

# Sommaire

<b>1</b>	<b>Les équations de Maxwell, avec loi d'Ohm</b>	<b>1</b>
1.1	Les équations de Maxwell	1
1.1.1	Généralités	1
1.1.2	Considérations énergétiques	2
1.1.3	Cas particulier: conducteurs immobiles, et générateurs	3
1.1.4	Non-unicité	4
1.2	Existence, dans le système de Maxwell	5
1.2.1	Solution "par potentiels", à $j$ donné	5
1.2.2	Solution par transformation de Laplace, à $j$ donné	6
1.2.3	Solution par Laplace, avec loi d'Ohm, $\epsilon$ et $\mu$ variables	8
1.2.4	La méthode de Lions	9
1.3	Dépendance par rapport à un paramètre	10
<b>2</b>	<b>Le système de Maxwell en régime harmonique, en domaine borné</b>	<b>13</b>
2.1	Un problème concret: le four à micro-ondes	13
2.1.1	Modélisation	13
2.1.2	Position du problème	16
2.2	Le "problème continu"	17
2.2.1	Existence d'une solution	17
2.2.2	Formulations faibles plus générales	19
2.3	Discrétisation	22
2.3.1	Éléments finis pour (10) ou (11)	22
2.3.2	Systèmes linéaires obtenus	24
2.3.3	La question des modes parasites	25
<b>3</b>	<b>Le complexe des éléments de Whitney</b>	<b>29</b>
3.1	Définition et premières propriétés	29
3.2	Le complexe de Whitney	33
3.3	Propriétés topologiques du complexe	35
3.4	Propriétés métriques du complexe	39
<b>4</b>	<b>La limite <math>\epsilon = 0</math></b>	<b>41</b>
4.1	Introduction	41
4.2	Du modèle de Maxwell à celui des courants de Foucault	42

<b>4.2.1</b>	<b>Majorations a priori</b>	<b>43</b>
<b>4.2.2</b>	<b>Le problème limite <math>P_0</math></b>	<b>44</b>
<b>4.2.3</b>	<b>Le modèle des courants de Foucault</b>	<b>46</b>
<b>4.2.4</b>	<b>Passage à la limite, développement en <math>\alpha</math></b>	<b>48</b>
<b>4.3</b>	<b>Discussion et applications</b>	<b>49</b>
<b>5</b>	<b>Courants de Foucault: le modèle en <math>h</math></b>	<b>53</b>
<b>5.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>53</b>
<b>5.2</b>	<b>Le "problème continu"</b>	<b>54</b>
<b>5.2.1</b>	<b>Élimination de <math>e</math>, et formulation en <math>h</math></b>	<b>54</b>
<b>5.2.2</b>	<b>Le problème en <math>h</math>, en régime harmonique</b>	<b>57</b>
<b>5.3</b>	<b>Discrétisation</b>	<b>59</b>
<b>5.3.1</b>	<b>Approximation par éléments d'arêtes: la méthode <math>h\varphi</math></b>	<b>59</b>
<b>5.3.2</b>	<b>Construction du champ source</b>	<b>61</b>
<b>6</b>	<b>Courants de Foucault: "Trifou"</b>	<b>65</b>
<b>6.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>65</b>
<b>6.2</b>	<b>Réduction à un problème posé sur <math>D</math></b>	<b>67</b>
<b>6.2.1</b>	<b>De <math>IH^d</math> à <math>IK^d</math></b>	<b>67</b>
<b>6.2.2</b>	<b>L'opérateur <math>P</math></b>	<b>69</b>
<b>6.2.3</b>	<b>L'espace <math>H\Phi</math>, isomorphe à <math>IK^d</math></b>	<b>70</b>
<b>6.2.4</b>	<b>Reformulation du problème dans <math>H\Phi</math></b>	<b>71</b>
<b>6.3</b>	<b>Représentation de l'opérateur <math>P</math></b>	<b>71</b>
<b>6.3.1</b>	<b>Potentiel de simple couche, et saut de son gradient</b>	<b>72</b>
<b>6.3.2</b>	<b>Conséquences de la Prop. 6.5</b>	<b>74</b>
<b>6.4</b>	<b>Discrétisation</b>	<b>76</b>
<b>6.4.1</b>	<b>Approximation de <math>P</math></b>	<b>76</b>
<b>6.4.2</b>	<b>Formulation discrète finale</b>	<b>78</b>
<b>6.5</b>	<b>Généralisation: Vers les hautes fréquences</b>	<b>79</b>
<b>7</b>	<b>Le problème de la conduction: Formulations "complémentaires"</b>	<b>81</b>
<b>7.1</b>	<b>Formulations variationnelles</b>	<b>81</b>
<b>7.2</b>	<b>Discrétisations complémentaires</b>	<b>85</b>
<b>7.3</b>	<b>Pourquoi pas des éléments lagrangiens classiques ?</b>	<b>88</b>
<b>7.3.1</b>	<b>Les conditions aux limites sont difficiles à prendre en compte</b>	<b>88</b>
<b>7.3.2</b>	<b>À maillage égal, la précision est moins bonne</b>	<b>90</b>
<b>7.3.3</b>	<b>Le conditionnement de la matrice finale est moins bon</b>	<b>91</b>
<b>7.4</b>	<b>Oui, mais ...</b>	<b>94</b>
<b>8</b>	<b>L'effet de peau</b>	<b>97</b>
<b>8.1</b>	<b>Introduction: modéliser, c'est faire simple d'abord ...</b>	<b>97</b>
<b>8.2</b>	<b>Effet de peau dans un demi-espace conducteur</b>	<b>98</b>
<b>8.3</b>	<b>Effet de peau dans une plaque</b>	<b>103</b>
<b>8.4</b>	<b>Effet de peau dans un conducteur cylindrique</b>	<b>107</b>
<b>9</b>	<b>Géométrie des équations de Maxwell</b>	<b>111</b>
<b>9.1</b>	<b>Formes différentielles dans <math>E_3</math></b>	<b>112</b>
<b>9.2</b>	<b>Les champs comme formes différentielles</b>	<b>116</b>

