

Kathetensatz (Satz des Euklid)

Formelzeichen / Einheiten	Formel / Formelumstellung	Abbildung
a, b Katheten (z. B.) mm, cm, m c Hypotenuse (z. B.) mm, cm, m p, q Hypotenusenabschnitte (z. B.) mm, cm, m	$b^2 = c \cdot p$ $b = \sqrt{c \cdot p}$ $c = \frac{b^2}{p}$ $p = \frac{b^2}{c}$ $a^2 = c \cdot q$ $a = \sqrt{c \cdot q}$ $c = \frac{a^2}{q}$ $q = \frac{a^2}{c}$	Kathetensatz (Satz des Euklid)

Beispiel

$$c = 500 \text{ mm}$$

$$q = 200 \text{ mm}$$

$$b = ?$$

$$b = \sqrt{c \cdot q}$$

$$b = \sqrt{500 \text{ mm} \cdot 200 \text{ mm}} = \underline{\underline{316,2 \text{ mm}}}$$

Volumen und Oberflächen

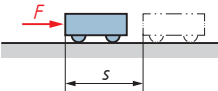
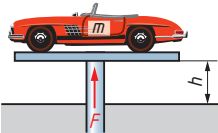
Abbildung	Formel / Formelumstellung	Formelzeichen / Einheiten
Pyramidenstumpf (rechteckig) 	$V = \frac{h}{3} \cdot (A_1 + A_2 + \sqrt{A_1 \cdot A_2})$ $h = \frac{3 \cdot V}{A_1 + A_2 + \sqrt{A_1 \cdot A_2}}$ $A_1 = a_1 \cdot b_1 \quad A_2 = a_2 \cdot b_2$ $a_1 = \frac{A_1}{b_1} \quad a_2 = \frac{A_2}{b_2}$ $b_1 = \frac{A_1}{a_1} \quad b_2 = \frac{A_2}{a_2}$ $h_{sa} = \sqrt{h^2 + \left(\frac{b_1 - b_2}{2}\right)^2} \quad h_{sb} = \sqrt{h^2 + \left(\frac{a_1 - a_2}{2}\right)^2}$ $h = \sqrt{h_{sa}^2 - \left(\frac{b_1 - b_2}{2}\right)^2} \quad h = \sqrt{h_{sb}^2 - \left(\frac{a_1 - a_2}{2}\right)^2}$ $b_1 = b_2 + 2 \cdot \sqrt{h_{sa}^2 - h^2} \quad a_1 = a_2 + 2 \cdot \sqrt{h_{sb}^2 - h^2}$ $b_2 = b_1 - 2 \cdot \sqrt{h_{sa}^2 - h^2} \quad a_2 = a_1 - 2 \cdot \sqrt{h_{sb}^2 - h^2}$ $A_O = a_1 \cdot b_1 + a_2 \cdot b_2 + h_{sa} \cdot (a_1 + a_2) + h_{sb} \cdot (b_1 + b_2)$ $A_M = h_{sa} \cdot (a_1 + a_2) + h_{sb} \cdot (b_1 + b_2)$	<p>V Volumen (z.B.) mm³, m³</p> <p>h Höhe (z.B.) mm, m</p> <p>A_1 Grundfläche (z.B.) mm², m²</p> <p>A_2 Deckfläche (z.B.) mm², m²</p> <p>a_1, b_1 Seitenlängen Grundfläche (z.B.) mm, m</p> <p>a_2, b_2 Seitenlängen Deckfläche (z.B.) mm, m</p> <p>h_{sa} Mantelhöhe von der Grundseite a (z.B.) mm, m</p> <p>h_{sb} Mantelhöhe von der Grundseite b (z.B.) mm, m</p> <p>A_O Oberfläche (z.B.) mm², m²</p> <p>A_M Mantelfläche (z.B.) mm², m²</p>

