



Statistische Methoden der VWL und BWL

Theorie und Praxis

6., aktualisierte Auflage

Josef Schira

Beispiel [13] Jährliche Konsumausgaben der privaten Haushalte

TABELLE 6.12 Privater Verbrauch in Deutschland

Jahr	t	$C_t = \mathbf{q}_t \mathbf{p}_t$ privater Verbrauch in Mrd €	$I_t = \frac{C_t}{C_0} \cdot 100$ 2015=100	$Q_t = \frac{I_t}{VPI_t} \cdot 100$ preisbereinigt mit VPI
2009	-1	1 341.162	86.04	93.32
2010	0	1 372.880	88.08	94.51
2011	1	1 423.569	91.33	95.93
2012	2	1 465.858	94.04	96.85
2013	3	1 492.490	95.75	97.21
2014	4	1 521.100	97.59	98.08
2015	0	1 558.705	100	100
2016	1	1 604.393	102.93	102.42
2017	2	1 649.335	105.81	103.74
2018	3	1 693.094	108.62	104.64

Quelle: Statistisches Bundesamt, GENESIS-Online Datenbank

Man erhält einen PAASCHE-Mengenindex für den privaten Verbrauch, indem man den Wertindex durch die Zeitreihe des LASPEYRES-Preisindex dividiert.

Kontrollfragen

- 1 Was ist der Unterschied zwischen einer Mess- und einer Indexzahl?
- 2 Was ist ein Warenkorb?
- 3 Welche Preisindizes kennen Sie? Wozu dient die Berechnung von Preisindizes?
- 4 Warum übt die Preisentwicklung in den neuen Ländern auf die Entwicklung der Gesamtindizes nur einen geringen Einfluss aus?
- 5 Die Einzelhandelspreise sind nach TABELLE 6.13 seit 2000 nur um 18.6% gestiegen, der Verbraucherpreisindex aber um 30%. Wie ist das möglich?
- 6 Oft verwendet man einen Konsumentenpreisindex als Maß für die Geldentwertung einer Währung. Ist das korrekt oder zu kritisieren?
- 7 Warum führt man Indexreformen durch?
- 8 Nennen Sie Vor- und Nachteile von Kettenindizes.
- 9 Worüber geben Mengenindizes Auskunft?

- 10** Was ist der Unterschied zwischen einer realen und einer nominalen Größe? Was sind die Unterschiede zwischen den Attributen *real*, *nominal*, zu *konstanten Preisen*, *preisbereinigt*, *deflationiert*?

PRAXIS

(1) Preisindizes des Statistischen Bundesamtes



Von den statistischen Ämtern fast aller Länder werden regelmäßig Preisindizes berechnet. Der *Preisindex für die Lebenshaltung* gilt als wichtiger Bestandteil des preisstatistischen Berichtssystems in Deutschland. Er soll die durchschnittliche Veränderung der Preise aller Waren und Dienstleistungen, die von privaten Haushalten für Konsumzwecke gekauft werden, messen und somit die Veränderung der Verbraucherpreise umfassend abbilden

TABELLE 6.13 Verschiedene Preisindizes für Deutschland

Jahr	Verbraucherpreisindex VPI	EU-Harmonisierter Verbraucherpreisindex HVPI			Einzelhandelspreisindex	Preisindex für Wohnimmobilien	
		gesamt	DV-Geräte + Software	Tabakwaren		Wohnhäuser	Baugrundstücke
2000	79.9	78.9	555.7	49.0	87.3	85.8	69.9
2002	82.6	81.5	354.0	53.3	88.8	84.8	71.9
2004	84.9	83.8	242.4	64.3	89.3	83.6	73.7
2006	87.6	87.0	199.2	77.1	90.6	84.6	76.1
2008	91.9	91.4	151.6	81.0	94.7	83.2	76.2
2010	93.2	92.7	135.2	85.6	95.3	83.9	78.1
2011	95.2	95.0	122.6	86.9	96.8	86.7	80.2
2012	97.1	97.0	114.6	90.4	98.4	89.7	82.8
2013	98.5	98.6	105.3	92.9	99.5	92.8	87.9
2014	99.5	99.3	100.8	96.1	100.0	95.6	93.4
2015	100	100	100	100	100	100	100
2016	100.5	100.4	102.6	103.7	100.6	107.6	110.0
2017	102.0	102.1	101.7	107.8	102.0	114.5	122.7
2018	103.8	104.0	97.6	111.8	103.8	122.2	134.4
2019	105.3	105.5	93.7	116.0	104.5	129.8	143.0

