



EUROPA-FACHBUCHREIHE
für elektrotechnische
und elektronische Berufe

Tabellenbuch Informations-, Geräte-, System- und Automatisierungstechnik

Tabellen · Formeln · Normanwendungen

13. neu bearbeitete und erweiterte Auflage

Bearbeitet von Lehrern und Ingenieuren an beruflichen Schulen,
Fachhochschulen und Produktionsstätten (siehe Rückseite)

VERLAG EUROPA-LEHRMITTEL · Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG
Düsseldorfberger Straße 23 · 42781 Haan-Gruiten

Europa-Nr.: 31118 ohne Formelsammlung

Europa-Nr.: 33722 mit Formelsammlung

Autoren des Tabellenbuchs Informations-, Geräte-, -System- und Automatisierungstechnik:

Monika Burgmaier	Oberstudiendirektorin	Durbach, Offenburg
Ulrich Freyer	Dipl.-Ing., Analyst für Medientechnik	Köln
Oliver Gomber	Dipl.-Ing., Studiendirektor	Freiburg
Bernhard Grimm	Oberstudienrat	Sindelfingen, Leonberg
Gregor Häberle	Dr.-Ing., Abteilungsleiter	Friedrichshafen
Jörg Andreas Oestreich	Dipl.-Ing., Oberstudienrat	Schwäbisch Hall
Bernd Schiemann	Dipl.-Ing.	Durbach
Dietmar Schmid	Prof. Dr.-Ing.	Essingen

Lektorat und Leitung des Arbeitskreises

Bernd Schiemann

Bildbearbeitung

Zeichenbüro des Verlags Europa-Lehrmittel, Ostfildern

Diesem Buch wurden die neuesten Ausgaben der DIN-Blätter und der VDE-Bestimmungen zugrunde gelegt. Verbindlich sind jedoch nur die DIN-Blätter und VDE-Bestimmungen selbst.

Die DIN-Blätter können von der Beuth-Verlag GmbH, Burggrafenstraße 6, 10787 Berlin, bezogen werden. Die VDE-Bestimmungen sind bei der VDE-Verlag GmbH, Bismarckstraße 33, 10625 Berlin, erhältlich.

Für die Darstellung von Halbleitern wird auch die Norm IEC 60747-9 Halbleiterbauelemente angewandt.

13. Auflage 2021, korrigierter Nachdruck 2023

Druck 5 4 3

Alle Drucke derselben Auflage sind parallel einsetzbar, da sie bis auf die Korrektur von Druckfehlern identisch sind.

ISBN 978-3-8085-3171-6 (ohne Formelsammlung)

ISBN 978-3-8085-3172-3 (mit Formelsammlung)

Alle Rechte vorbehalten. Das Werk ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der gesetzlich geregelten Fälle muss vom Verlag schriftlich genehmigt werden.

© 2021 by Verlag Europa-Lehrmittel, Nourney, Vollmer GmbH & Co KG, D 42781 Haan-Gruiten
www.europa-lehrmittel.de

Umschlag: braunwerbeagentur, 42477 Radevormwald

Umschlagfotos: © Jürgen Fälchle-AdobeStock.com; Festplatte: Dr. Fritz Faulhaber GmbH & Co KG

Satz: Grafische Produktionen Jürgen Neumann, 97222 Rimpar

Druck: Himmer GmbH, 86167 Augsburg

Mathematik, Physik, Elektrotechnische G rundlagen	Übersicht 7	G
B auelemente, Baugruppen, S chaltungen der Baugruppen, Energieversorgung	Übersicht 53	BS
D igitaltechnik, Schaltungen der Digitaltechnik, C omputertechnik, Messtechnik	Übersicht 115	DC
Sensorik, Aktorik, Steuern und Regeln, A utomatisierungstechnik, Antriebstechnik	Übersicht 181	A
S ignale übertragen und verarbeiten, Multimedia, Digitalisierung	Übersicht 253	S
K ommunikationstechnik, Funknetze, Bussysteme, Internet	Übersicht 321	K
T echnische K ommunikation, Werkstoffe, Verbindungstechnik	Übersicht 397	TK
B etrieb und Umfeld, A rbeitsschutz, Umwelt, Anhang	Übersicht 477	BA

Vorwort zur 13. Auflage

Das Buch ist ein umfassendes Nachschlagewerk für die Bereiche Kommunikationstechnik, Systemtechnik, Medientechnik, Automatisierungstechnik und Informationstechnik.

- Kompakte und übersichtliche Darstellung der wichtigsten Inhalte für die zugehörnden Berufe
- Informationen zur Abschlussprüfung der Kammern in den Elektroberufen
- **Formeln für Berufsanfänger sind gelb hinterlegt.**

Berücksichtigung neuer Normen, z. B.: DIN VDE 0100-410, 0100-540, 701/702, DIN EN 60027-2, 3

Besonderes Augenmerk wurde auf *Übersichtlichkeit* in der Darstellung gelegt. Deshalb werden die Informationen in strenger Gliederung tabellenartig präsentiert. Die Berechnungsformeln sind als Größengleichungen nach DIN 1303 angegeben.

Zur schnellen *Orientierung* dienen den Benutzern ein Griffregister, kapitelweise angeordnete Inhaltsverzeichnisse und ein ausführliches Sachwortverzeichnis am Buchende.

Das Buch enthält die Hauptabschnitte:

G	Mathematik, Physik, Elektrotechnische Grundlagen,
BS	Bauelemente, Baugruppen, Schaltungen der Baugruppen, Energieversorgung,
DC	Digitaltechnik, Schaltung und Digitaltechnik, Computertechnik, Messtechnik,
A	Sensorik, Aktorik, Steuern und Regeln, Automatisierungstechnik, Antriebstechnik,
S	Signale übertragen und verarbeiten, Multimedia, Digitalisierung,
K	Kommunikationstechnik, Funknetze, Bussysteme, Internet,
TK	Technische Kommunikation, Werkstoffe, Verbindungstechnik,
BA	Betrieb und sein Umfeld, Arbeitsschutz, Umwelt, Anhang.

Neu in der 13. Auflage:

Entwicklungsphasen der Industrie, Digitale Transformation, Optische Datenspeicherung, Magnetfeldabhängige Bauelemente, Power over Ethernet, SPE, Mikroprozessorsysteme als Chip, Arduino, Nucleo, Raspberry, Python-Befehle für Raspberry, Variablen und Bausteine bei der SPS-Programmierung, Brennstoffzellen, IE-Klassen, Maschinenumrichter, Programmierregeln für das TIA-Portal, OPC-UA, Servoantriebe, Optische Messwerterfassung mit OTDR, Grundlagen der LAN-Messtechnik, Cybersecurity, IoT-Plattformen, Sicherheit, Edge-Cloud-Fog, VPN, KI, BigData, Campusnetze, MQTT, Datenschutz und IT-Sicherheit, Grundwerte der IT-Sicherheit, Sicherheit und Gefährdung durch Missbrauch, Datensicherung, E-Mail-Sicherheit, Sicherheitsmanagement, IT-Notfallmanagement, EU-DSGVO-Grundsätze und DSGVO-Umsetzung.

Viele Seiten wurden völlig neu gestaltet oder überarbeitet.

Wichtige allgemeine Änderungen sind die durchgeführten Betriebsmittelkennzeichnungen nach DIN EN 81346-2. Normänderungen der Schaltzeichen wurden berücksichtigt. Es bestehen aber auch verschiedene Normen nebeneinander, deren Inhalte voneinander abweichen. Dies trifft z. B. bei Stromverzweigungen, mit und ohne Punkt oder den Verstärkerzeichen Rechteck oder Dreieck zu.

Wer arbeitet mit dem Tabellenbuch Informations-, Geräte-, System- und Automatisierungstechnik?

Auszubildende in den folgenden Berufen:

- Elektroniker/in für Geräte und Systeme
- Elektroniker/in für Automatisierungstechnik
- Informationselektroniker/in
- Elektroniker/in Fachrichtung Informations- und Telekommunikationstechnik
- Systemelektroniker/in und Systeminformatiker/in
- Elektroniker/in für Informations- und Systemtechnik
- IT-System-Elektroniker/in

Schüler folgender Bildungsgänge:

- IT-Gymnasium, Fachgymnasium, Fachoberschule und Berufsoberschule, Berufskollegs
- Studenten der Fachschulen für Technik und der Hochschulen.

Ihre Meinung interessiert uns!

Bitte teilen Sie uns Ihre Verbesserungsvorschläge, Ihre Kritik, aber auch Ihre Zustimmung zum Buch mit.

Schreiben Sie uns an die E-Mail-Adresse: lektorat@europa-lehrmittel.de

Die Autoren und der Verlag Europa-Lehrmittel

Sommer 2021

1. Industrielle Revolution, ab 1800, Industrie 1.0

- Gründerzeit mit Mechanisierung,
- Fertigung in Fabriken,
- Nutzung der Wasserkraft und Dampfkraft,
- Elektrogenerator und Elektromotor,
- Elektrisches Licht,
- Herstellung serienidentischer Teile, z. B. Fahrzeuge, Waffen,
- Telefonie.

Automatisierung 1.0

Maschinelle Prozesse und Abläufe werden mechanisch mithilfe von Rädern, Hebeln, fluidischen Verzögerungsgliedern und Gewichtsspeichern automatisiert. Elektrischer Dynamo zur Energieerzeugung.

Nutzung der elektrischen Energie für Motoren und für die Beleuchtung.

„Elektrisches Licht“ Allegorie, Ausstellungsplakat 1896



2. Industrielle Revolution, ab 1900, Industrie 2.0

- Fließbandfertigung mit rigider Arbeitsteilung,
- Elektromechanische Steuerungstechnik,
- Elektrische Antriebstechnik für Geräte, Maschinen und Fahrzeuge
- Radio- und Fernsehtechnik,
- Elektronische Steuerungen mit Einzeltransistoren,
- EDV-Anlagen.

Automatisierung 2.0

Maschinelle Ablaufprozesse steuert man mit Relais. Selbsthaltungsschaltungen dienen als binäre Speicher.

Neben elektromechanischen und fluidischen Reglern kommen zunehmend elektronische Regelungs- und Steuerungseinrichtungen in Gebrauch, zunächst mit Röhren, später mit Einzeltransistoren.

NPN-Transistor im Glasgehäuse um 1958



3. Industrielle Revolution, ab 1970, Industrie 3.0

- Integrierte Schaltkreise,
- Mikroprozessoren,
- EPROM,
- Mikrocomputer,
- PC, SPS,
- CAD, CAM, CAQ, CIM,
- Roboter,
- NC-Maschinen.

Automatisierung 3.0

Die 70er Jahre des letzten Jahrhunderts stehen ganz im Zeichen der Integration vieler elektronischer Funktionen in einen Schaltkreis (Integrierter Schaltkreis IC = 1 Chip). Mithilfe von ICs entstehen komplexe Steuerungen, z. B. für Werkzeugmaschinen. Diese aufgabenspezifischen Steuerungen werden sodann durch frei programmierbare Prozessoren und Mikrocomputer abgelöst.

