2022 BMT

Bayerischer Mathematik-Test

MEHR ERFAHREN

Gymnasium Bayern

Mathematik 8. Klasse

STARK

Inhalt

2020
Für das Jahr 2020 können keine Original-Aufgaben abgedruckt werden, da der BMT an allen bayerischen Gymnasien aufgrund des Corona-Virus abgesagt wurde.

2021

Autor: Verlagsredaktion

Vorwort

Liebe Schülerin, lieber Schüler,

dieses Buch bereitet dich auf den **zentralen Bayerischen Mathematik-Test (BMT)** in der **8. Jahrgangsstufe** vor. Das Testergebnis zählt entweder als mündliche Note oder wird zusammen mit einem schulinternen zweiten Test als Schulaufgabe gewertet. Im BMT soll geprüft werden, inwieweit dein **Grundwissen** in Mathematik aus den vergangenen Klassen noch präsent ist und ob du es **zur Lösung komplexerer Aufgaben** einsetzen kannst.

Der BMT findet in einer der ersten vollen Schulwochen des neuen Schuljahres statt. Mit diesem Buch kannst du deine Kenntnisse aus den **vergangenen Schuljahren** auffrischen und dich auf die spezielle Situation des Tests vorbereiten. Das Buch enthält die **BMTs der vergangenen Jahre** mit **ausführlichen Erläuterungen der Lösungen**. Alle Inhalte dieser BMTs sind auch für kommende BMTs relevant. Es können aber aufgrund einer Lehrplanänderung Inhalte Gegenstand des Tests sein, die bis zum BMT im Jahr 2019 nicht gefragt wurden. Zur Einübung dieser Inhalte enthält das Buch zusätzliche Übungsaufgaben.

Jeder BMT ist in die zwei Aufgabengruppen **A und B** unterteilt. Gruppe B unterscheidet sich von Gruppe A – wie du es aus der Schule gewohnt bist – meist nur durch andere Zahlen oder Bezeichnungen. Die Lösungen der **Gruppe A** sind **ausführlich** erklärt, damit du Schritt für Schritt den richtigen Lösungsweg trainieren und deinen Wissensstand durch Üben entscheidend verbessern kannst.
Um zu sehen, ob du eventuelle Lücken dauerhaft schließen konntest, solltest du einige Zeit verstreichen lassen und dann auch **Gruppe B** des betreffenden Jahrgangs bearbeiten. Hier sind die Lösungen kürzer gefasst, sodass sie sich rasch mit deinen Rechenergebnissen vergleichen lassen. Auf diese Weise kannst du dich ganz gezielt und umfassend vorbereiten und dem Test gelassen entgegensehen.

Sollten nach Erscheinen dieses Bandes noch wichtige Änderungen für den BMT 2022 vom Kultusministerium bekannt gegeben werden, findest du aktuelle Informationen dazu im Internet unter:
https://www.pearson.de/schule/themen/alle-themen/zentrale-abitur-und-abschlusspruefungen

Wir wünschen dir viel Freude bei der Arbeit mit diesem Buch und den erwünschten Erfolg beim nächsten BMT.

Dein

Stark Verlag

Aufgabe 1

Gib jeweils Minimum, Maximum, Spannweite und Median der folgenden Datenreihen an.

a) 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7

b) 1; 2; 2; 3; 3; 3

c) 1; 3; 5; 5; 7; 1

Aufgabe 2

In dieser Aufgabe geht es um die Datenreihe 2; 2; 3; 3; 5; 6; 8.

a) Berechne das arithmetische Mittel (d. h. den Durchschnitt) und den Median.

b) Ändere einen Datenwert so ab, dass der Median gleich bleibt und sich das arithmetische Mittel stark vergrößert.