VPI und HVPI werden in Politik und Medien häufig zur Beschreibung der *allgemeinen Geldwertentwicklung* verwendet. Dies ist durchaus irreführend, denn die Vermögenspreise (Aktien, Immobilien) sind in den vergangenen Jahren erheblich stärker gestiegen. Während sich z.B. die Verbraucherpreise in den letzten 18 Jahren gerade mal um ca. 30% erhöhten, kosteten Wohnhäuser durchschnittlich 51% mehr, die Preise für Baugrundstücke haben sich sogar verdoppelt.

Im Zuge der Wiedervereinigung von Ost- und Westdeutschland und der damit verbundenen Schwierigkeiten bei der Aufbereitung des Datenmaterials ist es zu einer Neustrukturierung der Zeitreihen gekommen. So wird heute vom Statistischen Bundesamt nur noch ein

(1) Verbraucherpreisindex (VPI)

der Lebenshaltung aller privaten Haushalte für Gesamtdeutschland berechnet. Nicht mehr fortgeführt werden die früher beliebten nach Haushaltstypen bzw. -einkommen disaggregierten Preisindizes für die Lebenshaltung von (a) Beamten- und Angestelltenhaushalten mit höherem Einkommen, (b) Arbeiterhaushalten mit mittlerem Einkommen und von (c) Rentnerhaushalten mit geringem Einkommen. Schließlich wird seit dem Jahr 1997 ein

(2) harmonisierter Verbraucherpreisindex (HVPI) der EU für Deutschland

berechnet, um besonders im Hinblick auf die Einführung des Euro eine einheitliche Inflationsmessung innerhalb von „Euroland“ zu ermöglichen. Der HVPI soll auch für internationale Vergleiche von Inflationsraten herangezogen werden. Man erkennt in Tabelle 6.13, dass zwischen dem VPI und HVPI bisher kaum bemerkenswerte numerische Unterschiede auftreten. Der HVPI wird für ca. 100 „Verwendungszwecke“ des privaten Individualkonsums disaggregiert berechnet, von Alkoholische Getränke bis Wärmeenergie. Weitere Auskünfte über die Verbraucherpreisentwicklung gibt der

(3) Index der Einzelhandelspreise für den privaten Verbrauch.

Der letztere zeigt aber eine erkennbar schwächere Preissteigerung, was damit zu erklären ist, dass die darin nicht enthaltenen Preise für Dienstleistungen, Wohnungen, Energie und öffentliche Gebühren überdurchschnittlich gestiegen sind.

Neben den Konsumentenpreisindizes werden auch Indizes, die die Preisentwicklung auf anderen Stufen des Wirtschaftsprozesses widerspiegeln, veröffentlicht. Zu nennen wären hier die Indizes der Erzeugerpreise gewerblicher Produkte, der Ein- und Ausführpreise oder auch der Index der Großhandelsverkaufspreise.

In obiger Tabelle 6.13 sind die Zahlenwerte einiger ausgewählter Indizes angegeben. Es fällt auf, dass es innerhalb des Aggregats der Verbraucherpreise stark gegenläufige Entwicklungen gibt. Während der VPI ebenso wie der HVPI eine recht stetige allgemeine Preiserhöhung anzeigt, sind die Preise für DV-Geräte und Software drastisch gefallen und haben sich in den letzten 13 Jahren glatt halbiert.

Alle diese Indizes werden nach der LASPEYRES-Formel berechnet, allein der HVPI ist ein Kettenindex. Den Gesamt-Indizes liegen repräsentative Warenkörbe mit ca. 700 bis 1000 Waren und Dienstleistungen zugrunde. Bei den Konsumentenpreisindizes repräsentieren die Warenkörbe die *Verbrauchsgewohnheiten* eines durchschnittlichen Haushalts, bei den Handelsindizes die *Umsatzstruktur*.¹

¹ Methodische und technische Einzelheiten über die Konstruktion, Erhebung und Berechnung der Preisindizes findet man schnell und leicht auf den Webseiten des Statistischen Bundesamtes: www.destatis.de.