9.3	Lois de comportement, diagramme de Tonti	119
9.4	Quelques avantages du point de vue géométrique	121

**Annexes**

<b>A1</b>	<b>Démonstration du Lemme 1.1, Chap. 1</b>	125
<b>A2</b>	<b>Potentiels</b>	127
A2.1	Propriétés globales	128
A2.2.	Propriétés locales	130
A2.3	Potentiels et problème de Poisson	130
A2.4	Fonctions harmoniques	132
A2.5	Application: la décomposition de Helmholtz	132
A2.6	La formule de Biot et Savart	133
<b>A3</b>	<b>Transformations de Fourier et de Laplace</b>	135
<b>A4</b>	<b>Les espaces <math>L^2_{\partial}</math></b>	137
A4.1	Les espaces de Sobolev $L^2_{\text{grad}}(D)$ , $\mathbb{L}^2_{\text{rot}}(D)$ , $\mathbb{L}^2_{\text{div}}(D)$	137
A4.2	Traces	139
A4.3	La décomposition de Helmholtz	141
<b>A5</b>	<b>Absence de modes résonnantes dans les cavités chargées</b>	145
<b>A6</b>	<b>Quelques notions sur la symétrie</b>	147
<b>A7</b>	<b>Un exemple de calcul en domaine borné (l'horloge à Césium)</b>	149
<b>A8</b>	<b>La situation <math>V \subset H \subset V'</math></b>	153
<b>A9</b>	<b>Géométrie différentielle pour l'électromagnétisme (Petit guide d'étude)</b>	157
A9.1	Concepts propres à la structure de variété différentiable	157
A9.2	Orientation et formes tordues	161
A9.3	Intégration et théorème de Stokes	162
A9.4	Structures métriques sur les variétés	166
	<b>Index des auteurs</b>	169
	<b>Index</b>	171