Lösungen

Aufgabe 1

a) **Minimum: 1**
Maximum: 7
Spannweite: 6
Median: 4

Hinweise und Tipps

Das Minimum ist der kleinste Datenwert, das Maximum der größte.
Die Spannweite ist die Differenz aus Maximum und Minimum, hier also $7 - 1 = 6$.
Der Median soll grundsätzlich eine geordnete Datenreihe in zwei gleich große Hälften zerlegen. „Gleich groß" bedeutet: mit der gleichen Anzahl an Daten. Die Daten der unteren, „ärmeren" Hälfte haben höchstens den Wert des Medians, die Daten der oberen, „reicheren" Hälfte haben mindestens den Wert des Medians. Der Median selbst gehört weder der unteren noch der oberen Hälfte an.
Es liegt eine geordnete Datenreihe vor und die Anzahl der Daten ist ungerade. Der Median ist dann der Datenwert in der Mitte.

b) **Minimum: 1**
Maximum: 3
Spannweite: 2
Median: 2,5

Es liegt wieder eine geordnete Datenreihe vor. Die Anzahl der Daten ist aber gerade. In der Mitte stehen die Datenwerte 2 und 3. In diesem Fall ist das arithmetische Mittel dieser Datenwerte der Median.
Beachte, dass die Datenwerte 2 und 3 mehrfach auftreten.

c) **Minimum: 1**
Maximum: 7
Spannweite: 6
Median: 4

Die Daten müssen zunächst geordnet werden:
1; 1; 3; 5; 5; 7
Da die Anzahl der Daten gerade ist, ist der Median das arithmetische Mittel aus 3 und 5, also 4.

Aufgabe 2

a) **Arithmetisches Mittel**:
$$\frac{2+2+3+3+5+6+8}{7} = \frac{29}{7} = \mathbf{4\frac{1}{7}}$$
Median: 3

Hinweise und Tipps

$$\text{Arithmetisches Mittel} = \frac{\text{Summe der Datenwerte}}{\text{Anzahl der Daten}}$$

Da die Anzahl der Daten ungerade ist, steht in der Mitte der geordneten Datenreihe der Datenwert 3.

b) Z. B.:
2; 2; 3; 3; 5; 6; **700**

Ändert man nur das Maximum ab, so bleibt der Median sicher erhalten. Um das arithmetische Mittel zu vergrößern, muss man nur das Maximum größer machen.
In der neuen Datenreihe ist „700" ein sogenannter Ausreißer. Ausreißer beeinflussen in der Regel das arithmetische Mittel, nicht aber den Median.

Aufgabe 3

Je **stärker** das **Durchschnittsvermögen das Medianvermögen übersteigt**, desto **höher** ist das **Vermögen der reicheren Hälfte** im Vergleich zum Vermögen der ärmeren Hälfte.
Dies ist im Vergleich der drei Länder besonders ausgeprägt in Deutschland. Es könnte an dem **geringen Anteil an Hausbesitzern** liegen.

Hinweise und Tipps

Das Medianvermögen zerlegt die Haushalte in zwei gleich große Hälften: in die der ärmeren, deren Vermögen höchstens so groß wie das Medianvermögen ist, und in die der reicheren, deren Vermögen mindestens so groß wie das Medianvermögen ist. Ausreißer nach oben, also besonders reiche Haushalte, treiben das Durchschnittsvermögen nach oben.
Über die absolute Höhe des Vermögens der einzelnen Länder ist damit noch nichts ausgesagt: ärmere Haushalte in Deutschland können ein höheres Vermögen haben als reichere Haushalte in der Slowakei.

Bayerischer Mathematik-Test 2019
8. Jahrgangsstufe Gymnasium, Gruppe A

Aufgabe 1

a) Berechne: / 1

$-120 \cdot 0{,}6 + 100 =$

b) Vereinfache den Term so weit wie möglich. / 1

$a^3 - a^2 + 6a^2 \cdot a =$

Aufgabe 2

/ 2

Bestimme für $x \in \mathbb{Q}$ die Lösung der Gleichung $x - 2 \cdot (x-1) = -4x$.