(2) Wie wird das ifo Geschäftsklima ermittelt?**CES ifo** Group Munich

Ifo-Institut – Center for Economic Studies

Das ifo Geschäftsklima ist ein vielbeachteter monatlich veröffentlichter Frühindikator für die konjunkturelle Entwicklung Deutschlands. Er basiert auf ca. 7 000 monatlichen Meldungen von Unternehmen der Gewerblichen Wirtschaft mit den Sektoren (1) Verarbeitendes Gewerbe, (2) Bauhauptgewerbe, (3) Großhandel und (4) Einzelhandel.

Die Unternehmen werden gebeten, ihre gegenwärtige Geschäftslage in einer Dreier-skala zu beurteilen und ihre Geschäftserwartungen für die nächsten sechs Monate mitzuteilen. Sie können ihre **Lage** X mit „gut“, „befriedigend“ oder „schlecht“ und ihre **Erwartungen** Y als „günstiger“, „gleichbleibend“ oder „ungünstiger“ kennzeichnen. Die Antworten werden entsprechend der Firmengröße gewichtet und zu zwei **Salden** aggregiert:

$$\text{Lage} := \sum_i g_i x_i, \quad \text{wobei} \quad \begin{array}{l} x_i = 1 \\ x_i = 0 \\ x_i = -1 \end{array}$$

je nachdem, ob die Antwort der Firma i „gut“, „befriedigend“ oder „schlecht“ ist

$$\text{Erwartungen} := \sum_i g_i y_i, \quad \text{wobei} \quad \begin{array}{l} y_i = 1 \\ y_i = 0 \\ y_i = -1 \end{array}$$

je nachdem, ob die Antwort der Firma i „günstiger“, „gleichbleibend“ oder „ungünstiger“ ist

Als Gewichte g_i dienen die jeweiligen Umsatzanteile am Gesamtumsatz in Prozent

$$g_i = \frac{\text{Umsatz}_i}{\text{Gesamtumsatz}} \cdot 100.$$

Der Saldowert der Geschäftslage ist also die Differenz der Prozentanteile der Antworten „gut“ und „schlecht“, der Saldowert der Erwartungen ist die Differenz der Prozentanteile der Antworten „günstiger“ und „ungünstiger“.

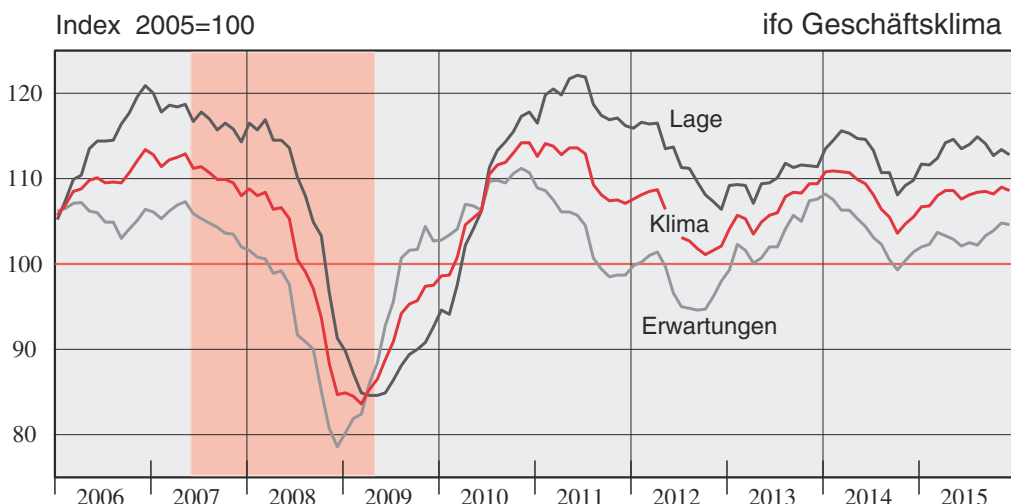


BILD 6.4 Der ifo Geschäftsklima-Index und die Finanzmarktkrise

Schätzen zum Beispiel gewichtete 40% ihre Geschäftslage als befriedigend ein, 35 % als gut und 25 % als schlecht, so beträgt der Saldo Lage = $35 - 25 = 10$. Die Antwortenden, die ihre Lage befriedigend sehen, sind gewissermaßen "neutral" und beeinflussen das Ergebnis der aggregierten Lageeinschätzung nicht. Analog vollzieht sich die Berechnung der Geschäftserwartungen.