IBM-PCs mit 5 1/4" Disklaufwerk und x86-Prozessoren kommen ab 1981 in Gebrauch



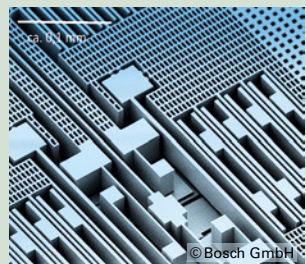
4. Industrielle Revolution, ab 2000, Industrie 4.0

- Weltweite Vernetzung durch das Internet,
- Cyber-Physikalische Systeme (CPS),
- 3D-Druck,
- Mikroelektromechanische Systeme (MEMS), z. B. als Sensoren in Smartphones,
- Simulation im Cyberspace,
- GPS, Geometrische Produktspezifikation.

Automatisierung 4.0

Prägend ist die Kommunikationstechnik über das Internet. Weltweiter Massenzugang mit Maschinen, Geräten und Personen ermöglichen weltweit automatisierte Funktionsabläufe aller Art, sei es die Nutzung für Geldtransfer, Bestellungen, Schulungen und Meinungsbildung. Große Gefahren liegen im Missbrauch durch Schadprogramme (Malware) und Falschmeldungen.

MEMS-Beschleunigungssensor z. B. im Smartphone



Der Veränderungsprozess

Der digitale Wandel (Digitale Transformation) oder kurz, die **Digitalisierung** hat mit Beginn des 21. Jahrhunderts in allen Lebensbereichen Einzug gehalten mit dauerhaft wirkenden Veränderungen. Deutlich wird dies durch die Nutzung

- digital arbeitender Geräte der Kommunikationstechnik, z. B. von Smartphones und Tablets,
- der Nutzung des Internets und der digitalen sozialen Medien, z. B. von Facebook, Twitter, Instagram,
- der digitalen Abwicklung von Ein- und Verkaufsvorgängen (E-Commerce),
- der Nutzung des Computers bei nahezu allen Tätigkeiten, z. B. für Büroarbeiten,
- der digitalen Steuerung von Maschinen und von Transportsystemen.

Den Veränderungsprozess mit dem Wandel von der früher *überwiegend analogen Welt* in die zukünftige *digitale Welt* bezeichnet man als **digitale Transformation**.

Betroffen von der digitalen Transformation sind neben den meisten Privatpersonen alle Unternehmen und Betriebe, alle Bildungseinrichtungen und alle staatlichen Ämter und Institutionen.

Internet-Banking: Digital am Computer oder Smartphone statt analog mit Handschrift



Treiber der Digitalen Transformation

Globalisierung

Die Digitalisierung ermöglicht die weltweite (globale) Verflechtung von Wirtschaft, Politik, Kultur und Umwelt. Sie führt zu weltweitem Austausch von Produkten, Technologie, Kapital und Personen. Unternehmen sind zwangsläufig einem globalen Wettbewerb ausgesetzt. Hier sind die Vertriebs- und Marketingabteilungen die stärksten Treiber der digitalen Transformation.

Globalisierung



Internet der Dinge (IoT)

Das Internet der Dinge führt zur Vernetzung der Geräte und Maschinen. Es befeuert den Kommerz mit Kaufanreizen, Nutzung von Dienstleistungen und Service.

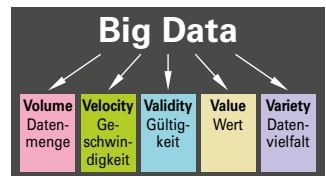
Internet der Dinge



Big Data

Big Data sind große Datenmengen. Sie fallen an beim Suchen und Bestellen im Internet, bei der Kommunikation mit sozialen Medien, z. B. Facebook, Instagram, durch Nutzung von Kundenkarten und Kreditkarten, bei allen Bankgeschäften, bei Überwachungskameras und bei Navigationssystemen in Fahrzeugen.

Big Data

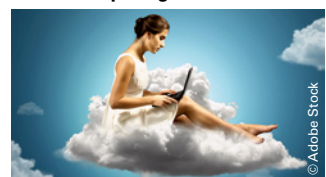


Durch Strukturierung dieser oft zusammenhanglosen Daten kann man z. B. das Kaufverhalten potenzieller Kunden ableiten. Durch mathematische Verfahren, z. B. der Korrelationsanalyse (Ermittlung von Wechselbeziehungen), kann man feststellen, welche Personengruppen in welcher Altersklasse und Wohnsitz bestimmte Reiseziele bevorzugt wählen werden.

Cloud-Computing

Das Cloud-Computing (Arbeiten in einer Computerwolke) ermöglicht die Fernnutzung von IT-Dienstleistungen, z. B. von Speicherplatz, Rechenleistung oder Anwendungssoftware. Die meist unbekannt lokalisierte Hardware steht dem Nutzer gegen Gebühren über das Internet bereit. So kann man die IT-Infrastruktur klein halten und spontan den Bedürfnissen anpassen.

Cloud-Computing



Im Unterschied zum Cloud-Computing steht das **Edge-Computing**. Man konfiguriert dezentrale IT-Komponenten, die am Rand (engl. edge) eines Firmen-Netzwerks angesiedelt sind. Vertrauliche Daten verlassen den eigenen Standort nicht. Große Datenmengen werden nahe an der Quelle verarbeitet, z. B. Kameradaten werden direkt in der Kamera ausgewertet.

Mathematik

Formelzeichen	8
Indizes und Zeichen	9
Größen und Einheiten	10
Größen und Einheiten (Fortsetzung)	11
Vorsätze, Potenzen, Schreibweise von Angaben	12
Mathematische Zeichen	13
Rechenregeln der Algebra	14
Winkel und Winkelfunktionen	15
Winkelfunktionen	16
Funktionen und Graphen	17
Komplexe Rechnung	18
Fourier-Analyse	20

Physik

Körper und Masse	21
Mechanische Größen	22
Mechanische Arbeit und mechanische Energie	23
Bewegungslehre, Leistung, Wirkungsgrad	24
Lichtgrößen	25
Wärme	26
Kühlung von Bauelementen	27
Thermische Belastbarkeit von Halbleiterbauelementen	28
Elektrisches Feld	29
Magnetische Größen und Magnetisierungskennlinien	30
Optische Datenspeicherung	31
Widerstand und Leitwert	32
Ladung, Spannung, Stromstärke	33
Induktion, Induktivität, Spule an Gleichspannung	34
Strom im Magnetfeld	35
Frequenz, Wellenlänge, Impuls	36
Elektrische Wechselgrößen	37

Elektrotechnische Grundlagen

Ohm'sches Gesetz, elektrische Leistung, elektrische Arbeit	38
Nichtlinearer Widerstand, Vierpol	39
Kapazität und Schaltvorgänge von Kondensatoren	40
Bezugspfeile, Kirchhoff'sche Gesetze	41
R-, L-, C-Schaltungen	42
Diagramme von Grundsaltungen	43
Blindwiderstände, RC-Schaltungen, RL-Schaltungen	44
RLC-Schaltungen, Schwingkreise	45
Ersatzspannungsquelle, Anpassung, Ersatzstromquelle	46
Netzwerkumwandlung	47
Spannungsteiler	48
Tiefpässe und Hochpässe	49
Impulsformer und Dämpfungsglieder	50
Bandpässe, Bandsperren, Bandfilter	51
Drehstrom, Kompensation	52

Formelzeichen Formula symbols

Kleinbuchstaben		Großbuchstaben		Griechische Kleinbuchstaben	
<i>a</i>	1. Beschleunigung 2. Temperaturleitfähigkeit	<i>A</i>	1. Fläche, Querschnitt 2. Ablenkkoeffizient	α (alpha)	1. Winkel 2. Temperaturkoeffizient
<i>b</i>	1. Breite 2. Ladungsträgerbeweglichkeit	<i>B</i>	3. Dämpfungsmaß 4. Auflösung 1. magn. Flussdichte	β (beta)	1. Winkel 2. Kurzschluss-Stromverstärkungsfaktor
<i>c</i>	1. spez. Wärmekapazität 2. elektrochemisches Äquivalent 3. Ausbreitungsgeschwindigkeit von Wellen	<i>C</i>	2. Blindleitwert 3. Gleichstromverhältnis 4. Bandbreite 5. Zahlenbasis	γ (gamma)	1. Winkel 2. spez. Leitfähigkeit 3. Richtungsfaktor
<i>d</i>	1. Durchmesser 2. Abstand 3. Verlustfaktor 4. Differenztonfaktor 5. Klirrfaktor	<i>D</i>	1. Kapazität 2. Wärmekapazität 3. Taktanzahl 4. Zählerkonstante	δ (delta)	1. Verlustwinkel 2. Modulationsindex
<i>e</i>	1. Elementarladung 2. Regeldifferenz	<i>E</i>	1. Elektr. Flussdichte 2. Dämpfungsfaktor 3. Dynamikbereich 4. Richtungsmaß	ϵ (epsilon)	1. Permittivität 2. Dehnung
<i>e</i> ¹	1. Euler'sche Zahl 2,718 ...	<i>F</i>	2. Beleuchtungsstärke 1. Kraft, 2. Faktor 3. Fehler	ϵ_0	elektr. Feldkonstante
<i>f</i>	Frequenz	<i>G</i>	1. Leitwert, Wirkleitwert 2. Verstärkungsmaß	ζ (zeta)	Arbeitsgrad, Nutzungsgrad
<i>g</i>	1. Fallbeschleunigung, Ortskoeffizient 2. Tastgrad 3. Übertragungsmaß	<i>H</i>	1. magnetische Feldstärke Stromstärke	η (eta)	Wirkungsgrad
<i>h</i>	Höhe	<i>I</i>	1. Stromdichte 2. Trägheitsmoment	ϑ (theta)	Temperatur in °C
<i>i</i>	zeitabhängige Stromstärke	<i>J</i>	1. Konstante 2. Kopplungsfaktor 3. Lichtgleichwert 4. Koeffizient	λ (lambda)	1. Wellenlänge 2. Leistungsfaktor 3. Wärmeleitfähigkeit
<i>j</i>	Ruck	<i>K</i>	1. Induktivität, 2. Pegel 1. Drehmoment, auch <i>T</i> 2. Speicherkapazität	μ (müh)	1. Permeabilität 2. Reibungszahl
<i>k</i>	1. Verkürzungsfaktor 2. allgem. Konstante 1. Länge, 2. Abstand	<i>L</i>	1. Zahl 2. Nachrichtenmenge	μ_0	magn. Feldkonstante
<i>l</i>	1. Masse 2. Modulationsgrad 3. Strangzahl 4. Zahl der Stufen 5. Reglerausgangsgröße	<i>M</i>	1. Leistung, Wirkleistung 2. Bit-, Zeichen-, Blockfehlerhäufigkeit	π^1 (pi)	Kreiszahl 3,141 5926...
<i>m</i>	1. Umdrehungsfrequenz, Drehzahl 2. ganze Zahl 1, 2, 3 ... 3. Brechzahl	<i>N</i>	1. Ladung, 2. Wärme 3. Blindleistung 4. Gütefaktor, Güte	ρ (rho)	1. spezifischer Widerstand 2. Dichte
<i>n</i>	1. Polpaarzahl 2. Druck 1. Querstromverhältnis 2. Verdampfungswärme	<i>P</i>	1. Federrate 2. Wirkwiderstand 1. Scheinleistung 2. Steilheit	σ (sigma)	1. Streufaktor 2. Rauschabstand
<i>p</i>	1. Radius, 2. Rate, 3. differenzieller Widerstand 4. Rückführgröße	<i>Q</i>	3. Übertragungsgröße 4. Schlankheitsgrad 5. Signal	τ (tau)	Zeitkonstante
<i>q</i>	1. Strecke, Dicke 2. Siebfaktor 3. Schlupf, bezogener 4. Korrektur 5. Welligkeitsfaktor	<i>R</i>	1. Periodendauer 2. Übertragungsfaktor 3. Temperatur in K 4. Dreh-, Kraftmoment	φ (phi)	Winkel, insbesondere Phasenverschiebungswinkel
<i>r</i>	1. Zeit zeitabhängige Spannung	<i>S</i>	Spannung 1. Volumen 2. Verstärkungsfaktor	ω (omega)	1. Winkelgeschwindigkeit 2. Kreisfrequenz
<i>s</i>	1. Übersetzungsverhältnis 2. Übersteuerungsfaktor Geschwindigkeit	<i>T</i>	Arbeit, Energie Blindwiderstand Scheinleitwert	Griechische Großbuchstaben	
<i>t</i>	1. Energiedichte 2. Führungsgröße Regelgröße	<i>U</i>	1. Impedanz, Scheinwiderstand	Δ (Delta)	Differenz z. B. Δf Frequenzhub $\Delta\varphi$ Phasenhub
<i>u</i>	1. Stellgröße 2. Störgröße	<i>V</i>	2. Wellenwiderstand 3. Schwingungswiderstand	Θ (Theta)	elektrische Durchflutung
<i>v</i>		<i>W</i>		Λ (Lambda)	magnetischer Leitwert
<i>w</i>		<i>X</i>		Φ (Phi)	1. magnetischer Fluss 2. Lichtstrom
<i>x</i>		<i>Y</i>		Ψ (Psi)	elektrischer Fluss
<i>y</i>		<i>Z</i>		Ω (Omega)	Raumwinkel

