Gleichgewichtsbedingungen</b>	<b>78</b>
2.5	<b>(Räumliche) Hauptachsentransformation</b>	<b>80</b>
2.5.1	Allgemeines	<b>80</b>
2.5.2	Invarianten	<b>82</b>

2.5.3	Hauptspannungen ( <i>Haupt- bzw. Eigenwerte</i> )	82
2.5.4	Hauptrichtungen ( <i>Eigenvektoren</i> ) $n_1, n_2, n_3$	83
2.5.5	Hauptachsensystem (HAS): 1,2,3-System	83
2.5.6	MOHRsche Kreise	84
2.5.7	Hauptschubspannungen $\tau_{1,2}, \tau_{2,3}, \tau_{1,3} = \tau_{max}$	85
2.6	<b>Transformationsbeziehungen</b> für ebene ( <i>zweidimensionale</i> ) Zustände bzw. Tensoren	85
2.6.1	Allgemeines	85
2.6.2	Analytische Transformationsbeziehungen	88
2.6.3	Grafische Transformationsbeziehungen, MOHRscher Kreis	89
2.7	<b>Zug und Druck</b>	90
2.7.1	Spannungen, Äquivalenzbeziehungen ( $\bar{A}B$ )	91
2.7.2	Dehnung, Materialgesetz ( $MG$ )	91
2.7.3	Verschiebung, Verschiebungs-Verzerrungs-Gleichung ( $VVG$ )	92
2.8	<b>Biegung</b>	94
2.8.1	Gerade Biegung	94
2.8.1.1	Spannungen, Äquivalenzbeziehung ( $\bar{A}B$ )	95
2.8.1.2	Verschiebungsfeld, Verschiebungs-Verzerrungs-Gleichungen ( $VVG$ ), Materialgesetz ( $MG$ )	96
2.8.1.3	Biegelinie im statisch bestimmten Fall	98
2.8.1.4	Biegelinie im statisch unbestimmten (und bestimmten) Fall	99
2.8.1.5	Biegelinien häufig vorkommender statisch bestimmter Systeme	102
2.8.2	Schiefe ( <i>zweiachsige</i> ) Biegung	104
2.8.2.1	Spannungen, Äquivalenzbeziehungen ( $\bar{A}B$ )	104
2.8.2.2	Spannungen, Äquivalenzbeziehungen für Hauptachsensysteme	105
2.8.2.3	Verschiebungen, Biegelinien ( <i>Elastische Linien</i> )	107
2.8.3	( <i>Schiefe</i> ) Biegung mit Längskräften für Hauptachsensysteme	108
2.8.3.1	Spannungen, Äquivalenzbeziehung ( $\bar{A}B$ )	108
2.8.3.2	Verlängerung, Durchsenkungen, Biegelinien	109
2.8.4	Schubeinfluß bei Biegung mit Querkräften	110
2.8.4.1	Schubspannungen	111
2.8.4.2	Schubkorrekturfaktor $\kappa$ , mittlere Schubverzerrung $\bar{\gamma}$	113
2.8.4.3	Biege- und Schubdurchsenkung des Balkens	115
2.8.5	Flächenträgheitsmomente ( <i>Flächenmomente 2. Grades</i> )	116
2.8.5.1	Definitionen	116
2.8.5.2	Flächenträgheitsmomenten-Tensor ( $FTMT$ )	117
2.8.5.3	Satz von STEINER – Parallelverschiebung des Bezugssystems	117
2.8.5.4	Hauptträgheitsmomente ( <i>Drehung des Bezugssystems</i> )	118
2.8.5.5	Flächenträgheitsmomente einiger spezieller Flächen	119
2.9	<b>Torsion</b>	123
2.9.1	Kreis- und kreisringförmige Querschnitte	123
2.9.1.1	Spannungen, Äquivalenzbeziehung ( $\bar{A}B$ )	123
2.9.1.2	Gleitung, Materialgesetz ( $MG$ )	124
2.9.1.3	Drillwinkel und Drillung	125
2.9.2	Nicht kreisförmige Querschnitte	126