Der Saldo kann theoretisch zwischen den Extremwerten -100 (d.h. alle Firmen antworten negativ) und $+100$ (d.h. alle antworten positiv) schwanken:

$$-100 \leq \text{Lage} \leq +100 \quad \text{und} \quad -100 \leq \text{Erwartungen} \leq +100$$

Aus der Lage und den Erwartungen wird der ifo Geschäftsklima-Saldo für den betreffenden Monatsmonat als geometrisches Mittel gebildet. Da dieses bei negativen Einzelwerten nicht erklärt ist, wird die Skala um $+200$ verschoben und man definiert

$$\text{Geschäftsklima} := \sqrt{(\text{Lage} + 200) \cdot (\text{Erwartungen} + 200)} - 200.$$

Zur Berechnung der **Indexwerte** des Geschäftsklimas und der beiden Komponenten Geschäftslage und Erwartungen werden die Salden wiederum um 200 erhöht und auf den Durchschnitt eines Basisjahres (derzeit 2005) normiert, gemäß der Formel

$$\text{Index} := \frac{\text{Saldo im Monatsmonat} + 200}{\text{durchschnittlicher Saldo im Basisjahr} + 200} \cdot 100.$$

Im BILD 6.4 ist die Wirkung der Finanzmarktkrise auf die Einschätzungen und Erwartungen der Unternehmen überdeutlich zu erkennen. Der Geschäftsklima-Index sinkt auf sein bisheriges Allzeittief von 83.6 im März 2009, die Geschäftserwartungen sogar auf 78.6 .

ERGÄNZENDE LITERATUR

Allen, R. G. D.: *Index Numbers in Economic Theory and Practice*, Chicago: Aldine Pub, 2014

Newbold, Paul, W. Carlson, & Betty Thorne: *Statistics for Business and Economics*, 9th edition, Pearson Prentice Hall, 2019, Chapter 16

Wewel, Max C., *Statistik im Bachelor-Studium der BWL und VWL*: 4. Auflage, München: Pearson Studium, 2019, Kapitel 4

AUFGABEN

- 6.1 Wie können mögliche numerische Unterschiede zwischen PAASCHE- und LASPEYRES-Index erklärt werden, obwohl die Ausgangsdaten für die Berechnung gleich waren?

- 6.2 **Berechnung von Preisindizes.** Es werde ein Warenkorb mit vier Gütern herangezogen. Mengen und Preise sind in der folgenden Tabelle zusammengefasst:

Gut Nr.	2015		2018	
	Menge	Preis	Menge	Preis
1	10	40	10	60
2	10	30	8	45
3	5	20	25	30
4	25	80	5	120

- a) Berechnen Sie einen Preisindex nach LASPEYRES für 2018 zur Basis 2015=100.
 b) Berechnen Sie einen Preisindex nach PAASCHE für 2018 zur Basis 2015=100.
 c) Falls die beiden Indizes verschieden sind: Begründen Sie, warum die Indizes voneinander abweichen.
 Falls die beiden Indizes gleich sind: Erläutern Sie, warum die Indizes gleich sind, obwohl sich die Struktur des Warenkorbs geändert hat.
- 6.3 In der Periode $t = 1$ sind alle Preise um genau 5 % höher als in der Periode $t = 0$. Infolge einer Rezession sind jedoch gleichzeitig die gehandelten Mengen sämtlich um genau 5 % gesunken.

- a) Berechnen Sie $P_1^{(L)}$ und $P_1^{(P)}$.
 b) Unter welchen anderen, von der oben geschilderten Situation abweichenden Bedingungen könnte sich ein PAASCHE-Preisindex von einem LASPEYRES-Preisindex unterscheiden?
- 6.4 **Photoamateure.** Vom Verein der Photoamateure e.V. wurden folgende durchschnittliche Preise p und durchschnittlich vom gehobenen Digitalamateur konsumierte Mengen q mitgeteilt:

	2015		2016		2017		2018	
	q_0	p_0	q_1	p_1	q_2	p_2	q_3	p_3
Digitalcamera 25 MPix	0.2	727.–	0.2	690.–	0.3	550.–	0.3	390.–
Stativ	0.3	50.–	0.2	55.–	0.2	55.–	0.2	70.–
Speicherkarte	1	79.–	1	48.–	0.5	29.–	0	18.–
Color-Prints 13x18	90	1.–	110	0.85	140	–.27	150	–.37
Photobuch 32 Seiten	2	58.–	2	49.–	3	38.–	4	24.–

