

2022

Realschule

Original-Prüfungsausschuss
mit Lösungen

**MEHR
ERFAHREN**

Baden-Württemberg

Mathematik

- + *Zusätzliche Inhalte*
- + *Lernvideos*
- + *MindApp*

ActiveBook
• Interaktives
Training



STARK

Inhalt

MindApp
Lernvideos und Animationen
Vorwort
Register

Hinweise und Tipps zur schriftlichen Abschlussprüfung

Die schriftliche Abschlussprüfung im Fach Mathematik	I
Lernen auf die Prüfung	II
Knacken mathematischer Probleme und Aufgaben	IV

Übungsaufgaben

Übungsaufgaben zum Pflichtteil A1

Aufgaben	1
Lösungen	10

Übungsaufgaben zum Pflichtteil A2 und zum Wahlteil B

Gleichungen	34
Lineare Gleichungssysteme	36
Bruchgleichungen	38
Diagramme, Dreisatz, Anteile	40
Sparen, Zinsen, Zinseszins	46
Preise, Preisbewegungen	48
Funktionen	50
Trigonometrie	56
Quadratische Pyramiden	60
Kegel und Kugel	64
Besondere Pyramiden	66
Zusammengesetzte Körper	68
Streckenzüge und Flächen auf Körpern und im Raum	71
Daten	75
Wahrscheinlichkeit	81
Ausführliche Lösungswege	www.stark-verlag.de/mystark

Abschlussprüfung 2014

Pflichtbereich: Aufgaben	2014-1
Wahlbereich: Aufgaben	2014-4
Zum Schnellnachschlagen: Lösungen und Endergebnisse	2014-7
Ausführliche Lösungswege	www.stark-verlag.de/mystark

Abschlussprüfung 2015

Pflichtbereich: Aufgaben	2015-1
Wahlbereich: Aufgaben	2015-5
Zum Schnellnachschlagen: Lösungen und Endergebnisse	2015-8
Ausführliche Lösungswege	www.stark-verlag.de/mystark

Abschlussprüfung 2016

Pflichtbereich: Aufgaben	2016-1
Wahlbereich: Aufgaben	2016-4
Zum Schnellnachschlagen: Lösungen und Endergebnisse	2016-8
Ausführliche Lösungswege	www.stark-verlag.de/mystark

Abschlussprüfung 2017

Pflichtbereich: Aufgaben	2017-1
Wahlbereich: Aufgaben	2017-5
Zum Schnellnachschlagen: Lösungen und Endergebnisse	2017-9
Ausführliche Lösungswege	www.stark-verlag.de/mystark

Abschlussprüfung 2018

Pflichtbereich: Aufgaben	2018-1
Wahlbereich: Aufgaben	2018-4
Pflichtbereich: Lösungen	2018-7
Wahlbereich: Lösungen	2018-26

Abschlussprüfung 2019

Pflichtbereich: Aufgaben	2019-1
Wahlbereich: Aufgaben	2019-5
Pflichtbereich: Lösungen	2019-8
Wahlbereich: Lösungen	2019-27

Abschlussprüfung 2020

Pflichtbereich: Aufgaben	2020-1
Wahlbereich: Aufgaben	2020-5
Pflichtbereich: Lösungen	2020-9
Wahlbereich: Lösungen	2020-26

Abschlussprüfung 2021

Pflichtteile A 1 und A 2: Aufgaben	2021-1
Wahlteil B: Aufgaben	2021-7
Pflichtteile A 1 und A 2: Lösungen	2021-10
Wahlteil B: Lösungen	2021-36



Auf die PDF-Datei mit den ausführlichen Lösungen zu den Übungsaufgaben zum Pflichtteil A2 und zum Wahlteil B sowie zu den Jahrgängen 2014–2017 kann auf www.stark-verlag.de/mystark zugegriffen werden. Der Zugangscode ist vorne im Buch zu finden.