Beispiel

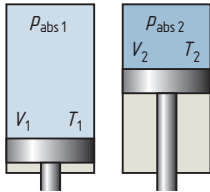
$h = 15 \text{ cm}$
 $b_1 = 50 \text{ cm}$
 $b_2 = 20 \text{ cm}$
 $V = ?$

$$h_{sa} = \sqrt{h^2 + \left(\frac{b_1 - b_2}{2}\right)^2} = \sqrt{(15 \text{ cm})^2 + \left(\frac{50 \text{ cm} - 20 \text{ cm}}{2}\right)^2} = \underline{\underline{21,21 \text{ cm}}}$$

Mechanische Arbeit, Hubarbeit

Formelzeichen / Einheiten	Formel / Formelumstellung	Abbildung
W Arbeit (z. B.) N · m, J, W · s F Kraft (z. B.) N, kN F_G Gewichtskraft (z. B.) N, kN s Kraftweg (z. B.) mm, m <div> $1 \text{ J} = 1 \text{ N} \cdot \text{m}$ $1 \text{ J} = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2}$ $1 \text{ J} = \text{W} \cdot \text{s}$ </div>	$W = F \cdot s$ $F = F_G$ $F = \frac{W}{s}$ $s = \frac{W}{F}$	Mechanische Arbeit 
Beispiel $W = 1250 \text{ N}$ $s = 2,5 \text{ m}$ $W = ?$ $W = F \cdot s$ $W = 1250 \text{ N} \cdot 2,5 \text{ m} = 3125 \text{ Nm} = \underline{\underline{3125 \text{ J}}}$		
W Hubarbeit (z. B.) N · m, J, W · s F Hubkraft (z. B.) N, kN F_G Gewichtskraft (z. B.) N, kN h Hub (Kraftweg) (z. B.) mm, m m Masse (z. B.) kg, t g Erdbeschleunigung $9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ <div> $1 \text{ J} = 1 \text{ N} \cdot \text{m}$ $1 \text{ J} = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2}$ $1 \text{ J} = \text{W} \cdot \text{s}$ </div>	$W = F \cdot h$ $F = F_G$ $F = \frac{W}{h}$ $h = \frac{W}{F}$ $W = m \cdot g \cdot h$ $m = \frac{W}{g \cdot h}$ $h = \frac{W}{m \cdot g}$	Hubarbeit 
Beispiel $m = 2000 \text{ kg}$ $h = 2 \text{ m}$ $W = ?$ $W = m \cdot g \cdot h$ $W = 2000 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 2 \text{ m} = 39240 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2} = \underline{\underline{39240 \text{ J}}}$		

Zustandsänderung von Gasen 1

Formelzeichen / Einheiten	Formel / Formelumstellung	Abbildung
p_{abs1} absoluter Druck vor der Zustandsänderung bar	$\frac{p_{\text{abs1}} \cdot V_1}{T_1} = \frac{p_{\text{abs2}} \cdot V_2}{T_2}$	Allgemeine Gasgleichung Zustand 1 Zustand 2 
V_1 Gasvolumen vor der Zustandsänderung (z. B.) dm ³ , l, m ³	$p_{\text{abs1}} = \frac{p_{\text{abs2}} \cdot V_2 \cdot T_1}{V_1 \cdot T_2}$	
T_1 absolute Temperatur vor der Zustandsänderung K	$V_1 = \frac{p_{\text{abs2}} \cdot V_2 \cdot T_1}{p_{\text{abs1}} \cdot T_2}$	
p_{abs2} absoluter Druck nach der Zustandsänderung bar	$T_1 = \frac{p_{\text{abs1}} \cdot V_1 \cdot T_2}{p_{\text{abs2}} \cdot V_2}$	
V_2 Gasvolumen nach der Zustandsänderung (z. B.) dm ³ , l, m ³	$T_2 = \frac{p_{\text{abs2}} \cdot V_2 \cdot T_1}{p_{\text{abs1}} \cdot V_1}$	
T_2 absolute Temperatur nach der Zustandsänderung K		