¹ e und π sind Konstanten

Spezielle Formelzeichen werden gebildet, indem man an die Formelzeichen-Buchstaben einen Index, mehrere Indizes anhängt oder sonstige Zeichen dazusetzt.

Indizes und Zeichen Indexes and characters

Ziffern, Zeichen					
0	1. Leerlauf 2. im Vakuum 3. Bezugsgröße	n	1. Bemessungs-, Nenn- 2. Rausch- (noise)	G	1. Gain 2. Gate 3. Gewicht 4. Glättung 5. Grün
1	1. Eingang 2. Reihenfolge	o	Oszillator-		
2	1. Ausgang 2. Reihenfolge	p	1. parallel 2. Pause 3. Puls, 4. potenziell 5. Brumm-, 6. Druck	H	1. Hysterese 2. Hall- 3. Höhe
3, 4, ...	Reihenfolge	q	Quer		
^	Maximalwert, Höchstwert, z. B. $\hat{u}$	r	1. in Reihe 2. relativ, bezogen auf 3. Anstiegs- (rise) 4. Resonanz 5. rated (Bemessungswerte)	K	1. Katode 2. Kopplung (Gegen-) 3. Kühlkörper 4. Kippen 5. Kanal, Strecke
~	Tiefstwert, Kleinstwert, Minimalwert z. B. $\tilde{u}$	s	1. Sieb- 2. Signal, 3. Serie 4. Störstrahlung 5. in Wegrichtung 6. Stoß- 7. Lautstärke, 8. Soll-,	L	1. induktiv, 2. Last, 3. Level 4. links 5. Laden 6. höchstzul. Berührungs- spannung 7. Lorentz-
^	1. Spitze-Tal-Wert		Schritt	M	Mitkopplung
~	2. Schwingungsbreite z. B. $\hat{u}$	sch	Strang	N	1. Bemessungs-, 2. Nutz-
,	1. bezogen auf, 2. Hinweis, 3. Ableitung z. B. u'	str	tief, unten, Totzeit	Q	Quer-
Δ	in Dreieckschaltung	t	thermisch, Wärme-		
Y	in Sternschaltung	th	total, gesamt	R	1. Rückwärts- (reward) 2. Wirkwiderstand 3. Diode, Z-Diode 4. Drossel, 5. rechts 6. Regel-, 7. Rot 8. Ruhe
Kleinbuchstaben		tot	Spannungs-	S	1. Source 2. Schleife- 3. Sattel- 4. Schalt- 5. Schleusen- 6. Sektor
a	1. Abschalten 2. Ausgang 3. außen 4. Abfall 5. Anker	u	1. Vor-, 2. Verlust 3. visuell, Licht-, 4. Vergleich	T	1. Transformator 2. Träger 3. Spur (track) 4. Drehmoment (torque)
ab	abgegeben	v	1. Wirk-, wirksam 2. Führungsgröße 3. Wellen-, 4. Welligkeit 5. Wind-	U	Umgebung
auf	aufgenommen	w	1. unbekannte Größe 2. in x-Richtung	V	1. Spannungsmesser 2. Verstärkungs- 3. Video- 4. Vertikal-
b	1. Betriebs- 2. Bit, 3. Blindgröße	x	1. Stellgröße 2. in y-Richtung 3. Sternschaltung	X	am X-Eingang
c	1. Grenz- (cut-off) 2. Form (crest)	y	1. Zwischen- 2. Zentripetal- zugeführt	Y	1. am Y-Eingang 2. Luminanz 3. Sternschaltung
d	1. Gleichstrom betreffend 2. Dauer-, 3. Digit-, 4. Dämpfung	z	zulässig	Z	1. Zener-, 2. zulässig
e	1. Eingang 2. Empfang	zu		Griechische Kleinbuchstaben	
eff	Effektivwert	zul		α (alpha)	in Richtung des Winkels α
f	1. Frequenz 2. Abfalls- (fall)	Großbuchstaben		σ (sigma)	Streuung
ges	Gesamt-	A	1. Strommesser 2. Antenne 3. Anker- 4. Anode 5. Anzug, Anlauf 6. Anlagenerdung 7. Abtast-	φ (phi)	Phasenverschiebungs- winkel
h	hoch, oben	B	1. Basis 2. Betrieb 3. Betriebserdung (Netz) 4. Bau-, 5. Blau	Griechische Großbuchstaben	
i	1. innen, 2. induziert 3. Strom-, 4. ideell 5. Ist- 6. Impuls	C	1. Kollektor 2. kapazitiv 3. Takt 4. Cluster 5. koerzitiv	Δ (Delta)	eine Differenz betreffend
j	1. Sperrschicht (von junction)	D	1. Drain, 2. Daten		
k	1. Kurzschluss- 2. kinetisch	E	1. Emittor 2. Entladen 3. Erde 4. Erregung (Gleichstrommotor)		
m	1. magnetisch 2. Mittelwert 3. Messwerk 4. moduliert	F	1. Vorwärts- (forward) 2. Fläche 3. Fehler-, 4. Farbe		
max	maximal, höchstens				
mec	mechanisch				
min	minimal, mindestens				

Die Indizes können kombiniert werden, z. B. bei U_{CE} für Kollektor-Emitter-Spannung. Zur Kennzeichnung von Werkstoffen können die Symbole für das Material verwendet werden, z. B. P_{VCu} für Kupferverlustleistung.

Größen und Einheiten Quantities and units

Größen	SI-Einheit (sonst. Einh.)	Einheitenzeichen, Einheitengleichung	Größen	SI-Einheit (sonst. Einh.)	Einheitenzeichen, Einheitengleichung
Länge, Fläche, Volumen, Winkel			elektr. Kapazität	Farad	1 F = 1 As/V = 1 C/V
Länge	Meter (Zoll, Inch)	m 1" = 25,4 mm	elektr. Strombelag	Ampere je Meter	A/m
Fläche	Quadratmeter	m ²	Permittivität, Dielektrizitäts- konstante	Farad je Meter	1 F/m = 1 C/(Vm)
Volumen	Kubikmeter (Liter)	m ³ 1 l = (1/1000) m ³ = 1 dm ³ = 1000 cm ³	elektr. Stromstärke	Ampere	1 A = 1 As/s
Winkel (ebener)	Radian (Grad)	rad 1° = $\frac{\pi}{180}$ rad	elektr. Stromdichte	Ampere je m ²	A/m ²
Raumwinkel	Steradian	sr	Spannungs- anstiegs- geschwindigkeit	Volt je Sekunde	1 V/s
Zeit, Frequenz, Geschwindigkeit, Beschleunigung			elektr. Widerstand, Wirkwiderstand, Blindwiderstand, Scheinwiderstand	Ohm	1 Ω = 1 V/A
Zeit	Sekunde (Minute) (Stunde) (Tag) (Jahr)	s 1 min = 60 s 1 h = 3600 s 1 d = 24 h 1 a = 8760 h	elektr. Wirkleitwert, Blindleitwert, Scheinleitwert	Siemens	1 S = $\frac{1}{\Omega}$
Frequenz	Hertz	1 Hz = 1/s	spezifischer elektr. Widerstand	Ohmmeter	1 Ωm = 100 Ωcm 1 Ωmm ² /m = 1 μΩm
Drehzahl, Um- drehungsfrequenz	je Sekunde (je Minute)	1/s = 60/min	elektrische Leitfähigkeit	Siemens je Meter	1 Sm/mm ² = 1 MS/m
Kreisfrequenz	je Sekunde	1/s	Wirkleistung	Watt	1 W = 1 V · 1 A
Geschwindigkeit	Meter je Sekunde	m/s 1 km/h = $\frac{1}{3,6}$ m/s	Blindleistung	(Var) od. W	1 var = 1 V · 1 A
Winkelgeschwin- digkeit	Radian je Sekunde	rad/s	Scheinleistung	(VA) od. W	1 VA = 1 V · 1 A
Beschleunigung	Meter je Se- kunde Quadrat	m/s ²	Induktivität	Henry	1 H = 1 Vs/A
Ruck	–	m/s ³	Arbeit, Energie	Joule (Wattstunde) (Elektronvolt)	1 J = 1 Ws 1 Wh = 3,6 kNm 1 eV = 0,1602 aJ
Mechanik			Magnetismus		
Masse	Kilogramm (Tonne)	kg 1 t = 1000 kg	magnetische Durchflutung, magn. Spannung	Ampere	A
Dichte	Kilogramm je Kubikmeter	kg/m ³ , kg/dm ³	magn. Feldstärke, Magnetisierung	Ampere je Meter	A/m
Trägheitsmoment	–	kg · m ²	magnetischer Fluss	Weber	1 Wb = 1 Vs
Kraft	Newton	1 N = kg · m/s ²	magn. Flussdichte, magn. Polarisation	Tesla	1 T = 1 Vs/m ²
Impuls	Newton- sekunde	1 Ns = 1 kg · m/s	Induktivität	Henry	1 H = 1 Vs/A
Druck	Pascal (Bar)	1 Pa = 1 N/m ² 1 bar = 0,1 MPa	Permeabilität	Henry je Meter	1 H/m = 1 Vs/(Am)
Arbeit, Energie	Joule (Elektronvolt)	1 J = 1 Nm = 1 Ws 1 eV = 0,1602 aJ	magn. Widerstand	–	1/H = A/Vs
Drehmoment	Newtonmeter	1 Nm	magn. Leitwert	Henry	H
Leistung	Watt	1 W = 1 J/s = 1 Nm/s	Elektromagnetische Strahlung (außer Licht)		
Elektrizität			Strahlungsenergie	Joule	1 J = 1 Nm = 1 Ws
elektrische Ladung, elektrischer Fluss	Coulomb	1 C = 1 As	Strahlungsleistung	Watt	1 W = 1 J/s
Flächenladungs- dichte, elektrische Flussdichte	Coulomb je Quadratmeter	C/m ²	Strahlstärke	Watt/ Steradian	W/sr
Raumladungs- dichte	Coulomb je Kubikmeter	C/m ³	Strahldichte	–	W/(sr · m ²)
elektr. Spannung, elektr. Potenzial	Volt	1 V = 1 J/C	spezifische Ausstrahlung, Bestrahlungsstärke	Watt je Quadratmeter	W/m ²
elektr. Feldstärke	Volt je Meter	1 V/m = 1 N/C			