Jeweils zu Beginn des neuen Schuljahrs erscheinen die neuen Ausgaben der Prüfungsaufgaben mit Lösungen.

Autor: Thomas Dreher

Vorwort

Liebe Schülerinnen und Schüler,

bei sportlichen Leistungen ist uns allen klar, dass neben der Begabung nur ausdauerndes, langfristig angelegtes und systematisches Training zum Erfolg führen kann. Jeder weiß, selbst beim Freizeitsport und beim Kicken auf dem Schulhof gilt die Regel: Übung macht den Meister!

Und in der Mathematik?

Da ist es genauso! Wie im Sport bestimmt Training ganz wesentlich den Erfolg. Die oft gehörte Behauptung „Mathe muss man begreifen, Mathe kann man nicht lernen!“ stimmt nicht. Im Gegenteil: Mathe begreift man erst durch Lernen. Mit jedem Problem, das ihr knackt, begreift ihr mehr. Mit jeder Aufgabe, die ihr löst, steigt euer Können. Auch in der Mathematik gilt: Übung macht den Meister und natürlich auch die Meisterin! Und genauso wie im Sport gilt auch hier: Mit zunehmendem Erfolg wächst die Selbstsicherheit, können Lernen und Büffeln sogar Spaß machen!

Das vorliegende Buch ist sowohl Trainingshilfe als auch Wegweiser bei der Vorbereitung auf die Realschulabschlussprüfung im Fach Mathematik. Es hilft euch, euch gezielt und systematisch auf die Prüfung vorzubereiten.

Das Buch zeigt dazu

- wie die schriftliche Abschlussprüfung aussieht,
- welche Anforderungen gestellt werden,
- wie man systematisch und erfolgreich auf die Prüfung lernt,
- wie mathematische Probleme und Aufgaben gelöst werden können.

Das Buch bietet

- Trainings- und Übungsmöglichkeiten auf Prüfungsniveau,
- die Möglichkeit, gezielt einzelne Themengebiete zu üben oder Fähigkeiten zu trainieren.

Im Kapitel „Die schriftliche Abschlussprüfung im Fach Mathematik“ werden zunächst kurz **Aufbau** und **Organisation** der schriftlichen Abschlussprüfung im Fach Mathematik an den öffentlichen Realschulen des Landes Baden-Württemberg vorgestellt.

Wie man **systematisch** auf die Abschlussprüfung **lernt**, steht im Kapitel „Lernen auf die Prüfung“.

Im Kapitel „Knacken mathematischer Probleme und Aufgaben“ werden **Strategien** und **Tipps** zum Lösen unbekannter Aufgaben und mathematischer Probleme vorgestellt.

Das Kapitel „Übungsaufgaben“ enthält **Aufgabensammlungen** für intensives und gezieltes Üben auf Prüfungsniveau.

Im ersten Teil finden sich Aufgaben für das Training auf den Pflichtteil A1. Die Aufgaben sind so konzipiert, dass sie sich, wie in der Prüfung verlangt, ohne Taschenrechner und ohne Formelsammlung lösen lassen.

Im zweiten Teil finden sich Aufgaben für das Training auf den Pflichtteil A2 und den Wahlteil B. Dieses Kapitel ist in einzelne Themengebiete gegliedert und bietet so die Möglichkeit, diese Themengebiete gezielt und intensiv zu üben.

In den nächsten Kapiteln folgen die **Aufgaben der schriftlichen Realschulabschlussprüfungen** (Haupttermine an den öffentlichen Realschulen des Landes Baden-Württemberg) von 2014–2021 mit **ausführlicher Darstellung der Lösungswege**. Hinzu kommen **Lösungshinweise**. Sie sollen helfen, in die Lösung einer Aufgabe einzusteigen um anschließend möglichst selbstständig weiterarbeiten zu können. Die ausführlich dargestellten Lösungswege bieten an schwierigen Stellen Hilfe und Unterstützung. Zunächst solltet ihr aber versuchen, die Aufgaben möglichst eigenständig – ohne Hilfen – zu lösen.