- a) Berechnen Sie einen „Preisindex für Photoartikel (gehobener Amateurbedarf)“ nach LASPEYRES zur Basis 2015=100.
 b) Berechnen Sie eine entsprechende Index-Zeitreihe nach PAASCHE.
 c) Zeichnen Sie die Charts der beiden Index-Zeitreihen in ein Diagramm.
 d) Um wie viel Prozent/Jahr sind nun die Preise für Photoartikel von 2015 bis 2017 im Durchschnitt gestiegen oder gefallen? (Hinweis: Abschnitt 2.3)

6.5 Mittelwerte. Bei der Berechnung von Preisindizes werden die Preise

$$p_{1t}, p_{2t}, \dots, p_{nt}$$

der Periode t einer endlichen Anzahl n verschiedener Waren irgendwie „gemittelt“. Dabei spielen die Mengen

$$q_{1t}, q_{2t}, \dots, q_{nt}$$

der gehandelten Waren eine wichtige Rolle.

- Um welche Art von Mittelwert handelt es sich, und welche Größen werden dabei gemittelt?
- Wie lauten die Gewichte **(1)** beim PAASCHE-Index und **(2)** beim LASPEYRES-Index?

6.6 In einer Periode $t = 0$ seien LASPEYRES- und PAASCHE-Preisindex

$$P_0^{(L)} = P_0^{(P)} = 100.$$

In der Periode $t = 1$ seien nun alle Preise um genau 10% höher als in der Periode $t = 0$, die gehandelten Mengen jedoch mögen sich unterschiedlich verändert haben.

Können Sie $P_1^{(L)}$ und $P_1^{(P)}$ oder nur einen von beiden exakt angeben?

6.7 Lebenshaltungskosten eines Studentenhaushalts. Versuchen Sie, einen repräsentativen Warenkorb für die Berechnung eines Preisindex für die Lebenshaltungskosten eines „Ein-Personen-Studentenhaushalts mit niedrigem Einkommen“ zu entwerfen. Der Einfachheit halber soll der Warenkorb nicht mehr als 20 Güter bzw. Dienstleistungen enthalten.

- Berechnen Sie aus den Zahlen der Aufgabe 6.4 die Zeitreihen der Mengenindizes nach LASPEYRES und PAASCHE.
- Warum unterscheiden sich die beiden Zeitreihen?
- Wie sind sie zu interpretieren?

LÖSUNGEN

6.2	a) 150	b) 150	6.6	110, 110
6.3	105; 105		6.8	a) 100, 121.8, 148.2, 165.1 100, 122.0, 148.2, 166.1
6.4	a) 100, 84.64, 57.43, 44.52 b) 100, 85.76, 58.85, 43.61 d) -13.6%, -14.2%			

Teil II

Wahrscheinlichkeitsrechnung

Kapitel 7 **Elementare Kombinatorik** 197

Kapitel 8 **Grundlagen der Wahrscheinlichkeitstheorie** 211

Kapitel 9 **Zufallsvariablen** 255

Kapitel 10 **Mehrdimensionale Zufallsvariablen** 305

Kapitel 11 **Stochastische Modelle und spezielle Verteilungen** 335

Kapitel 12 **Wichtige Grenzwertsätze** 393

Elementare Kombinatorik

Die Kombinatorik beschäftigt sich mit der Bildung von Zusammenstellungen von Elementen aus einer vorgegebenen endlichen Menge. Bei den Elementen der fraglichen Menge kann es sich um die verschiedensten Dinge handeln, etwa um Bücher, Buchstaben, Zahlen, einen Satz Lottokugeln oder Spielkarten.

Verschiedene kombinatorische Modelle stellen die **Anzahl der möglichen Zusammenstellungen**, die man aus den Elementen der Menge bilden kann, fest. Dabei ist zu unterscheiden, ob für die Zusammenstellung alle Elemente der Menge verwendet werden oder nur ein Teil. Im ersten Fall sprechen wir von **Permutationen**, im zweiten Fall von **Kombinationen**.

Im folgenden Kapitel 8 werden wir sehen, wie man in bestimmten Fällen Wahrscheinlichkeiten durch Auszählen von Möglichkeiten ermitteln kann. Dazu werden die kombinatorischen Modelle nützlich sein. In Kapitel 11 verwenden wir sie auch als **Stichprobenmodelle**, also dazu, die möglichen Zufallsstichproben aus einer Grundgesamtheit zu untersuchen.