Größen und Einheiten (Fortsetzung) Quantities and units (continued)

Größen	SI-Einheit (sonst. Einh.)	Einheitenzeichen, Einheitengleichung	Größen	SI-Einheit (sonst. Einh.)	Einheitenzeichen, Einheitengleichung
Licht, Optik			Kernreaktion, ionisierende Strahlung		
Lichtstärke	Candela	cd	Aktivität einer radioaktiven Substanz	Becquerel	1 Bq = 1/s
Leuchtdichte	Candela je m ²	cd/m ²	Energiedosis	Gray	1 Gy = 1 J/kg
Lichtstrom	Lumen	lm	Energiedosisrate	Gray je Sekunde	Gy/s
Lichtausbeute	Lumen je Watt	lm/W	Äquivalentdosis	Sievert	1 Sv = 1 J/kg
Lichtmenge	Lumensekunde (Lumenstunde)	lm s 1 lm h = 3 600 lm s	Aquivalentdosisrate	Sievert je Sekunde	1 Sv/s = 1 J/(kg · s)
spezifische Lichtausstrahlung	Lumen je Quadratmeter	lm/m ²	Ionendosis	Coulomb je Kilogramm	C/kg
Beleuchtungsstärke	Lux	1 lx = 1 lm/m ²	Ionendosisrate	Ampere je Kilogramm	1 A/kg = 1 C/(kg · s)
Belichtung	–	Lux · s			
Brechkraft von Linsen	– (Dioptrie)	1/m 1 dpt = 1/m			
Wärme			Akustik		
Celsius-Temperatur	Grad Celsius	°C	Schalldruck	Pascal	1 Pa = 1 N/m ²
thermo-dynamische Temperatur	Kelvin	K 0 K $\triangleq$ – 273,15 °C 0 °C $\triangleq$ 273,15 K	Schalldruckpegel	Dezibel	dB
Temperaturdifferenz	Kelvin	K	„ „, bewertet	–	dB (A), dB (B), dB (C), dB (D)
Wärme, innere Energie	Joule	1 J = 1 Ws	Lautstärkepegel	Phon	phon $\approx$ dB(A)
Wärmestrom	Watt	1 W = 1 J/s	Schallschnelle	Meter je Sekunde	m/s
Wärme-widerstand (von Bauelementen)	Kelvin je Watt	K/W	Schallge-schwindigkeit (Ausbreitungs-geschwindigkeit)	Meter je Sekunde	m/s
Wärme-leitfähigkeit	–	W/(K · m)	Schallfluss	–	1 m ³ /s = 1 m ² · 1 m/s
Wärmeübergangs-koeffizient	–	W/(K · m ²)	Schallintensität	–	W/m ²
Wärmekapazität, Entropie	Joule je Kelvin	J/K	spezifische Schallimpedanz	–	Pa · s/m
spezifische Wärmekapazität	–	J/(kg · K)	akustische Impedanz	–	Pa · s/m ³
Temperatur-leitfähigkeit	Quadratmeter je Sekunde	m ² /s	mechanische Impedanz	–	N · s/m
Chemie, Molekularphysik			äquivalente Absorptionsfläche	Quadratmeter	m ²
Stoffmenge	Mol	mol	Sonstige Bereiche		
Stoffmengen-konzentration	–	mol/m ³	Entfernung in der Astronomie	(Astronomische Einheit)	1 AE = 149,6 Gm = 149 597 870 691 m
stoffmengen-bezogenes Volumen (molares Volumen)	–	m ³ /mol		Parsec (Parallaxensekunde)	1 Pc = 30,857 Pm
Molalität	–	mol/kg	Masse in der Atomphysik	(atomare Masseneinheit)	1 u = 1,66 · 10 ^{–27} kg
molare Masse	–	kg/mol	Fläche von Grundstücken	Ar Hektar	1 a = 100 m ² 1 ha = 100 a = 10 000 m ²
molare Wärmekapazität	–	J/(mol · K)			
Diffusions-koeffizient	–	m ² /s			

Vorsätze, Potenzen, Schreibweise von Angaben Prefixes, exponents, notation

Vorsatzzeichen

Vorsatzzeichen	Vorsätze	Bedeutungen	Vorsatzzeichen	Vorsätze	Bedeutungen
y	Yokto	10^{-24}	da	Deka	10^1
z	Zepto	10^{-21}	h	Hekto	10^2
a	Atto	10^{-18}	k, K	Kilo	10^3
f	Femto	10^{-15}	M	Mega	10^6
p	Piko	10^{-12}	G	Giga	10^9
n	Nano	10^{-9}	T	Tera	10^{12}
μ	Mikro	10^{-6}	P	Peta	10^{15}
m	Milli	10^{-3}	E	Exa	10^{18}
c	Zenti	10^{-2}	Z	Zetta	10^{21}
d	Dezi	10^{-1}	Y	Yotta	10^{24}

Bei Bitraten: 1 kbit/s = 10^3 bit/s = 1000 bit/s; 1 Mbit/s = 10^6 bit/s = 1000 kbit/s; 1 Gbit/s = 10^9 bit/s.

Vorsätze für Größen der Computertechnik (nach IEC 60027-2)

Faktoren (binär)	IEC-Namen	Vorsatzzeichen	Ursprünge	SI-Herkunft	Vorsatzzeichen	Faktoren (dezimal)
2^{10}	kibi	Ki	kilobinary	Kilo	k	$(10^3)^1 = 10^3$
2^{20}	mebi	Mi	megabinary	Mega	M	$(10^3)^2 = 10^6$
2^{30}	gibi	Gi	gigabinary	Giga	G	$(10^3)^3 = 10^9$
2^{40}	tebi	Ti	terabinary	Tera	T	$(10^3)^4 = 10^{12}$
2^{50}	pebi	Pi	petabinary	Peta	P	$(10^3)^5 = 10^{15}$
2^{60}	exbi	Ei	exabinary	Exa	E	$(10^3)^6 = 10^{18}$
2^{70}	zebi	Zi	zettabinary	Zetta	Z	$(10^3)^7 = 10^{21}$
2^{80}	yobi	Yi	yottabinary	Yotta	Y	$(10^3)^8 = 10^{24}$

Rechenregeln für Vorsätze

Ersatz durch Zehnerpotenzen	Gegenseitiges Aufrechnen	Berechnung mit Taschenrechner																
Man ersetzt die Vorsatzzeichen durch die Zehnerpotenzen und fasst diese rechnerisch zusammen. Zuletzt ersetzt man das Ergebnis der Zusammenfassung wieder durch den Vorsatz. Beispiel 1: $P = U \cdot I = 600 \text{ mV} \cdot 2 \text{ mA} = 1200 \text{ mV} \cdot \text{mA}$ $= 1200 \cdot 10^{-3} \text{ V} \cdot 10^{-3} \text{ A} = 1200 \cdot 10^{-6} \text{ VA}$ $= 1,2 \cdot 10^{-3} \text{ W} = \mathbf{1,2 \text{ mW}}$ Stehen Vorsätze unter dem Quadratwurzelzeichen, so muss die Zehnerpotenz unter dem Wurzelzeichen geradzahlig gemacht werden, damit die Quadratwurzel aus dieser Zehnerpotenz leicht gezogen werden kann. Beispiel 2: $f = 1/(2\pi \sqrt{L \cdot C}) = 1/(2\pi \sqrt{1,5 \text{ mH} \cdot 22 \text{ pF}})$ $= 1/(2\pi \cdot \sqrt{1,5 \cdot 10^{-3} \text{ H} \cdot 22 \cdot 10^{-12} \text{ F}})$ $= 1/(2\pi \cdot \sqrt{33 \cdot 10^{-15} \text{ Vs} \cdot \text{s}/\Omega})$ $= 1/(2\pi \cdot \sqrt{3,3 \cdot 10^{-14} \text{ s}^2})$ $= 1/(2\pi \cdot 1,82 \cdot 10^{-7} \text{ s}) = 1/(1,14 \cdot 10^{-6} \text{ s})$ $= 10^6 \text{ Hz}/1,14 = \mathbf{876 \text{ kHz}}$	Meist ist es möglich, den Vorsatz der Ergebniseinheit unmittelbar zu berechnen. Wenn die Einheit m (Meter) vorkommt, darf diese nicht mit dem Vorsatz Milli (m) verwechselt werden. Deshalb steht m für Meter immer hinten, m für Milli aber vorn. <table><tr><th colspan="2">Multiplizieren (Malnehmen)</th></tr><tr><td>$1 \text{ k} \cdot 1 \mu = 1 \text{ m}$</td><td>$1 \text{ m} \cdot 1 \text{ m} = 1 \mu$</td></tr><tr><td>$1 \text{ M} \cdot 1 \mu = 1$</td><td>$1 \text{ m} \cdot 1 \mu = 1 \text{ n}$</td></tr><tr><td>$1 \text{ m} \cdot 1 \text{ k} = 1$</td><td>$1 \text{ p} \cdot 1 \text{ M} = 1 \mu$</td></tr></table> <table><tr><th colspan="2">Dividieren (Teilen)</th></tr><tr><td>$1/1 \mu = 1 \text{ M}$</td><td>$1 \text{ k}/1 \text{ M} = 1 \text{ m}$</td></tr><tr><td>$1/1 \text{ m} = 1 \text{ k}$</td><td>$1 \text{ M}/1 \text{ k} = 1 \text{ k}$</td></tr><tr><td>$1/1 \text{ k} = 1 \text{ m}$</td><td>$1 \mu/1 \text{ k} = 1 \text{ n}$</td></tr></table> Beispiel: $P = U \cdot I = 800 \text{ mV} \cdot 4 \text{ mA}$ $= 3200 \mu\text{W} = \mathbf{3,2 \text{ mW}}$	Multiplizieren (Malnehmen)		$1 \text{ k} \cdot 1 \mu = 1 \text{ m}$	$1 \text{ m} \cdot 1 \text{ m} = 1 \mu$	$1 \text{ M} \cdot 1 \mu = 1$	$1 \text{ m} \cdot 1 \mu = 1 \text{ n}$	$1 \text{ m} \cdot 1 \text{ k} = 1$	$1 \text{ p} \cdot 1 \text{ M} = 1 \mu$	Dividieren (Teilen)		$1/1 \mu = 1 \text{ M}$	$1 \text{ k}/1 \text{ M} = 1 \text{ m}$	$1/1 \text{ m} = 1 \text{ k}$	$1 \text{ M}/1 \text{ k} = 1 \text{ k}$	$1/1 \text{ k} = 1 \text{ m}$	$1 \mu/1 \text{ k} = 1 \text{ n}$	Man gibt für die Vorsatzzeichen die Zehnerpotenzen ein. Tastenbeschriftungen: $\boxed{\text{EE}}$ oder $\boxed{\text{EXP}}$ oder $\boxed{\times 10^x}$ $\boxed{+/-}$ oder $\boxed{(-)}$ Beispiel mit TI-Rechner: $P = U \cdot I = 620 \text{ mV} \cdot 22 \text{ mA}$ $620 \boxed{\text{EE}} \boxed{(-)} 3 \boxed{\times} 22 \boxed{\text{EE}} \boxed{(-)} 3 =$ $= 0.01364$ oder: $620 \boxed{\times} 22 \boxed{\times} 10 \boxed{\wedge} - 6$ Ergebnis: $P = 0,01364 \text{ W} = \mathbf{13,64 \text{ mW}}$ Für beliebige Potenzen oder Wurzeln wird $\boxed{\wedge}$, $\boxed{\sqrt{x}}$, $\boxed{x^y}$ oder $\boxed{y^x}$ verwendet.
Multiplizieren (Malnehmen)																		
$1 \text{ k} \cdot 1 \mu = 1 \text{ m}$	$1 \text{ m} \cdot 1 \text{ m} = 1 \mu$																	
$1 \text{ M} \cdot 1 \mu = 1$	$1 \text{ m} \cdot 1 \mu = 1 \text{ n}$																	
$1 \text{ m} \cdot 1 \text{ k} = 1$	$1 \text{ p} \cdot 1 \text{ M} = 1 \mu$																	
Dividieren (Teilen)																		
$1/1 \mu = 1 \text{ M}$	$1 \text{ k}/1 \text{ M} = 1 \text{ m}$																	
$1/1 \text{ m} = 1 \text{ k}$	$1 \text{ M}/1 \text{ k} = 1 \text{ k}$																	
$1/1 \text{ k} = 1 \text{ m}$	$1 \mu/1 \text{ k} = 1 \text{ n}$																	