Beim gezielten Suchen von Aufgaben zu bestimmten mathematischen Sachgebieten unterstützt euch das **Register**.

Das Buch besteht aus zwei Teilen: dem **Buch** selber und den **PDF-Downloads** auf der Plattform MyStark: **www.stark-verlag.de/mystark** (siehe Zugangscode vorne im Buch).

Die Übungsaufgaben zum Pflichtteil A1 befinden sich mit Aufgabenstellungen und ausführlichen Lösungswegen komplett im Buch. Von den Übungsaufgaben zum Pflichtteil A2 und zum Wahlteil B befinden sich die Aufgabenstellungen und die Endergebnisse zum Schnellnachschlagen im Buch. Die ausführlichen Lösungswege stehen auf MyStark als PDF-Datei zum Download zur Verfügung.

Den Übungsaufgaben folgen die Aufgabenstellungen der Prüfungsjahrgänge 2014–2017, ebenfalls mit Endergebnissen zum Schnellnachschlagen im Buch. Die Lösungshinweise und die ausführlichen Lösungswege stehen als PDF-Datei zum Download zur Verfügung.

Die vier Prüfungsjahrgänge 2018–2021 befinden sich komplett mit Aufgabenstellungen, Lösungshinweisen und ausführlich dargestellten Lösungswegen im Buch.



Dieses Buch ist in zwei Versionen erhältlich: mit und ohne ActiveBook. Habt ihr die Ausgabe mit ActiveBook (81500ML) erworben, findet ihr online im **Interaktiven Training** viele zusätzliche interaktive Aufgaben zum Trainieren der Grundfertigkeiten und zum Üben auf Prüfungsniveau (mit * gekennzeichnete Aufgaben).

Die **Interaktiven Aufgaben** sind im Buch mit diesem Symbol gekennzeichnet. Am besten gleich ausprobieren!



Ausführliche Infos inkl. Zugangscode findet ihr in der Ausgabe mit ActiveBook auf den Farbseiten vorne im Buch. (Mit diesem Zugangscode erhaltet ihr auch Zugriff auf die PDF-Downloads.)

Sollten nach Erscheinen dieses Bandes noch wichtige Änderungen in der kommenden Abschlussprüfung vom Kultusministerium bekannt gegeben werden, findet ihr aktuelle Informationen dazu ebenfalls auf der Plattform MyStark: **www.stark-verlag.de/mystark**

Verlag und Autor hoffen, euch mit diesem Buch bei eurem persönlichen „Training“ auf die Abschlussprüfung unterstützen zu können und wünschen euch guten Erfolg!

Thomas Dreher

Thomas Dreher

Hinweise und Tipps zur schriftlichen Abschlussprüfung

Die schriftliche Abschlussprüfung im Fach Mathematik

Die schriftliche Abschlussprüfung im Fach Mathematik besteht aus den beiden Pflichtteilen A1 und A2 sowie dem Wahlteil B.

Die Prüfung ist in zwei Arbeitsphasen gegliedert. Die gesamte Arbeitszeit beträgt 210 Minuten (3 Stunden und 30 Minuten).

Arbeitsphase 1

In Arbeitsphase 1 werden die Aufgaben von Pflichtteil A1 bearbeitet. Diese Phase dauert 45 Minuten.

Die Aufgaben des Pflichtteils A1 sind ohne Taschenrechner und ohne Formelsammlung zu lösen. Zur Bearbeitung zugelassen sind Zeichengeräte. Am Ende von Arbeitsphase 1 sind die Lösungen der Aufgaben abzugeben.

Im Anschluss an Arbeitsphase 1 folgt eine zwanzigminütige Pause.

