

1 Einführung	1
1.1 Motivierendes Beispiel	1
1.2 Optimierungsmodelle	5
1.2.1 Grundbegriffe	5
1.2.2 Mathematische Notation	6
1.2.3 Indexmengen	7
1.2.4 Optimierungsmodelle und Optimierungsprobleme	7
1.3 Optimalpunkte und Optimalwerte	8
1.3.1 Anschauliche Erklärung	8
1.3.2 Mathematische Definition und Beispiele	8
1.3.3 Können verschiedene optimale Lösungen existieren?	9
1.3.4 Minimieren oder Maximieren?	10
1.3.5 Wann sind Optimierungsprobleme nicht lösbar?	12
2 Mathematische Grundlagen und Konvexität	15
2.1 Ein Wort vorab	15
2.2 Fahrplan für dieses Kapitel	15
2.3 Multivariate quadratische Funktionen	17
2.3.1 Anschauliche Erklärung	17
2.3.2 In Summenschreibweise	17
2.3.3 Als Matrix-Vektor-Produkt	18
2.3.4 Beispiele und erste Beobachtungen	20
2.4 Höherdimensionale Ableitungen	21
2.4.1 Der Gradient	21
2.4.2 Die Hesse-Matrix	22
2.5 Konvexität	23
2.5.1 Konvexe Mengen	23
2.5.2 Konvexe Funktionen	25
2.5.3 Definitheit von Matrizen	27
2.6 Eigenschaften konvexer Funktionen	30
2.6.1 Konvexe Funktionen und ihre Hesse-Matrizen	31
2.6.2 Summen konvexer Funktionen	32
2.7 Grafische Zusammenfassung	33

3 Unrestringierte quadratische Optimierungsmodelle	35
3.1 Motivation	35
3.2 Lesehinweis	36
3.3 Modellklasse	36
3.4 Mathematischer Hintergrund	37
3.4.1 Kritische Punkte	37
3.4.2 Kritische Punkte konvexer Funktionen	39
3.5 Praktische Hinweise	41
3.5.1 Modellierungstricks	41
3.5.2 Implementierung und Lösung in Python	44
3.6 Beispiele und Anwendungen	44
3.6.1 Umsatzmaximierung im Einproduktfall	44
3.6.2 Abstand, Punkt und Hyperebene	46
3.6.3 Über die Äquivalenz linearer Gleichungssysteme und UQPs	50
3.6.4 Mittlerer quadratischer Abstand zu Zahlen	53
3.6.5 Univariate lineare Regression und die Methode der kleinsten Quadrate	55
3.6.6 Multivariate lineare Regression und die Methode der kleinsten Quadrate	59
3.6.7 Ridge-Regression	63
4 Lineare Optimierungsmodelle	67
4.1 Motivation	67
4.2 Modellklasse	67
4.3 Mathematischer Hintergrund	69
4.3.1 Lineare Funktionen	70
4.3.2 Polyeder und Polytope	71
4.3.3 Dualitätstheorie für LPs	73
4.3.4 Lösungsalgorithmen	75
4.4 Praktische Hinweise	79
4.4.1 Modellierungstricks	79
4.4.2 Implementierung und Lösung in Python	83
4.5 Beispiele und Anwendungen	84
4.5.1 Mittlerer absoluter Abstand zu Zahlen	84
4.5.2 Lineare Regression und <i>Least Absolute Deviations</i> (LAD)	86
4.5.3 Produktionsproblem	88
4.5.4 Transportproblem	91
5 Gemischt-ganzzahlige lineare Optimierungsmodelle	93
5.1 Motivation	93
5.2 Modellklasse	93
5.3 Mathematischer Hintergrund	94
5.3.1 Kontinuierliche Relaxierungen und die Struktur der zulässigen Menge	94

5.3.2	Theoretische Komplexität und praktische Lösbarkeit	95
5.3.3	Lösungsalgorithmen	97
5.4	Praktische Hinweise	97
5.4.1	Modellierungstricks.	97
5.4.2	Implementierung und Lösung in Python.	100
5.5	Beispiele und Anwendungen	101
5.5.1	Zwölf Wächterinnen	101
5.5.2	Das schwerste Sudoku der Welt	107
5.5.3	Lineare Regression und Sparse Least Absolute Deviations	117
5.5.4	Unit Commitment Problem I: Pumpspeicherkraftwerk.	120
5.5.5	Unit Commitment Problem II: Thermisches Kraftwerk	127
6	Gemischt-ganzzahlige quadratische Optimierungsmodelle	139
6.1	Motivation.	139
6.2	Modellklasse.	140
6.3	Mathematischer Hintergrund	141
6.3.1	Kontinuierliche Relaxierungen und Struktur der zulässigen Menge	141
6.3.2	Durch nichtkonvexe Funktionen beschriebene Mengen können trotzdem konvex sein	142
6.3.3	Lösungsalgorithmen	145
6.4	Praktische Hinweise	145
6.4.1	Modellierungstricks.	145
6.4.2	Implementierung und Lösung in Python.	147
6.5	Beispiele und Anwendungen	147
6.5.1	Verschnittminimierung	147
6.5.2	Das Lasso-Problem	150
6.5.3	Standortplanung I: Positionierung einer futuristischen Pizzeria	153
6.5.4	Standortplanung II: Bau eines Lagers für radioaktiven Abfall.	156
7	Fortgeschrittene Modellierungstechniken.	161
7.1	Linearisierung.	161
7.1.1	Linearisierung konvexer Zielfunktionen und konvexer Ungleichungen.	161
7.1.2	Linearisierung nichtkonvexer Funktionen.	164
7.2	Dynamischer Modellaufbau am Beispiel des Traveling Salesman Problems	167
7.2.1	Problembeschreibung	167
7.2.2	Das TSP ist NP-schwer und doch für große Instanzen lösbar	168
7.2.3	Eine unvollständige MILP-Formulierung des TSPs	168
7.2.4	Subtour elimination constraints – eine naive Implementierung	170

7.3	Infeasibilities und Irreducible Inconsistent Subsystems.	175
7.4	Mehrzieloptimierung	178
7.4.1	Ein einführendes Transportbeispiel.	178
7.4.2	Lösungskonzepte.	184
7.5	Sensitivitätsanalyse.	186
7.5.1	Motivation und einführendes Beispiel aus der Netzwerkanalyse	186
7.5.2	Schattenpreise	191
7.5.3	Reduced Costs	192
8	Optimierungsmodelle in der Praxis.	195
8.1	Erfolgsrezepte für den Einsatz von Optimierungsmodellen.	195
8.1.1	Welche Probleme Sie mit Optimierung lösen sollten (und welche nicht)	195
8.1.2	Einbindung in die IT-Infrastruktur	196
8.1.3	Strategisch, taktisch oder operativ?	197
8.2	Vorgehen bei der Entwicklung eines Optimierungsmodells.	198
8.3	Heuristiken	200
8.3.1	Was sind Heuristiken?	200
8.3.2	Heuristiken und Metaheuristiken	202
8.3.3	Wann sollten Sie Heuristiken einsetzen (und wann nicht)?	202
	Literatur.	203
	Sachverzeichnis	205