Schreibweise von Ergebnissen und Angaben

Größenangaben	Einheitenprodukte	Quotienten von Einheiten
Größen sind so anzugeben, dass der Zahlenwert zwischen 0,1 und 1000 liegt.	Produkte von Einheiten können mit oder ohne Malpunkt (·) geschrieben werden.	Darstellung als Bruch oder Potenz.
Einheiten mit Vorsätzen sind anschaulicher als Zehnerpotenzen.	Beispiele: Newtonmeter N · m oder Nm; $\Omega \cdot \text{m}$ oder Ωm	Beispiel: $\frac{\text{m}}{\text{s}}$ oder m/s oder $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ $\frac{1}{\text{s}}$ oder 1/s oder s^{-1}
Beispiel: $3,1 \cdot 10^{-8} \text{ s} = 31 \cdot 10^{-9} \text{ s} = 31 \text{ ns}$	Milli (m) steht davor.	Die 1 kann bei vorgesetzter Zahl entfallen. Beispiel: $3000 \text{ s}^{-1} = 3000/\text{s}$

Mathematische Zeichen Mathematical symbols and expressions

Allgemeine Zeichen			π	Pi	$\pi = 3,14159\dots$
()	Numerieren von Formeln	$U = I \cdot R \quad (1)$	∞	unendlich	$n = 1,2,3, \dots, \infty$
...	und so weiter bis	$k = 1, 2, 3, \dots, n$	$\rightarrow$	gegen, nähert sich	$x \rightarrow a$: x nähert sich dem Wert a
...	und so unbegrenzt weiter	$n = 1, 2, 3, \dots$ $\sqrt{2} = 1,41421\dots$	$f(x)$	Funktion von x	$f(I) = I^2 \cdot R$
Logik, Schaltalgebra			i oder j	imaginäre Einheit	$i^2 = j^2 = -1$
$\neg a, \bar{a}$	Negation NICHT a (not a)	$\overline{a \wedge b} = \bar{a} \vee \bar{b}$	$\mathbb{Z}$	komplexe Größe $\mathbb{Z}$	$Z = R + jX = Z \cdot e^{j\varphi}$
$\wedge$	Konjunktion, UND (AND)	$a \wedge b$ oder $\wedge (a, b)$	Geometrie		
$\vee$	Disjunktion, ODER (OR)	$a \vee b$ oder $\vee (a, b)$	$\parallel$	parallel	$g_1 \parallel g_2, R_1 \parallel R_2$
$\bar{\wedge}$	NICHT UND (NAND)	$a \bar{\wedge} b = \overline{a \wedge b}$	$\uparrow\uparrow$	gleichsinnig parallel	$g \uparrow\uparrow h$
∇	NICHT ODER (NOR)	$a \nabla b = \overline{a \vee b}$	$\uparrow\downarrow$	gegensinnig parallel	$g_1 \uparrow\downarrow g_2$
Mengenlehre			$\perp$	rechtwinklig zu, senkrecht auf	$g \perp h$
$\in$	Element von	$a \in M$: a ist Element von M	$\triangle$	Dreieck	$\triangle ABC$
$\subset$	Teilmenge von	$M_1 \subset M_2$	$\cong$	kongruent (deckungsgleich)	$\triangle ABC \cong \triangle DEF$
$\cup$	Vereinigungsmenge	$\{1, 2\} \cup \{3, 4\}$ $= \{1, 2, 3, 4\}$	$\sim$	ähnlich	$\triangle P_1 P_2 P_3 \sim \triangle ABC$
$\cap$	Schnittmenge, Durchschnitt	$\{1, 2, 3\} \cap \{2, 3, 4, 5\}$ $= \{2, 3\}$	$\sphericalangle$	Winkel	$\sphericalangle ABC = \sphericalangle (\overline{BA}, \overline{BC})$
$\setminus$	Differenzmenge	$\mathbb{N}_+ = \mathbb{N} \setminus \{0\}$	$\overline{AB}$	Strecke AB	$\overline{P_1 P_2}$
Arithmetik			$\widehat{AB}$	Bogen AB	$\widehat{AB} = \sphericalangle \gamma$
$=$	gleich	$P = U \cdot I$	Vektoren		
$\neq$	nicht gleich	$4 \neq 5$	$\vec{A}, \vec{B}$	Vektor $\vec{A}$, Vektor $\vec{B}$	$\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$
$\Rightarrow$	daraus folgt	$a \cdot b = c \Rightarrow a = c/b$	$ \vec{A} , A$	Betrag des Vektors $\vec{A}$	$ \vec{F} = 50 \text{ N}, F = 50 \text{ N}$
$\sim$	proportional	$u \sim r$	Differenzieren, Integrieren		
$\approx$	angenähert gleich, rund, etwa	$\pi \approx 3,14$	Δ	Differenz	$\Delta U = U_2 - U_1$
$\triangleq$	entspricht	$1 \text{ cm} \triangleq 20 \text{ N}$	$y', \dot{y}$	y' Strich, $\dot{y}$ Punkt	y' bzw. $\dot{y}$ ist die erste Ableitung von y
$<$	kleiner als	$2 < 3$	$\frac{dy}{dx}, \frac{\delta_y}{\delta_x}$	dy nach dx , δ_y partiell nach δ_x	erster Differenzialquotient $y' = dy/dx$
$>$	größer als	$5 > 2$	$\int$	Integral	$\int f(x) dx, A = \int_a^b f(x) dx$
$\leq$	höchstens gleich	$a \leq 10$	Logarithmen, Exponenten		
$\geq$	mindestens gleich	$n \geq 7$	a^x	a hoch x	$5^3, 10^x$
$\ll$	klein gegen, wesentlich kleiner	$R \ll 100 \text{ k}\Omega$	e^x	Exponentialfunktion	$e^1 = 2,71828182846\dots$
$\gg$	groß gegen, wesentlich größer	$R_x \gg R_n$	$\log_a$	Logarithmus zur Basis a	$\log_3 9 = 2$
$\cdot, \times$	mal	$a \cdot b = ab$, $12 \cdot 3 = 36$	$\lg$	Zehnerlogarithmus	$\lg x = \log_{10} x$, $\lg 2 = 0,30102\dots$
$—, /, :$	durch, geteilt	$\frac{7}{2}$	$\lg$	Zweierlogarithmus	$\lg x = \log_2 x$, $\lg 8 = 3$
$\%$	Prozent, vom Hundert	$a/b, R_1 : R_2 = R_3 : R_4$	$\ln$	natürlicher Logarithmus	$\ln x = \log_e x$, $\ln 10 = 2,302585\dots$
‰	Promille, vom Tausend	$1\% = 10^{-2}, 50\% = 0,5$ $1\text{‰} = 10^{-3}, 8\text{‰} = 0,8\%$	Trigonometrie		
(), [], { }, < >	runde, eckige, geschweifte, spitze Klammer	$[a(b - c) + d]^2$	$\sin$	Sinus	$\sin \alpha$
$ z $	Betrag von z	$ 4 = 4, -7 = 7$	$\cos$	Kosinus (Cosinus)	$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ $(\sin \alpha)^2 + (\cos \alpha)^2 = 1$
$n!$	n Fakultät	$n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n$, $3! = 6$	$\tan$	Tangens	$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$
Σ	Summe	$\Sigma I = I_1 + I_2 + I_3 + \dots$	$\cot$	Kotangens (Cotangens)	$\cot \alpha = \tan^{-1} \alpha$
$\sqrt{}, \sqrt[n]{}$	Quadratwurzel aus, n -te Wurzel aus	$\sqrt{16} = 4, \sqrt[3]{-8} = -2$	$\arcsin$	Arkussinus	$\sin \alpha = x \Rightarrow \arcsin x = \alpha$
			$\arccos$	Arkuskosinus	$\cos \alpha = x \Rightarrow \arccos x = \alpha$
			$\arctan$	Arkustangens	$\tan \alpha = x \Rightarrow \arctan x = \alpha$

Rechenregeln der Algebra Rules of calculation for algebra

Summieren, Subtrahieren

$$a + b + c = a + c + b$$

$$= (a + b) + c = a + (c + b)$$

$$+ (+a) = +a \quad - (+a) = -a$$

$$- (-a) = +a \quad + (-a) = -a$$

Summand + Summand = Summe
Minuend – Subtrahend = Differenz

Kommutativgesetz: Glieder eines Summenterms darf man vertauschen.