$$1 \text{ bar} = 10 \frac{\text{N}}{\text{cm}^2} = 10^5 \text{ Pa}$$

Beispiel

$$V_1 = 40 \text{ l}$$

$$T_1 = 290 \text{ K}$$

$$V_2 = 80 \text{ l}$$

$$T_2 = 330 \text{ K}$$

$$p_{\text{abs2}} = 20 \text{ bar}$$

$$p_{\text{abs1}} = ?$$

$$p_{\text{abs1}} = \frac{p_{\text{abs2}} \cdot V_2 \cdot T_1}{V_1 \cdot T_2}$$

$$p_{\text{abs1}} = \frac{20 \text{ bar} \cdot 80 \text{ l} \cdot 290 \text{ K}}{40 \text{ l} \cdot 330 \text{ K}} = 35,15 \frac{\text{bar} \cdot \text{l} \cdot \text{K}}{\text{l} \cdot \text{K}} = \underline{\underline{35,15 \text{ bar}}}$$

Hauptnutzungszeit beim Stirn-Planfräsen 1

Abbildung	Formel / Formelumstellung	Formelzeichen / Einheiten
	$L = l_w + l_a + l_ü + \frac{d}{2} - l_s^{1)} \quad (\text{für Schruppen})$	L Vorschubweg mm l_w Werkstücklänge mm l_a Anlaufweg mm $l_ü$ Überlaufweg mm d Fräserdurchmesser mm l_s Anschnitt (Fräserzugabe) mm b Werkstückbreite mm a_e Schnitt-, Fräsbreite mm t_h Hauptnutzungszeit min i Anzahl der Schnitte v_f Vorschubgeschwindigkeit $\frac{\text{mm}}{\text{min}}$ f_z Vorschub je Zahn mm z Zähnezahl am Fräs Werkzeug n Umdrehungsfrequenz des Fräfers (Drehzahl) $\frac{1}{\text{min}}$ f Werkzeugvorschub pro Umdrehung mm v_c Schnittgeschwindigkeit $\frac{\text{m}}{\text{min}}$
	$l_s = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{d^2 - a_e^2}$	
	$L = l_w + l_a + l_ü + d \quad (\text{für Schlichten})$	
	$t_h = \frac{L \cdot i}{v_f}$	
	$L = \frac{t_h \cdot v_f}{i} \quad i = \frac{t_h \cdot v_f}{L} \quad v_f = \frac{L \cdot i}{t_h}$	
	$v_f = f_z \cdot z \cdot n \quad (\text{mit } v_f = f \cdot n \quad f = f_z \cdot z)$	
	$f_z = \frac{v_f}{z \cdot n} \quad z = \frac{v_f}{f_z \cdot n} \quad n = \frac{v_f}{f_z \cdot z}$	
	$t_h = \frac{L \cdot i}{f_z \cdot z \cdot n}$	
	$n = \frac{v_c}{\pi \cdot d} \quad v_c = n \cdot \pi \cdot d \quad d = \frac{v_c}{n \cdot \pi}$	
	¹⁾ Ohne weitere Angabe ist $l_a = l_ü = 1,5 \text{ mm}$ anzunehmen.	$a_e = b$

Beispiel

$L = 403 \text{ mm}$

$f_z = 0,1 \text{ mm}$

$n = 90 \frac{1}{\text{min}}$

$i = 1$

$z = 8$

$t_h = ?$

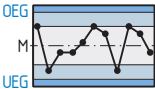
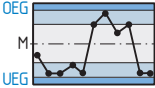
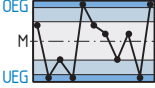
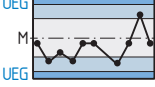
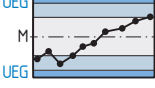
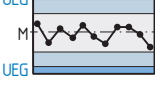
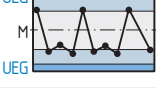
$$t_h = \frac{L \cdot i}{f_z \cdot z \cdot n}$$

$$t_h = \frac{403 \text{ mm} \cdot 1}{0,1 \text{ mm} \cdot 8 \cdot 90 \frac{1}{\text{min}}} = 5,6 \frac{\cancel{\text{mm}} \cdot \text{min}}{\cancel{\text{mm}}} = \underline{\underline{5,6 \text{ min}}}$$