Aufgabe 3

/ 2

Zu jeder Zahl in der Tabelle gibt es eine Zahl in der Wolke, die denselben Wert hat. Schreibe diese jeweils in die zugehörige Spalte der Tabelle.

Zahl	12,5 %	0,05	$0,\overline{428571}$
Zahl aus der Wolke mit demselben Wert			

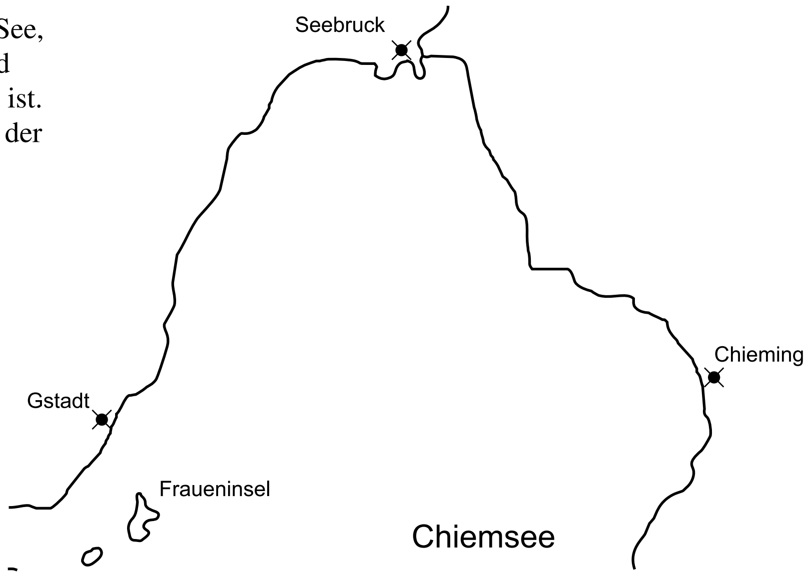
$\frac{1}{50}$ $\frac{3}{7}$ $\frac{1}{8}$ $\frac{1}{20}$ $\frac{4}{7}$ $12\frac{1}{2}$

Aufgabe 4

a) Das Passagierschiff „MS Berta“ legt auf einer Fahrt von Seebruck zur etwa 8 km entfernten Fraueninsel durchschnittlich in einer Minute eine Strecke von etwa 390 m zurück. Kreuze an, wie lang demnach die reine Fahrzeit ungefähr ist. / 1

☐ 19 min ☐ 21 min ☐ 29 min ☐ 31 min

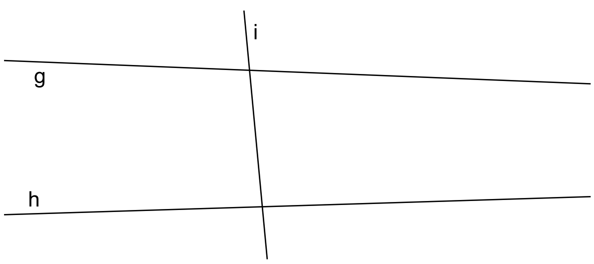
b) Es gibt einen Punkt auf dem See, der von Chieming, Gstadt und Seebruck gleich weit entfernt ist. Konstruiere diesen Punkt auf der Karte. / 2



Aufgabe 5

a) Anna zeichnet in ihr Heft ein Dreieck und behauptet, dass der größte Innenwinkel ihres Dreiecks 53° groß ist. Entscheide, ob es ein solches Dreieck geben kann, und begründe deine Entscheidung. / 1

b) Abgebildet sind drei Geraden g, h und i. Die Größe des Schnittwinkels von g und h kann man in der Abbildung nicht direkt messen. Beschreibe, wie du die Größe dieses Schnittwinkels trotzdem mithilfe der Abbildung bestimmen könntest, ohne dass du dabei die abgebildeten Geradenausschnitte verlängern müsstest. / 1



Lösungen

Aufgabe 1

Hinweise und Tipps

a) $-120 \cdot 0,6 + 100 =$

Hier kannst du der Reihe nach rechnen und berücksichtigst gleichzeitig „Punkt vor Strich“.