Assoziativgesetz: Glieder eines Summenterms darf man zu Teilsommen zusammenfassen.

$$2 + 4 + 5 = 2 + 5 + 4 =$$

$$= (2 + 4) + 5 = 2 + (5 + 4) = 11$$

$$5 + (-3) = 2$$

$$7 - (-4) = 11$$

Multiplizieren

$$a \cdot b \cdot c = a \cdot c \cdot b =$$

$$= (a \cdot b) \cdot c = a \cdot (c \cdot b)$$

$$(+) \cdot (+) \rightarrow + \quad (-) \cdot (+) \rightarrow -$$

$$(-) \cdot (-) \rightarrow + \quad (+) \cdot (-) \rightarrow -$$

$$a(b + c) = ab + ac$$

$$(a - b) \cdot (c + d) = ac + ad - bc - bd$$

Beim Multiplizieren gelten Kommutativgesetz und Assoziativgesetz.
Faktor · Faktor = Produkt

Distributivgesetz: Beim Produkt aus Faktor und Summenterm multipliziert man jedes Glied des Summenterms mit dem Faktor.

$$2 \cdot 4 \cdot 5 = 2 \cdot 5 \cdot 4 =$$

$$= (2 \cdot 4) \cdot 5 = 2 \cdot (5 \cdot 4) = 40$$

$$5(4 + 3) = 5 \cdot 4 + 5 \cdot 3 = 35$$

$$(5 - 3)(7 + 1) =$$

$$= 5 \cdot 7 + 5 \cdot 1 - 3 \cdot 7 - 3 \cdot 1 =$$

$$= 35 + 5 - 21 - 3 = 16$$

Dividieren, Bruchrechnen

$$a/b = a : b = c$$

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d} = ac/(b \cdot d)$$

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c} = ad/(b \cdot c)$$

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d + c \cdot b}{b \cdot d}$$

Dividend/Divisor = Quotient
Vorzeichenregelung wie bei Multiplikation.

Zähler mal Zähler geteilt durch Nenner mal Nenner.

Multiplikation mit Kehrwert des zweiten Bruches.

Hauptnenner suchen, erweitern, Zähler addieren.

Wert des Bruches bleibt unverändert, wenn Zähler und Nenner mit derselben Zahl multipliziert oder durch dieselbe Zahl dividiert werden.

$$8/2 = 8 : 2 = 4$$

$$\left[\frac{8}{2} \right] \left[\div \right] \left[\frac{2}{1} \right] \left[= \right]$$

$$\frac{8}{2} \cdot \frac{6}{3} = \frac{8 \cdot 6}{2 \cdot 3} = 8$$

$$\left[\frac{8}{2} \right] \left[\times \right] \left[\frac{6}{3} \right] \left[\div \right] \left[\left(\left[\frac{2}{1} \right] \times \left[\frac{3}{1} \right] \right) \right] \left[= \right]$$

$$\frac{8}{2} \cdot \frac{6}{3} = \frac{8 \cdot 3}{2 \cdot 6} = 2$$

$$\frac{3}{2} + \frac{5}{7} = \frac{3 \cdot 7 + 5 \cdot 2}{2 \cdot 7} = \frac{31}{14}$$

$$\frac{3c}{7c} = \frac{3}{7}, \quad \frac{5}{9} = \frac{5d}{9d}$$

Kürzen, Erweitern

$$\frac{a \cdot c}{b \cdot c} = \frac{a}{b}, \quad \frac{a}{b} = \frac{a \cdot d}{b \cdot d}$$

Potenzieren

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

$$a^m/a^n = a^{m-n}$$

$$a^m \cdot b^m = (a \cdot b)^m$$

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$$

$$a^0 = 1 \text{ (mit } a \neq 0)$$

a Basis; m, n Exponenten

$$3^2 \cdot 3^3 = 3^{2+3} = 3^5 = 243$$

$$\left[\frac{3}{1} \right] \left[\times^y \right] \left[\frac{2}{1} \right] \left[\times \right] \left[\frac{3}{1} \right] \left[\times^y \right] \left[\frac{3}{1} \right] \left[= \right]$$

$$3^2/3^3 = 3^{2-3} = 3^{-1} = 1/3$$

$$6^2 \cdot 2^2 = (6 \cdot 2)^2 = 12^2 = 144$$

$$(2^2)^3 = 2^{2 \cdot 3} = 2^6 = 64$$

$$5^0 = 1$$

Radizieren (Wurzelziehen)

$$\sqrt[n]{a} = a^{1/n}$$

$$\sqrt{a} = a^{1/2}$$

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{m/n}$$

$$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b}$$

a Radikand, n Wurzelexponent

$$\sqrt{16} = 16^{1/2} = 4$$

$$\sqrt[3]{64} = \sqrt[3]{2^6} = 2^{6/3} = 2^2 = 4$$

$$\left[\frac{6}{1} \right] \left[4 \right] \left[\text{INV} \right] \left[\sqrt[1/y]{} \right] \left[\frac{3}{1} \right] \left[= \right]$$

Logarithmieren

$$\log(a \cdot b) = \log a + \log b$$

$$\log(a/b) = \log a - \log b$$

$$\lg x = \ln x / \ln 10 = 0,4343 \cdot \ln x$$

$$\lg x = \lg x / \lg 2 = 3,3219 \cdot \lg x$$

log Logarithmus, allgemein;
Basis ist jeweils anzugeben:

log_{Basis} Numerus
lg Zehnerlogarithmus
lg Zweierlogarithmus
ln natürlicher Logarithmus

$$\log(3 \cdot 4) = \log 3 + \log 4$$

$$\log(6/3) = \log 6 - \log 3$$

$$\lg 0,01 = -2; (10^{-2} = 0,01)$$

$$\lg 32 = 5; (2^5 = 32)$$

$$\ln 2,718 = 1; (e^1 = 2,718)$$

Gleichung

$$a = b \cdot x + c \Rightarrow bx + c = a$$

$$a \cdot (-1) = (bx + c) \cdot (-1)$$

Die beiden Seiten einer Gleichung darf man vertauschen oder durch den gleichen Rechengang ändern.

$$10 = 3 \cdot x + 4 \Rightarrow 3 \cdot x + 4 = 10$$

$$-10 = -3x - 4$$

$$10 - 4 = 3x$$

$$6/3 = x \Rightarrow x = 2$$

Ungleichung

$$a > b + c \Rightarrow b + c < a$$

$$(b + c) \cdot (-1) > a \cdot (-1)$$

$$1/a < 1/(b + c)$$

Aus > wird < und umgekehrt bei Seitentausch, Multiplikation mit (-1) und Kehrwertbildung.

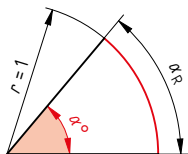
$$10 > 3 + 4 \Rightarrow 3 + 4 < 10$$

$$-(3 + 4) > -10$$

$$1/10 < 1/(3 + 4)$$

Winkel und Winkelfunktionen Angles and trigonometric functions

Winkel



Winkel werden in den Einheiten Grad oder Radiant angegeben. Winkeleingaben beim Taschenrechner:

DEG (degree = Grad) Vollwinkel = 360°

RAD (Radian, rad) Vollwinkel = 2π

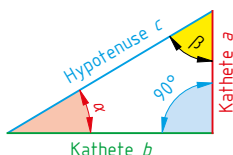
GRAD (Neugrad) Vollwinkel = 400°

Die Einheit Radian (rad) verwendet man beim Bogenmaß, d. h. für die Bogenlänge am Einheitskreis.

$$\alpha_R = \alpha^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}$$

α_R Winkel in rad
 α° Winkel in Grad

Bezeichnungen am rechtwinkligen Dreieck



Die längste Seite (c) des rechtwinkligen Dreiecks nennt man **Hypotenuse**. Sie liegt dem rechten Winkel gegenüber. Die beiden **Katheten** a und b bilden den rechten Winkel. Dem spitzen Winkel α gegenüber liegt dessen **Gegenkathete** (a). Die dem Winkel α anliegende Kathete ist dessen **Ankathete** (b). Einen Winkel in einem rechtwinkligen Dreieck kann man durch das **Verhältnis zweier Dreiecksseiten** festlegen. Das Seitenverhältnis hängt von der Größe des Winkels ab. Deshalb nennt man die Seitenverhältnisse im rechtwinkligen Dreieck **Winkelfunktionen** (Funktion = Abhängigkeit).

Im rechtwinkligen Dreieck ist die Fläche des Hypotenusenquadrates so groß wie die Summe der Flächen der Kathetenquadrate (Satz des **Pythagoras**).

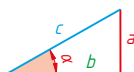
Hypotenusenquadrat Hypotenuse c

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

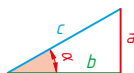
Winkelfunktionen

$$\text{Sinus} = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}}$$



$$\sin \alpha = \frac{a}{c}$$

$$\text{Kosinus} = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}}$$



$$\cos \alpha = \frac{b}{c}$$

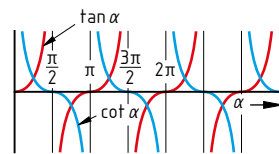
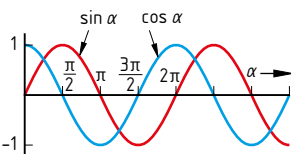
$$\text{Tangens} = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}}$$



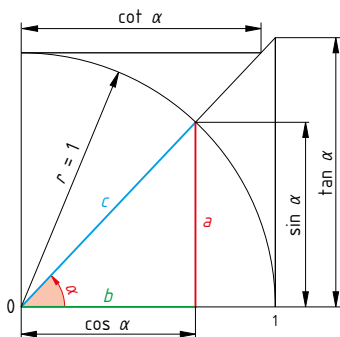
$$\tan \alpha = \frac{a}{b}$$

$$\text{Kotangens} = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Gegenkathete}}$$

$$\cot \alpha = \frac{b}{a}$$

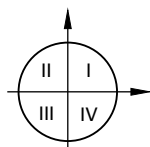


Darstellung am Einheitskreis im Quadrant I



Die Winkelfunktionen lassen sich im Einheitskreis (Kreis mit Radius $r = 1$) als Seitenlängen ablesen (**Bild**).

Die zwei senkrecht aufeinanderstehenden Durchmesser teilen den Einheitskreis in vier Quadranten (I, II, III, IV).