Arbeitsphase 2

In Arbeitsphase 2 werden die Aufgaben von Pflichtteil A2 und von Wahlteil B bearbeitet. Die zur Verfügung stehende Zeit beträgt 165 Minuten (2 Stunden und 45 Minuten).

Für die Bearbeitung der Aufgaben von Pflichtteil A2 und von Wahlteil B sind die Nutzung einer Formelsammlung, eines wissenschaftlichen, nicht programmierbaren Taschenrechners sowie die Nutzung von Zeichengeräten zugelassen.

Wie der Name bereits sagt, sind jeweils alle Aufgaben der beiden Pflichtteile A1 und A2 zu bearbeiten. Im Wahlteil B werden drei Aufgaben zur Auswahl gestellt. Davon sind zwei Aufgaben zu bearbeiten. Werden mehr als zwei Wahlaufgaben bearbeitet, werden die beiden besten Lösungen gewertet. Die Lösung der Aufgaben des Wahlteils stellt erhöhte Anforderungen.

Übersicht über die Gliederung der Prüfung:

Arbeitsphase 1 45 Minuten	<ul style="list-style-type: none">• Pflichtteil A1• Zugelassen: Zeichengeräte• Nicht zugelassen: Formelsammlung, ETR
Pause 20 Minuten	
Arbeitsphase 2 165 Minuten (2 h 45 min)	<ul style="list-style-type: none">• Pflichtteil A2• Zwei Aufgaben aus Wahlteil B• Zugelassen: Formelsammlung, ETR (wissenschaftlich; nicht programmierbar), Zeichengeräte

Zu möglichen kurzfristigen Änderungen siehe bitte den Hinweis im Vorwort.

Lernen auf die Prüfung

Wer träumt nicht davon: tolle Tricks und sichere Rezepte, die ohne viel Lernen und Anstrengung zum großen Prüfungserfolg führen? Was würden wir geben, wenn es doch klappen würde, das „Bücher unters Kopfkissen legen“, das „Lernen im Schlaf“? Wer hat nicht schon mal die Vision gehabt, dass es im Computerzeitalter eigentlich doch möglich sein müsste, sich kurz vor der Prüfung rasch mal die neueste Version eines Programms zum Lösen von Prüfungsaufgaben aus dem Internet runterzuladen?

Leider gibt es diese Tricks und Rezepte nicht. Morgens wachen wir auf, ohne uns an den Lernraum erinnern zu können und die Zukunftsvision scheitert an der Gegenwart. Bleibt das altbekannte Üben und Lernen. Damit verbinden viele aber vor allem anstrengendes Pauken, langweiliges Büffeln, stundenlanges Sitzen, qualmende Köpfe ...

Aber das muss nicht sein. Beherzt man einige wenige Grundregeln, fällt das Lernen leichter und es stellen sich rasch erste Erfolge ein. Mit ihnen wachsen Sicherheit und Selbstvertrauen und – Erfolg bringt bekanntlich Spaß an der Sache.

Dieses Kapitel zeigt euch, wie man systematisch auf die Prüfung lernt, ohne dass dabei die Freude an der Arbeit zu kurz kommen muss. Allerdings: Ganz ohne Arbeit geht's doch nicht. Ein bisschen müsst ihr euch schon anstrengen.

Eine der wichtigsten Regeln ist, **frühzeitig mit dem systematischen Lernen zu beginnen**. Wer langfristig und beständig auf die Prüfung lernt, hat aller Voraussicht nach mehr Erfolg als derjenige, der kurz vor der Prüfung alles „ganz intensiv reinpauken“ will. Und, wer das Lernpensum verteilt, hat keinen riesen Berg vor sich, der ihn entmutigt, sondern kleine Hügel, die sich leicht erklimmen lassen.

Es empfiehlt sich, ca. acht Schulwochen vor der Prüfung mit dem gezielten Lernen zu beginnen. Da die Prüfung voraussichtlich Ende April / Anfang Mai stattfindet, also Ende Februar, besser noch Mitte Februar mit der Vorbereitung anfangen.