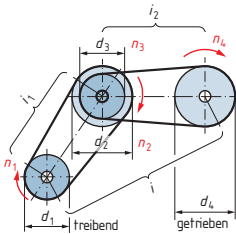
Statistische Prozessregelung (SPC)

Qualitätsregelkarte 3

In der Tabelle sind mögliche **Prozessverläufe**, die während eines Fertigungsprozesses auftreten können, dargestellt und erläutert.

Prozessverlauf	Erläuterung
	Natürlicher Verlauf <ul style="list-style-type: none"> 2/3 der Messwerte befinden sich im Bereich $\pm s$ (Standardabweichung). Alle Messwerte befinden sich zwischen der oberen und unteren Eingriffsgrenze. <p>→ Ein Eingriff in den Prozess ist nicht erforderlich</p>
	Werte kurz vor der Eingriffsgrenze <ul style="list-style-type: none"> Ein oder mehrere Messwerte liegen im Bereich zwischen Warngrenze und Eingriffsgrenze. <p>→ Der Prozess wird verstärkt beobachtet. Zusätzliche Stichproben werden sofort entnommen. Der Prozess ist zu korrigieren, falls sich kein natürlicher Verlauf einstellt.</p>
	Eingriffsgrenzen über- bzw. unterschritten <ul style="list-style-type: none"> Einer oder mehrere Messwerte liegen außerhalb einer Eingriffsgrenze (oder beider). <p>→ Die Maschine kann z. B. defekt sein oder muss nachjustiert werden. Ein Eingriff in den Prozess ist erforderlich. Alle nach der letzten Stichprobe gefertigten Teile müssen einer 100%-Prüfung unterzogen werden.</p>
	Run <ul style="list-style-type: none"> Mindestens 7 Messwerte in Reihe liegen auf der selben Seite der Mittellinie. <p>→ Die Ursache kann z. B. Werkzeugwechsel sein. Der Prozess wird verstärkt beobachtet. Zusätzliche Stichproben werden sofort entnommen. Der Prozess ist zu ggf. zu korrigieren.</p>
	Trend fallend /Trend steigend <ul style="list-style-type: none"> Mindestens 7 Messwerte in Reihe weisen zusammen einen fallenden / steigenden Verlauf auf. <p>→ Die Ursache kann z. B. Werkzeugverschleiß sein. Der Prozess ist zu unterbrechen um die Ursache abzustellen, da ggf. ein Überschreiten der unteren / oberen Eingriffsgrenze droht.</p>
	Middle Third <ul style="list-style-type: none"> Mindestens 7 Messwerte in Reihe befinden sich im Bereich $\pm s$ (Standardabweichung). <p>→ Die Ursache kann z. B. eine optimierte Fertigung sein. Eine Analyse ist erforderlich.</p>
	Perioden <ul style="list-style-type: none"> Die Messwerte ändern in regelmäßigen Abständen die Seite der Mittellinie. <p>→ Die Ursache kann z. B. in der Beschaffenheit der Messinstrumente liegen. Eine Analyse ist erforderlich.</p>