I : $0^\circ < \alpha < 90^\circ$
II : $90^\circ < \alpha < 180^\circ$
III : $180^\circ < \alpha < 270^\circ$
IV : $270^\circ < \alpha < 360^\circ$

Quadrant	I	II	III	IV
sin	+	+	-	-
cos	+	-	-	+

Reduktionsformeln

Funktion	$\beta = 90^\circ \pm \alpha$	$\beta = 180^\circ \pm \alpha$	$\beta = 270^\circ \pm \alpha$	$\beta = 360^\circ - \alpha$
$\sin \beta$	$+\cos \alpha$	$\mp \sin \alpha$	$-\cos \alpha$	$-\sin \alpha$
$\cos \beta$	$\mp \sin \alpha$	$-\cos \alpha$	$\pm \sin \alpha$	$+\cos \alpha$
$\tan \beta$	$\mp \cot \alpha$	$\mp \tan \alpha$	$\mp \cot \alpha$	$-\tan \alpha$
$\cot \beta$	$\mp \tan \alpha$	$\pm \cot \alpha$	$\mp \tan \alpha$	$-\cot \alpha$

Allgemeine trigonometrische Beziehungen

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \tan \alpha$$

$$\frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \cot \alpha$$

$$\cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha}$$

$$\sin \alpha = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = \frac{\tan \alpha}{\sqrt{1 + \tan^2 \alpha}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \cot^2 \alpha}}$$

$$\cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \frac{1}{\sqrt{1 + \tan^2 \alpha}} = \frac{\cot \alpha}{\sqrt{1 + \cot^2 \alpha}}$$

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\sqrt{1 - \sin^2 \alpha}} = \frac{\sqrt{1 - \cos^2 \alpha}}{\cos \alpha} = \frac{1}{\cot \alpha}$$

$$\cot \alpha = \frac{\sqrt{1 - \sin^2 \alpha}}{\sin \alpha} = \frac{\cos \alpha}{\sqrt{1 - \cos^2 \alpha}} = \frac{1}{\tan \alpha}$$

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta \pm \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta \mp \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\sin \alpha \cdot \sin \beta = \frac{1}{2} (\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta))$$

$$\cos \alpha \cdot \cos \beta = \frac{1}{2} (\cos(\alpha - \beta) + \cos(\alpha + \beta))$$

$$\sin \alpha \cdot \cos \beta = \frac{1}{2} (\sin(\alpha - \beta) + \sin(\alpha + \beta))$$

$$\sin^2 \alpha = \frac{1}{2} (1 - \cos 2\alpha)$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\tan 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha}$$

$$\sin \frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{2}}$$

$$\cos^2 \alpha = \frac{1}{2} (1 + \cos 2\alpha)$$

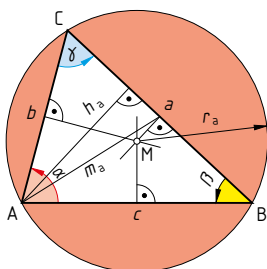
$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\cot 2\alpha = \frac{\cot^2 \alpha - 1}{2 \cot \alpha}$$

$$\cos \frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{1 + \cos \alpha}{2}}$$

Berechnungen im allgemeinen Dreieck

Umkreis und Größen des Dreiecks



Sinussatz

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2r_a$$

Kosinussatz

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos \alpha$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos \beta$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos \gamma$$

Tangenssatz

$$\frac{a+b}{a-b} = \frac{\tan[1/2(\alpha+\beta)]}{\tan[1/2(\alpha-\beta)]}$$

Fläche

$$A = \frac{1}{2} ab \cdot \sin \gamma = 2r_a^2 \cdot \sin \alpha \cdot \sin \beta \cdot \sin \gamma$$

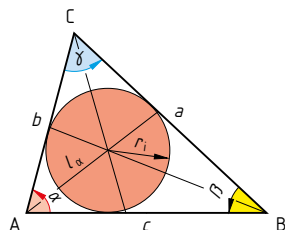
Höhe auf a

$$h_a = b \cdot \sin \gamma = c \cdot \sin \beta$$

Seitenhalbierende auf a

$$m_a = \frac{1}{2} \sqrt{b^2 + c^2 + 2bc \cdot \cos \alpha}$$

Inkreis und Größen des Dreiecks



Winkelhalbierende von a

$$l_a = \frac{2bc \cdot \cos(\alpha/2)}{b+c}$$

Radius des Umkreises

$$r_a = \frac{a}{2 \cdot \sin \alpha} = \frac{b}{2 \cdot \sin \beta} = \frac{c}{2 \cdot \sin \gamma}$$

Radius Inkreis

$$r_i = 4r \cdot \sin(\alpha/2) \cdot \sin(\beta/2) \cdot \sin(\gamma/2)$$

Winkelgleichung $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$

Funktionen und Graphen Functions and graphs

Lineare Funktion (Gerade)

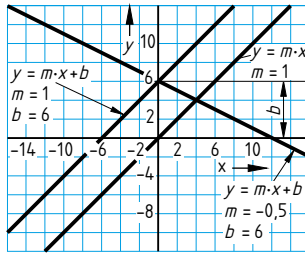
$$y = m \cdot x + b$$

Sonderfall:
(Ursprungsgerade)

$$y = m \cdot x$$

m Steigung

b y-Achsenabschnitt



Stromstärke bei konstantem Widerstand $I = \frac{U}{R}$

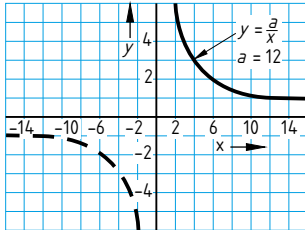
Klemmenspannung bei konstanter Quellenspannung und konstantem Innenwiderstand $U_K = U_0 - I \cdot R_i$

Verhältnis von Widerstand R_2 bei ϑ_2 zu Widerstand R_1 bei ϑ_1 bei konstantem Temperaturbeiwert α $\frac{R_2}{R_1} = \alpha \cdot \Delta\vartheta + 1$

Ladung bei konstanter Kapazität $Q = C \cdot U$

Kehrwertfunktion (Hyperbel)

$$y = \frac{a}{x}$$



Stromstärke bei konstanter Leistung $I = \frac{P}{U}$

Frequenz $f = \frac{1}{T}$

Leistung bei konstanter Arbeit $P = \frac{W}{t}$

kapazitiver Blindwiderstand $X_C = \frac{1}{\omega \cdot C}$

Meist wird nur der positive Ast der Hyperbel verwendet.

Quadratische Funktion (Parabel)

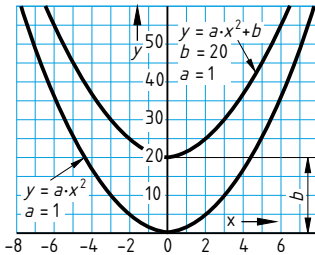
$$y = a \cdot x^2 + b$$

Sonderfall:

$$y = a \cdot x^2$$

a Öffnung

b y-Achsenabschnitt



Leistung bei konstantem Widerstand $P = R \cdot I^2$

$$P = \frac{U^2}{R}$$

Kreisfläche $A = \frac{\pi}{4} \cdot d^2$

gleichmäßig beschleunigte Bewegung $s = \frac{a}{2} \cdot t^2$

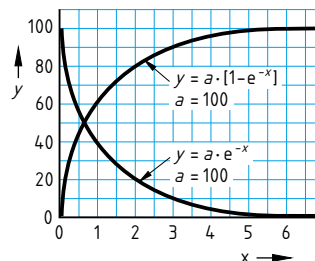
Exponentialfunktion (mit der Basis e)

$$y = a \cdot e^{-x}$$

$$x = -\ln\left(\frac{y}{a}\right)$$

$$y = a \cdot (1 - e^{-x})$$

$$x = -\ln\left(1 - \frac{y}{a}\right)$$



Einschalten einer Spule $i_L = \frac{U_0}{R} \cdot (1 - e^{-t/\tau})$

Laden eines Kondensators $u_C = U_0 \cdot (1 - e^{-t/\tau})$

Ausschalten einer Spule $i_L = \frac{U_0}{R} \cdot e^{-t/\tau}$

Entladen eines Kondensators $u_C = U_0 \cdot e^{-t/\tau}$

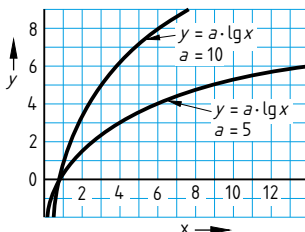
Eulersche Zahl, $e = 2,71828$, benannt nach dem Mathematiker *Leonhard Euler* (1707 bis 1783).

Logarithmische Funktion (Zehnerlogarithmus)

$$y = a \cdot \lg x$$

Durch Auflösen nach x erhält man die Potenzfunktion

$$x = 10^{\frac{y}{a}} \text{ (mit } x > 0 \text{)}$$



Spannungspegel $L_u = 20 \cdot \lg \frac{U}{U_0} \text{ dB}$

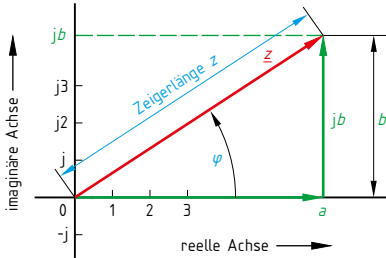
Leistungspegel $L_p = 10 \cdot \lg \frac{P}{P_0} \text{ dB}$

Gleichtaktverstärkungsmaß $v_{CM} = 20 \cdot \lg \frac{U_2}{U_{1CM}} \text{ dB}$

Rauschabstandsmaß $A_\sigma = 10 \cdot \lg \frac{P_s}{P_n} \text{ dB}$

Darstellung einer komplexen Zahl z

Gauß'sche Zahlenebene



Eine komplexe Zahl z besteht aus dem Realteil a und dem Imaginärteil b (Scheinwert). Der Realteil wird auf der waagerechten Achse und der Imaginärteil auf der senkrechten Achse abgetragen.

Die komplexe Zahl z ist ein Zeiger (Vektor). Als Ortsvektor im Koordinatensystem weist er in der Gauß'schen Zahlenebene auf den Punkt, der seine **kartesischen** Koordinaten besitzt.

Die Zahl z wird auch mit Polarkoordinaten, d. h. mit dem Winkel φ zwischen dem Zeiger z und seinem Realteil sowie dem Betrag (Zeigerlänge) z dargestellt. Diese Form heißt Exponentialform.