7.1 Fakultäten und Binomialkoeffizienten

Fakultäten und Binomialkoeffizienten sind Hilfsmittel zur übersichtlicheren Darstellung der kombinatorischen Modelle.

Definition: Das Symbol $n!$ bezeichnet das Produkt der natürlichen Zahlen von 1 bis n

$$n! := 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (n-1) \cdot n \quad (7-1)$$

und heißt n -**Fakultät**. Zusätzlich ist festgelegt

$$0! := 1.$$

Die Fakultäten können auch anders, nämlich rekursiv, definiert werden mit

$$\begin{aligned} 0! &:= 1 \\ (n+1)! &:= n! \cdot (n+1). \end{aligned} \tag{7-2}$$

Beispiele [1] für Fakultäten:

$$\begin{aligned} 1! &= 1 \\ 2! &= 1 \cdot 2 = 2 \\ 3! &= 1 \cdot 2 \cdot 3 = 6 \\ 4! &= 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24 \\ 5! &= 4! \cdot 5 = 120 \\ &\vdots \\ 10! &= 3\,628\,800 \\ 20! &= 2.432902008 \cdot 10^{18} \\ 30! &= 2.652528598 \cdot 10^{32}. \end{aligned}$$

Man sieht, dass die Fakultäten enorm schnell ansteigen. So versagen ungefähr bei $60!$ bereits die meisten Taschenrechner. Einen guten Näherungswert für $n!$ liefert die STIRLING-Formel¹:

$$n! \approx \sqrt{2\pi n} \cdot \left(\frac{n}{e}\right)^n =: \text{St}(n). \tag{7-3}$$

Dabei ist e die EULERSche Zahl² ($e = 2.71828183\dots$), eine irrationale reelle Zahl, die in der Mathematik eine große Bedeutung hat. Zwar nimmt der absolute Fehler der STIRLING-Formel für größer werdende n zu und wächst für $n \rightarrow \infty$ sogar über alle Grenzen. Es gilt einerseits

$$|n! - \text{St}(n)| \rightarrow \infty,$$

aber andererseits

$$\frac{n!}{\text{St}(n)} \rightarrow 1,$$

das heißt, der *relative* Fehler nimmt ab. An der STIRLING-Formel sieht man, dass die Fakultäten schneller ansteigen als jede Exponentialfunktion.

¹ JAMES STIRLING, 1692–1770, englischer Mathematiker, genannt STIRLING THE VENETIAN, weil er aus Oxford davongejagt wurde und in Venedig studieren musste. Die Formel ist nach ihm benannt, weil er sie benutzt hat, jedoch stammt sie in Wirklichkeit von ABRAHAM DE MOIVRE (vgl. Fußnote zu Abschnitt 11.9).

² LEONHARD EULER, siehe Fußnote in Kapitel 12.

Copyright

Daten, Texte, Design und Grafiken dieses eBooks, sowie die eventuell angebotenen eBook-Zusatzdaten sind urheberrechtlich geschützt. Dieses eBook stellen wir lediglich als **persönliche Einzelplatz-Lizenz** zur Verfügung!

Jede andere Verwendung dieses eBooks oder zugehöriger Materialien und Informationen, einschließlich

- der Reproduktion,
- der Weitergabe,
- des Weitervertriebs,
- der Platzierung im Internet, in Intranets, in Extranets,
- der Veränderung,
- des Weiterverkaufs und
- der Veröffentlichung

bedarf der **schriftlichen Genehmigung** des Verlags. Insbesondere ist die Entfernung oder Änderung des vom Verlag vergebenen Passwort- und DRM-Schutzes ausdrücklich untersagt! Bei Fragen zu diesem Thema wenden Sie sich bitte an: **info@pearson.de**

Zusatzdaten

Möglicherweise liegt dem gedruckten Buch eine CD-ROM mit Zusatzdaten oder ein Zugangscode zu einer eLearning Plattform bei. Die Zurverfügungstellung dieser Daten auf unseren Websites ist eine freiwillige Leistung des Verlags. **Der Rechtsweg ist ausgeschlossen.** Zugangscodes können Sie darüberhinaus auf unserer Website käuflich erwerben.

Hinweis

Dieses und viele weitere eBooks können Sie rund um die Uhr und legal auf unserer Website herunterladen:

<https://www.pearson-studium.de>