Mehrfacher Riementrieb 1

Formelzeichen / Einheiten	Formel / Formelumstellung	Abbildung
Treibende Scheiben: d_1, d_3 Wirkdurchmesser (z. B.) mm, m n_1, n_3 Umdrehungsfrequenz (Drehzahl) (z. B.) $\frac{1}{\text{min}}$ n_A Anfangsumdrehungsfrequenz (z. B.) $\frac{1}{\text{min}}$	$d_1 \cdot d_3 \cdot n_1 = d_2 \cdot d_4 \cdot n_4$ $n_1 = \frac{d_2 \cdot d_4 \cdot n_4}{d_1 \cdot d_3} \qquad n_4 = \frac{d_1 \cdot d_3 \cdot n_1}{d_2 \cdot d_4}$ $d_1 = \frac{d_2 \cdot d_4 \cdot n_4}{d_3 \cdot n_1} \qquad d_2 = \frac{d_1 \cdot d_3 \cdot n_1}{d_4 \cdot n_4}$ $d_3 = \frac{d_2 \cdot d_4 \cdot n_4}{d_1 \cdot n_1} \qquad d_4 = \frac{d_1 \cdot d_3 \cdot n_1}{d_2 \cdot n_4}$	 <div style="border: 1px solid green; padding: 5px; margin-top: 10px;"> $n_1 = n_A$ $n_4 = n_E$ $n_2 = n_3$ </div>
Getriebene Scheiben: d_2, d_4 Wirkdurchmesser (z. B.) mm, m n_2, n_4 Umdrehungsfrequenz (Drehzahl) (z. B.) $\frac{1}{\text{min}}$ n_E Endumdrehungsfrequenz (z. B.) $\frac{1}{\text{min}}$ i_1, i_2 Einzelübersetzungsverhältnisse i Gesamtübersetzungsverhältnis		
Beispiel $n_1 = 650 \frac{1}{\text{min}}$ $d_1 = 180 \text{ mm}$ $d_3 = 200 \text{ mm}$ $n_4 = ?$ $d_2 = 300 \text{ mm}$ $d_4 = 350 \text{ mm}$	$n_4 = \frac{d_1 \cdot d_3 \cdot n_1}{d_2 \cdot d_4}$ $n_4 = \frac{180 \text{ mm} \cdot 200 \text{ mm} \cdot 650 \frac{1}{\text{min}}}{300 \text{ mm} \cdot 350 \text{ mm}} = 222,9 \frac{\text{mm} \cdot \text{mm} \cdot \frac{1}{\text{min}}}{\text{mm} \cdot \text{mm}} = 222,9 \frac{1}{\text{min}}$	