Schreibweise für z

- z komplexe Zahl
- a Realteil von z ; $a = \operatorname{Re}(z)$
- b Imaginärteil von z ;
 $b = \operatorname{Im}(z)$
- z Betrag (Zeigerlänge) von z
- φ Argument des Vektors z
- j Richtungseinheitsvektor der imaginären Achse
- $e^{j\varphi}$ Richtungseinheitsvektor des Vektors z

Algebraische Form:

$$z = a + j b$$

Exponentialform:

$$z = z \cdot e^{j\varphi}$$

trigonometrische Form:

$$z = z \cdot (\cos \varphi + j \sin \varphi)$$

Umrechnung der Komponenten

$$a = z \cdot \cos \varphi$$

$$b = z \cdot \sin \varphi$$

$$z = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$\varphi = \arctan \frac{b}{a}$$

$$z = |z|$$

$$e^{j\varphi} = \cos \varphi + j \sin \varphi$$

$$j^2 = -1$$

$$\sqrt{-1} = \pm j$$

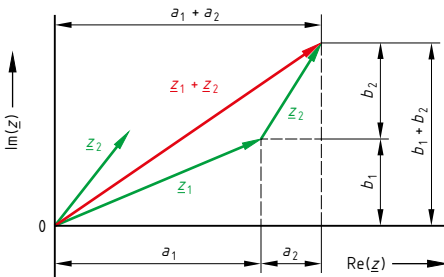
$$j = e^{j90^\circ} = e^{j\pi/2}$$

$$-j = e^{-j90^\circ} = e^{-j\pi/2}$$

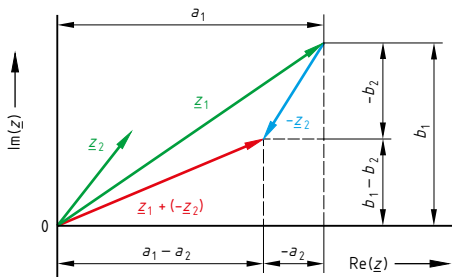
$$|e^{j\varphi}| = 1$$

Grundrechenarten mit komplexen Zahlen

Grafische Addition der Zahlen z_1 und z_2



Grafische Subtraktion der Zahlen z_1 und z_2



Addition

$$z = z_1 + z_2$$

$$z_1 + z_2 = (a_1 + a_2) + j (b_1 + b_2)$$

Subtraktion

$$z = z_1 - z_2 = z_1 + (-z_2)$$

$$z_1 - z_2 = (a_1 - a_2) + j (b_1 - b_2)$$

Multiplikation

$$z = z_1 \cdot z_2$$

$$z_1 \cdot z_2 = z_1 \cdot z_2 \cdot e^{j(\varphi_1 + \varphi_2)}$$

$$\text{Division } z = \frac{z_1}{z_2}$$

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{z_1}{z_2} \cdot e^{j(\varphi_1 - \varphi_2)}$$

Potenzieren

$$z = z_1^n$$

$$z_1^n = z_1^n \cdot e^{j n \cdot \varphi}$$

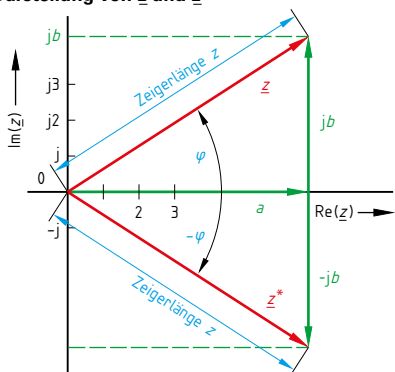
$$\text{Radizieren } z = \sqrt[n]{z_1}$$

$$k = 0; 1$$

$$\sqrt[n]{z_1} = \sqrt[n]{z_1} \cdot e^{j(0,5 \varphi + k \cdot 180^\circ)}$$

Konjugiert komplexe Zahl z^*

Darstellung von z und z^*



Die Wurzel aus einer negativen Zahl hat eine komplexe und eine konjugiert komplexe Lösung.

$$\sqrt{-1} = \pm j$$

$$\sqrt{-b^2} = \pm j \cdot b$$

$$\sqrt{-1} = e^{\pm j 90^\circ} = e^{\pm j \pi/2}$$

$$\sqrt{-b^2} = b \cdot e^{\pm j 90^\circ}$$

Eine Gleichung mit einer Wurzel aus einer negativen Zahl hat eine komplexe und eine konjugierte komplexe Lösung.

$$z = a + \sqrt{-b^2} \Leftrightarrow \begin{cases} z = a + jb \text{ oder } z = z \cdot e^{j\varphi} \\ z^* = a - jb \text{ oder } z^* = z \cdot e^{-j\varphi} \end{cases}$$

Die konjugiert komplexe Zahl z^* erhält man, indem man die komplexe Zahl z an der reellen Achse spiegelt.

$$z + z^* = 2 \cdot a$$

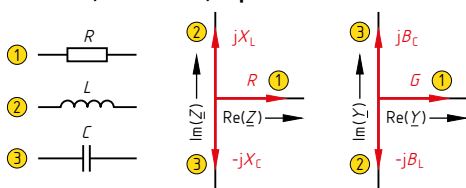
$$z - z^* = j 2 \cdot b$$

$$z \cdot z^* = z^2 = a^2 + b^2$$

$$\frac{z}{z^*} = e^{j2\varphi}$$

Scheinwiderstände Z und Scheinleitwerte Y

Widerstand, Induktivität, Kapazität



$$Z = R$$

$$Y = \frac{1}{R} = G$$

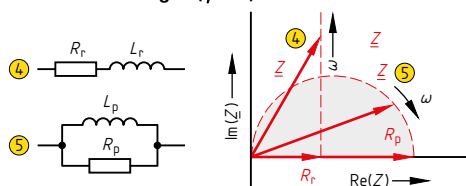
$$Z = jX_L = j\omega L$$

$$Y = -jB_L = -j \frac{1}{\omega L}$$

$$Z = -jX_C = -j \frac{1}{\omega C}$$

$$Y = jB_C = j\omega C$$

induktive Schaltungen ($\varphi > 0$)



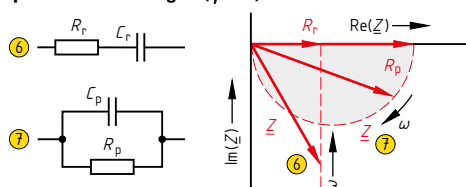
$$Z = R_r + jX_{Lr}$$

$$Y = \frac{1}{R_r + jX_{Lr}}$$

$$Z = \frac{R_p \cdot jX_{Lp}}{R_p + jX_{Lp}}$$

$$Y = G_p - jB_{Lp}$$

kapazitive Schaltungen ($\varphi < 0$)



$$Z = R_r - jX_{Cr}$$

$$Y = \frac{1}{R_r - jX_{Cr}}$$

$$Z = \frac{R_p \cdot (-jX_{Cp})}{R_p - jX_{Cp}}$$

$$Y = G_p + jB_{cp}$$

Z komplexer Scheinwiderstand,
 Y komplexer Scheinleitwert
 R Wirkwiderstand
 X Blindwiderstand
 ω Kreisfrequenz

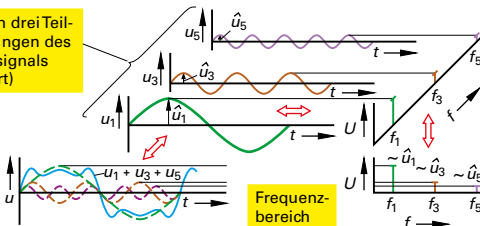
L Induktivität
 C Kapazität
 R_r Reihenwirkwiderstand
 R_p Parallelwirkwiderstand
 L_r Reiheninduktivität

L_p Parallelinduktivität
 C_r Reihenkapazität
 C_p Parallelkapazität

Prinzip der Fourier-Analyse gezeigt am Beispiel einer Rechteckwechselspannung

Die ersten drei Teilschwingungen des Rechtecksignals (analysiert)

Zeitbereich



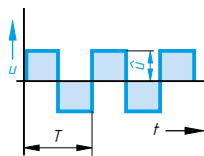
Frequenzbereich

$$u(t) = \underbrace{\frac{4 \cdot \hat{u}}{1 \cdot \pi} \sin(\omega t)}_{\text{Grundschwingung } u_1} + \underbrace{\frac{4 \cdot \hat{u}}{3 \cdot \pi} \sin(3\omega t)}_{\text{3. Oberschwingung } u_3} + \underbrace{\frac{4 \cdot \hat{u}}{5 \cdot \pi} \sin(5\omega t)}_{\text{5. Oberschwingung } u_5}$$

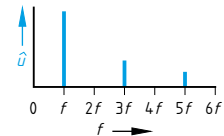
Die Zerlegung einer periodischen Zeitfunktion $u(t)$ mit der Periodendauer T bzw. Frequenz $f = 1/T$ in eine Summe von Teilschwingungen wird **Fourier-Analyse** genannt. Die Frequenzen der Teilschwingungen sind stets ganze Vielfache der Frequenz f . Die Amplitude der Teilschwingungen nehmen mit wachsender Ordnungszahl ab. Die Darstellung erfolgt als mathematische Reihensumme (Fourier-Reihe). Hat das Signal einen Gleichanteil (Spannungsmittelwert), so kommt dieser additiv dazu.

Bei der Rechteckschwingung (**Bild**) gibt es nur Teilschwingungen (Oberschwingungen) mit ungeradzahlig Vielfachen der Frequenz $f(f, 3f, 5f, \dots)$. Die zugehörigen Schwingungsamplituden nehmen von Teilschwingung zu Teilschwingung ab $(1, 1/3, 1/5, \dots)$.

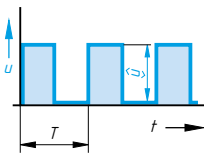
Rechteckwechselspannung



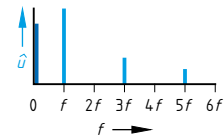
$$u(t) = \frac{4\hat{u}}{\pi} \cdot \left(\sin \omega t + \frac{1}{3} \sin 3\omega t + \frac{1}{5} \sin 5\omega t + \dots \right)$$



Rechteckmischspannung

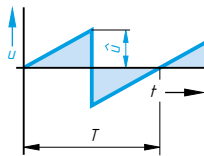


$$u(t) = \left[\frac{\hat{u}}{2} + \frac{2\hat{u}}{\pi} \cdot \left(\sin \omega t + \frac{1}{3} \sin 3\omega t + \frac{1}{5} \sin 5\omega t + \dots \right) \right]$$

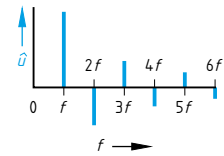


Spannungsmittelwert

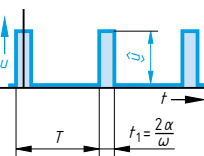
Sägezahnwechselspannung



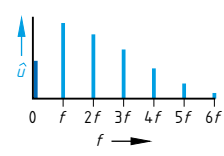
$$u(t) = \frac{2\hat{u}}{\pi} \cdot \left(\sin \omega t - \frac{1}{2} \sin 2\omega t + \frac{1}{3} \sin 3\omega t + \dots - \frac{1}{4} \sin 4\omega t + \dots \right)$$



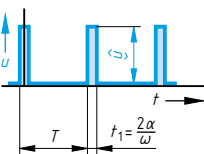
Rechteckimpulse



$$u(t) = \frac{2\hat{u}}{\pi} \cdot \left(\frac{\alpha}{2} + \frac{\sin \alpha}{1} \cdot \cos \omega t + \frac{\sin 2\alpha}{2} \cos 2\omega t + \frac{\sin 3\alpha}{3} \cos 3\omega t + \dots \right)$$

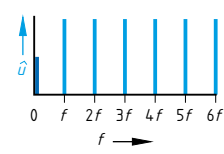


Nadelimpulse



Wenn $\alpha \ll 7^\circ \Rightarrow \alpha \approx \sin \alpha$,
 $\Rightarrow$ alle Amplituden gleich groß

$$u(t) = \frac{2\hat{u}}{\pi} \cdot \left(\frac{\alpha}{2} + \alpha \cdot \cos \omega t + \alpha \cdot \cos 2\omega t + \alpha \cdot \cos 3\omega t + \dots \right)$$



f Frequenz
 t Zeit
 t_1 Impulsbreite

T Periodendauer
 $u(t)$ periodische Zeitfunktion der Spannung
 $\hat{u}$ Maximalwert (Scheitelwert)

$\hat{u}$ Spitze-Tal-Wert
 $\alpha = \pi \cdot (t_1/T)$
 ω Kreisfrequenz