$-12 \cdot 6 + 100 =$

Ausgleichende Kommaverschiebung: Ein Faktor wird durch 10 dividiert, der andere mit 10 multipliziert.
Oder: $120 \cdot 6 = 720$ rechnen und diesem Ergebnis eine Dezimalstelle geben: $120 \cdot 0,6 = 72,0$

$-72 + 100 = \mathbf{28}$

$-72 + 100 = +100 - 72 = 28$

b) $a^3 - a^2 + 6a^2 \cdot a =$

„Punkt vor Strich“ beachten! Ausführlich: $6a^2 \cdot a = 6 \cdot a \cdot a \cdot a = 6a^3$

$a^3 - a^2 + 6a^3 =$

Umsortieren.

$a^3 + 6a^3 - a^2 =$

Gleichartige Summanden zusammenfassen.

$\mathbf{7a^3 - a^2}$

Hier könnte man allenfalls noch ausklammern, was den Term aber nicht einfacher macht: $7a^3 - a^2 = a^2(7a - 1)$

Aufgabe 2

Hinweise und Tipps

$x - 2 \cdot (x - 1) = -4x$

Zunächst wird der Term auf der linken Seite der Gleichung vereinfacht, so weit es geht. Achte dabei auf „Punkt vor Strich“ und die Vorzeichen!
Ausführlich: $x - 2 \cdot (x - 1) = x + (-2) \cdot (x - 1) = x - 2x + 2$
Oder: $x - 2 \cdot (x - 1) = x - [2 \cdot (x - 1)] = x - [2x - 2] = x - 2x + 2$

$x - 2x + 2 = -4x$

$-x + 2 = -4x$

Auf beiden Seiten der Gleichung x addieren, um die Zahlen von den Termen mit x zu trennen.

$2 = -3x$

Division beider Gleichungsseiten durch (–3).

$-\frac{2}{3} = x$

$\mathbf{x = -\frac{2}{3}}$

Die Lösung kann auch in der Form $x = -0,\overline{6}$ geschrieben werden.

Aufgabe 3

Hinweise und Tipps

Zahl	12,5 %	0,05	$0,\overline{428571}$
Zahl aus der Wolke mit demselben Wert	$\mathbf{\frac{1}{8}}$	$\mathbf{\frac{1}{20}}$	$\mathbf{\frac{3}{7}}$

Bewertung: 2 BE für drei richtige Zuordnungen, 1 BE für zwei richtige Zuordnungen, 0 BE sonst.

Die Wolke enthält nur Brüche und gemischte Zahlen. In diese Schreibweise lassen sich die ersten beiden Zahlen der Tabelle leicht umformen und anschließend zuordnen.

$12,5\,\% = 0,125 = \frac{125}{1\,000} = \frac{1}{8}$

Vergiss das %-Zeichen nicht, sonst ordnest du fälschlich die Zahl $12\frac{1}{2}$ zu!

$0,05 = \frac{5}{100} = \frac{1}{20}$

Unangenehmer ist eine solche Rechnung für den periodischen Dezimalbruch $0,\overline{428571} = \frac{428\,571}{999\,999}$. Hier kannst du leichter so argumentieren:

Der periodische Dezimalbruch ist etwas kleiner als 0,5. Nur die beiden Brüche in der Wolke mit dem Nenner 7 stellen periodische Dezimalbrüche dar. Davon ist nur $\frac{3}{7}$ kleiner als 0,5.