Aufdruckkraft, Auftrieb in Flüssigkeiten

Formelzeichen / Einheiten	Formel / Formelumstellung	Abbildung
F Aufdruckkraft (z. B.) N, kN p_e hydrostatischer Druck (z. B.) $\frac{\text{N}}{\text{m}^2}$, bar, Pa A Fläche der Abdeckung (z. B.) m^2 ϱ Dichte des Mediums (z. B.) $\frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$, $\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ g Fall-/Erdbeschleunigung $\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ h Höhe der Flüssigkeit (z. B.) mm, m	$F = p_e \cdot A$ $p_e = \frac{F}{A}$ $A = \frac{F}{p_e}$ $F = \varrho \cdot g \cdot h \cdot A$ $\varrho = \frac{F}{g \cdot h \cdot A}$ $h = \frac{F}{\varrho \cdot g \cdot h}$ $A = \frac{F}{\varrho \cdot g \cdot h}$	Aufdruckkraft
$1 \text{ bar} = 10 \frac{\text{N}}{\text{cm}^2} = 10^5 \text{ Pa}$ $g = 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$		
Beispiel $F = \varrho \cdot g \cdot h \cdot A$ $\varrho_{\text{Wasser}} = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ $h = 3 \text{ m}$ $A = 0,25 \text{ m}^2$ $F_s = ?$ $F = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 3 \text{ m} \cdot 0,25 \text{ m}^2 = 7357,5 \frac{\text{kg} \cdot \text{m} \cdot \cancel{\text{m}} \cdot \cancel{\text{m}^2}}{\cancel{\text{m}^3} \cdot \text{s}^2} = 7357,5 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2} = \underline{\underline{7357,5 \text{ N}}}$		
F_A Auftriebskraft (z. B.) N, kN V_{Fl} Volumen der verdrängten Flüssigkeit (z. B.) l, m^3 ϱ_{Fl} Dichte der Flüssigkeit (z. B.) $\frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$, $\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ g Fall-/Erdbeschleunigung $\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ F_{GFL} Gewichtskraft der verdrängten Flüssigkeit (z. B.) N, kN F_G Gewichtskraft des Körpers (z. B.) N, kN V_K Volumen des Körpers (z. B.) l, m^3 ϱ_K Dichte des Körpers (z. B.) $\frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$, $\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$	$F_A = V_{\text{Fl}} \cdot \varrho_{\text{Fl}} \cdot g$ $F_A = F_{\text{GFL}}$ $V_{\text{Fl}} = \frac{F_A}{\varrho_{\text{Fl}} \cdot g}$ $\varrho_{\text{Fl}} = \frac{F_A}{V_{\text{Fl}} \cdot g}$ $F_G = V_K \cdot \varrho_K \cdot g$ $V_K = \frac{F_G}{\varrho_K \cdot g}$ $\varrho_K = \frac{F_G}{V_K \cdot g}$	Auftrieb in Flüssigkeiten $F_A < F_G \rightarrow \text{Sinken}$ $F_A = F_G \rightarrow \text{Schweben}$ $F_A > F_G \rightarrow \text{Steigen}$
Beispiel $V_{\text{Fl}} = 0,02 \text{ m}^3$ $\varrho_{\text{Fl}} = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ $g = 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ $F_A = ?$ $F_A = V_{\text{Fl}} \cdot \varrho_{\text{Fl}} \cdot g$ $F_A = 0,02 \text{ m}^3 \cdot 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 196,2 \frac{\cancel{\text{m}^3} \cdot \text{kg} \cdot \text{m}}{\cancel{\text{m}^3} \cdot \text{s}^2} = 196,2 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2} = \underline{\underline{196,2 \text{ N}}}$		

Hydraulische Presse 2

Formelzeichen / Einheiten	Formel / Formelumstellung	Abbildung
F_1 Kraft am Druckkolben (z. B.) N, kN F_2 Kraft am Arbeitskolben (z. B.) N, kN A_1 Fläche des Druckkolbens (z. B.) mm ² , cm ² A_2 Fläche des Arbeitskolbens (z. B.) mm ² , cm ² s_1 Weg des Druckkolbens (z. B.) mm, cm s_2 Weg des Arbeitskolbens (z. B.) mm, cm <i>i</i> hydraulisches Übersetzungsverhältnis p_e Überdruck (z. B.) bar, $\frac{\text{N}}{\text{cm}^2}$	<p>Fläche-Weg-Beziehung:</p> $A_1 \cdot s_1 = A_2 \cdot s_2$ $A_1 = \frac{A_2 \cdot s_2}{s_1} \quad A_2 = \frac{A_1 \cdot s_1}{s_2}$ $s_1 = \frac{A_2 \cdot s_2}{A_1} \quad A_2 = \frac{A_1 \cdot s_1}{s_2}$ <p>Übersetzungsverhältnis:</p> $i = \frac{F_1}{F_2} \quad i = \frac{s_2}{s_1} \quad i = \frac{A_1}{A_2}$ $F_1 = i \cdot F_2 \quad s_1 = \frac{s_2}{i} \quad A_1 = i \cdot A_2$ $F_2 = \frac{F_1}{i} \quad s_2 = i \cdot s_1 \quad A_2 = \frac{A_1}{i}$	<p>Hydraulische Presse</p>

$$1 \text{ Pa} = 1 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} = 0,01 \text{ mbar}$$

$$1 \text{ bar} = 10 \frac{\text{N}}{\text{cm}^2} = 0,1 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} = 10^5 \text{ Pa}$$

$$10 \text{ bar} = 1 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} = 100 \frac{\text{N}}{\text{cm}^2} = 1 \text{ MPa}$$