<b>2.10</b>	<b>Knickung 130</b>
2.10.1	Begriffe und Definitionen 130
2.10.2	Elastisches Knicken – Die vier EULER-Fälle 131
2.10.3	Plastisches Knicken – TETMAJER-Bereich 135
<b>2.11</b>	<b>Formänderungsenergie (FÄE) linear elastischer Körper – HOOKEsches Materialgesetz – 136</b>
2.11.1	Allgemeines 136
2.11.2	Spezifische FÄE bei Berücksichtigung von Temperaturbeanspruchung 137
2.11.3	Spezielle Koordinatendarstellungen der FÄE 138
2.11.4	Formänderungsenergie (FÄE) bei Stab und Balken 139
2.11.5	Die Sätze von CASTIGLIANO 141
<b>2.12</b>	<b>Festigkeitshypothesen und (VON MISES-)Vergleichsspannung 142</b>
2.12.1	Normalspannungs-Hypothese 142
2.12.2	Schubspannungs-Hypothese 142
2.12.3	Hypothese der Gestaltänderungsenergie 143
2.12.4	VON MISES-Vergleichsspannung $\sigma_{VM}$ -Darstellungen 143
2.12.5	Festigkeitshypothesen bei Stab- und Balkenproblemen 144
<b>3</b>	<b>KINETIK 145</b>
<b>3.1</b>	<b>Kinematik des materiellen Punktes 145</b>
3.1.1	Ortsvektor 145
3.1.2	Geschwindigkeitsvektor, Bahngeschwindigkeit 146
3.1.3	Beschleunigungsvektor 146
3.1.4	Kinematische Lösungsfälle 147
3.1.5	Räumliche Bewegungen – Spezielle Koordinatendarstellungen 148
3.1.5.1	Kartesische Koordinaten 148
3.1.5.2	Zylinderkoordinaten 149
3.1.5.3	Natürliche Koordinaten 151
3.1.6	Ebene Bewegungen – spezielle Koordinatendarstellungen 152
3.1.6.1	Kartesische Koordinaten 152
3.1.6.2	Polarkoordinaten 152
3.1.6.3	Kreisbewegung 153
3.1.7	Eindimensionale Bewegungen ( <i>Geradlinige Bewegungen</i> ) 154
<b>3.2</b>	<b>Kinematik des starren Körpers 155</b>
3.2.1	Räumliche Bewegungen 156
3.2.1.1	Geschwindigkeitsvektor 156
3.2.1.2	Beschleunigungsvektor 157
3.2.2	Ebene Bewegungen 158
3.2.2.1	Geschwindigkeitsvektor 158
3.2.2.2	Momentanzentrum 159
3.2.2.3	Beschleunigungsvektor 161
3.2.3	Relativbewegung 162
3.2.3.1	Geschwindigkeitsvektor 162
3.2.3.2	Beschleunigungsvektor 165
<b>3.3</b>	<b>Kinetik starrer Systeme 167</b>
3.3.1	Impulsvektor 167

3.3.2	Drallvektor ( <i>Drehimpulsvektor</i> )	167
3.3.2.1	Beliebig bewegter Massenmittelpunkt	167
3.3.2.2	Beliebiger raumfester Punkt	168
3.3.3	Impulssatz, Massenmittelpunktsatz (MMS)	168
3.3.4	Drallsatz ( <i>Drehimpulssatz, DS</i> ) – Axiom II der Mechanik	169
3.3.5	Bewegung um einen raumfesten Punkt (EULERSche Kreiselgleichungen)	170
3.3.6	Bewegung um eine raumfeste Achse	172
3.3.7	Bewegung in der Ebene	173
3.3.8	Massenträgheitsmomente ( <i>Massenmomente 2. Grades</i> )	174
3.3.8.1	Definitionen	174
3.3.8.2	Massenträgheitsmomenten-Tensor (MTMT)	175
3.3.8.3	Satz von STEINER – Parallelverschiebung des Bezugssystems	177
3.3.8.4	Haupt-( <i>Massen</i> )-Trägheitsmomente ( <i>Drehung des Bezugssystems</i> )	178
3.3.8.5	Massenträgheitsmomente einiger spezieller Körper	178
3.3.9	Kraftgesetze	181
3.3.9.1	Gravitationsgesetz	181
3.3.9.2	Gewichtskraft	181
3.3.9.3	Federkraft	182
3.3.9.4	Dämpfungskraft	182
3.3.9.5	( <i>Aerodynamische</i> ) Widerstandskraft	182
3.3.9.6	Gleitreibungskraft	182
3.4	<b>Abgeleitete Sätze der Kinetik</b>	183
3.4.1	Energetische Grundbegriffe	183
3.4.1.1	Arbeit	183
3.4.1.2	Kinetische Energie	186
3.4.1.3	Konservative Kräfte und Momente – Potentielle Energie	187
3.4.1.4	Leistung	188
3.4.2	Arbeitssatz	189
3.4.3	Energiesatz ( <i>Energieerhaltungssatz</i> )	190
4	<b>LINEARE SCHWINGUNGEN</b>	191
4.1	<b>Grundbegriffe</b>	191
4.1.1	Periodische Schwingungen	191
4.1.2	Sonderfall: Harmonische Schwingungen	192
4.1.3	Mittelwerte	193
4.2	<b>Schwingungen mit einem Freiheitsgrad (FHG)</b>	195
4.2.1	Freie ungedämpfte Schwingung	195
4.2.2	Viskos gedämpfte freie Schwingung	198
4.2	<b>Schwingungen mit einem Freiheitsgrad (FHG)</b>	201
4.2.3	Erzwungene, viskos gedämpfte Schwingung – Vergrößerungsfunktion	201
4.2.4	Komplexe Übertragungsfunktion bzw. komplexer Frequenzgang	204
4.3	<b>Freie ungedämpfte Schwingungen mit n-Freiheitsgraden (FHG)</b>	207
4.4	<b>Freie ungedämpfte Schwingungen des 1-dimensionalen Kontinuums</b> ( <i>Längs-, Torsions- und Biegeschwingungen</i> )	209
	<b>Literaturverzeichnis</b>	213