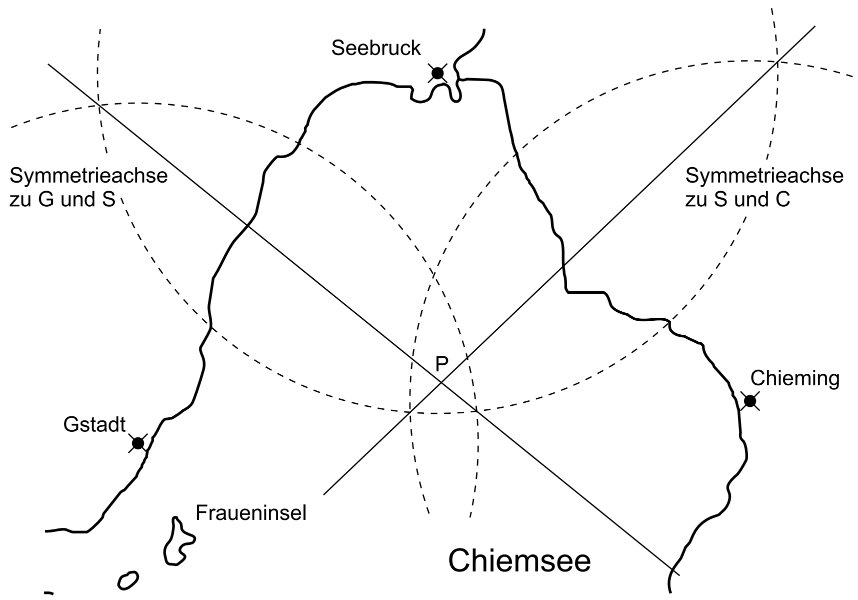
Aufgabe 4

a) ☐ 19 min
☒ 21 min
☐ 29 min
☐ 31 min

Hinweise und Tipps

Eine Überschlagsrechnung ergibt für die Anzahl der Fahrtminuten:
$8 \text{ km} : 390 \text{ m} \approx 8 \text{ km} : 400 \text{ m} = 8\,000 \text{ m} : 400 \text{ m} = 20$
Da das exakte Ergebnis nur ein klein wenig größer ausfällt als die Näherung (wegen des etwas kleineren Divisors), muss die angebotene Antwort 21 min die richtige sein.

b)



Bewertung: 1 BE Abzug, wenn die Konstruktionen nicht sauber ausgeführt sind.

G bezeichne die Lage der Ortschaft Gstadt, S die Lage von Seebruck und C die Lage von Chieming. Der gesuchte Punkt P ist insbesondere von G und S gleich weit entfernt, liegt also auf der Symmetrieachse zu G und S. Weiter ist er insbesondere gleich weit von S und C entfernt, liegt also auf der Symmetrieachse zu S und C. Der gesuchte Punkt ist der Schnittpunkt der beiden genannten Symmetrieachsen.

Selbstverständlich kannst du auch z. B. die Symmetrieachse zu G und S und die zu G und C schneiden.

Die Symmetrieachse zu G und S konstruierst du so: Zwei Kreise mit den Mittelpunkten G und S und dem gleichen Radius schneiden sich in zwei Punkten der gesuchten Symmetrieachse. Die Symmetrieachse zu G und S ist übrigens auch die Mittelsenkrechte der Strecke [GS].

Aufgabe 5

a) *1. Lösungsweg:*
Ein solches **Dreieck** kann es **nicht geben**, denn die **Summe** seiner **Innenwinkel** wäre dann **kleiner als $3 \cdot 53° = 159°$**, ein Widerspruch zum Satz von der Innenwinkelsumme im Dreieck.

2. Lösungsweg:
Ein solches **Dreieck** kann es **nicht geben**. Da die Winkelsumme im Dreieck 180° beträgt, müssten die beiden anderen Winkel zusammen 127° messen. **Ein Winkel** müsste also **mindestens $127° : 2 = 63{,}5°$** groß sein und damit größer als 53°.

Bewertung: Du erhältst noch keine BE, wenn du nur den Satz von der Innenwinkelsumme aufschreibst. Du musst ihn auf die gegebene Situation des 53°-Winkels anwenden.

Hinweise und Tipps

Satz von der Innenwinkelsumme im Dreieck:
In jedem Dreieck haben die Innenwinkel zusammen die Größe 180°.