Beispiel

$$A_2 = 1600 \text{ mm}^2$$

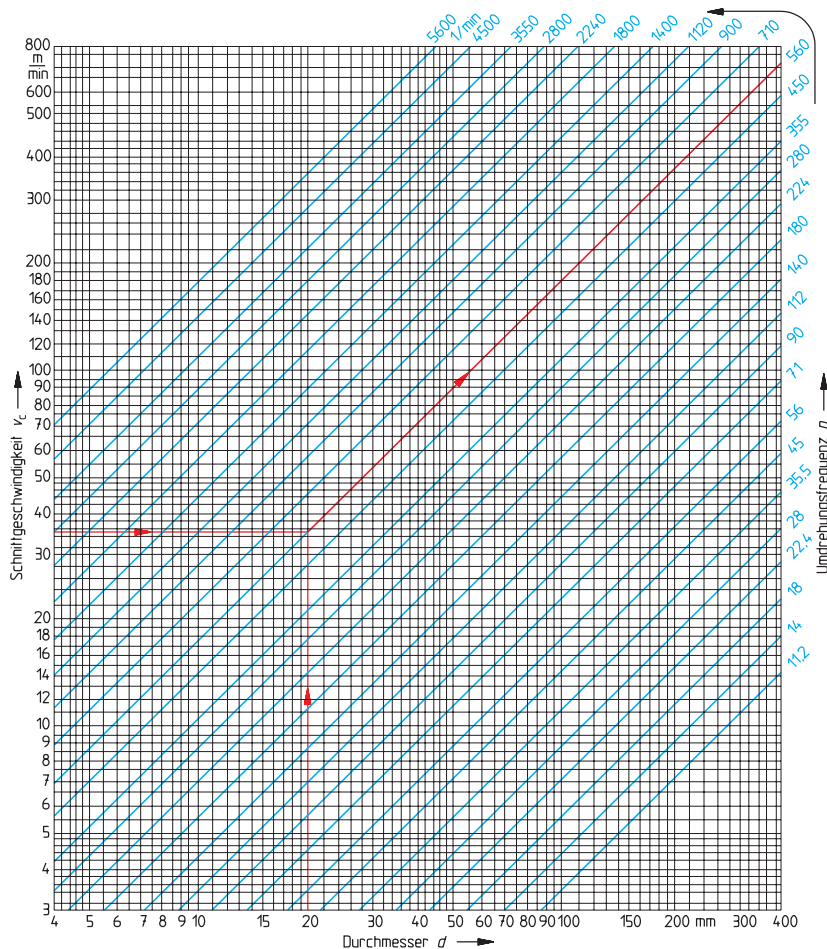
$$s_1 = 75 \text{ mm}$$

$$s_2 = 12 \text{ mm}$$

$$A_1 = ?$$

$$A_1 = \frac{A_2 \cdot s_2}{s_1}$$

$$A_1 = \frac{1600 \text{ mm}^2 \cdot 12 \text{ mm}}{75 \text{ mm}} = 256 \frac{\text{mm}^2 \cdot \cancel{\text{mm}}}{\cancel{\text{mm}}} = \underline{\underline{256 \text{ mm}^2}}$$



Zusammenhang zwischen Umdrehungsfrequenz (Drehzahl), Durchmesser und Schnittgeschwindigkeit

Die Beziehung $v_c = \pi \cdot d \cdot n$ kann grafisch dargestellt werden.

Beispiel:

$$d = 20 \text{ mm}, v_c = 35 \frac{\text{m}}{\text{min}}$$

Am Treffpunkt der beiden Pfeile lässt sich die zugehörige Umdrehungsfrequenz

$$n = 560 \frac{1}{\text{min}}$$

(Zwischenwerte werden geschätzt.)