Für den Lernerfolg ist es besser, mehrere Nachmittage pro Woche kürzere Zeit zu lernen als einmal pro Woche einen ganzen Nachmittag. Euer Trainingsumfang, der in der ersten Zeit vielleicht zweimal eine halbe bis dreiviertel Stunde beträgt, steigert sich kontinuierlich. Je näher die Prüfung rückt, desto mehr Nachmittage pro Woche lernt ihr, desto länger pro Nachmittag lernt ihr.

In den ersten Wochen gilt es zunächst festzustellen,

- welche Themengebiete ihr schon beherrscht,
- welches Schwierigkeitsniveau ihr in den einzelnen Themengebieten erreicht (Grundaufgaben-/Pflichtaufgabeniveau oder schon Wahlaufgabenniveau),
- welche Themengebiete ihr noch besonders üben solltet.

Am besten findet ihr das heraus, indem ihr Prüfungsaufgaben zu den einzelnen Themengebieten rechnet. Eine gute Übersicht über die einzelnen Themengebiete bietet auch das Kapitel „Übungsaufgaben“.

Habt ihr euer Leistungsprofil erstellt, könnt ihr einen **Trainingsplan** aufstellen, mit dem ihr anhand der Aufgaben aus dem Kapitel „Übungsaufgaben“ gezielt eure Lücken schließt und eure Fähigkeiten steigert. Selten kommt es vor, dass ein ganzer Themenbereich nicht oder kaum gekonnt wird. Eher bereiten einzelne, besonders komplexe oder abstrakte Aufgaben Schwierigkeiten.

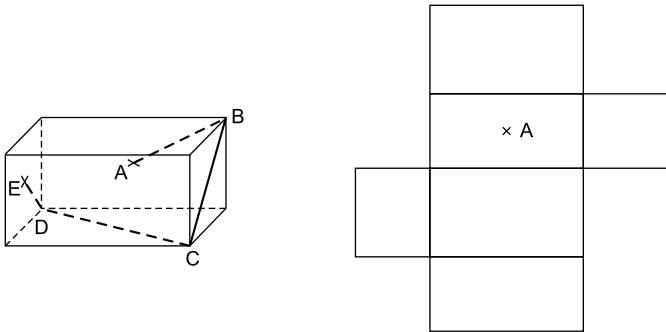
Zunächst gilt auch hier: Probieren! Gelingt gar nichts, versucht die ausführliche Lösung nachzuvollziehen und nachzurechnen. Sobald ihr einen Schritt alleine könnt, versucht es alleine. Wer bei den Prüfungsaufgaben lediglich Schwierigkeiten mit dem Einstieg in eine Aufgabe hat, kann sich Hilfen bei den Lösungshinweisen holen. Sie helfen auch, wenn ihr an einer schwierigen Stelle nicht mehr weiterkommt. Noch gezieltere Hilfen bieten die ausführlich dargestellten Lösungswege zu den Aufgaben. Hier lassen sich auch selbstständig gerechnete Aufgaben genau kontrollieren. Näheres zum Knacken mathematischer

Übungsaufgaben

Übungsaufgaben zum Pflichtteil A1

Die folgenden Aufgaben sind für das Training auf den Pflichtteil A1 der schriftlichen Mathematikabschlussprüfung konzipiert. Die Aufgaben des Pflichtteils A1 sind ohne Taschenrechner und ohne Formelsammlung zu lösen. Zur Bearbeitung zugelassen sind Zeichengeräte.

1. Die Abbildungen zeigen das Schrägbild und das Netz eines Quaders.



Auf der Oberfläche des Quaders verläuft der Streckenzug ABCDE.

Die Punkte A und E liegen auf dem Mittelpunkt der jeweiligen Seitenfläche.

Die Punkte B, C und D liegen auf den Ecken des Quaders.

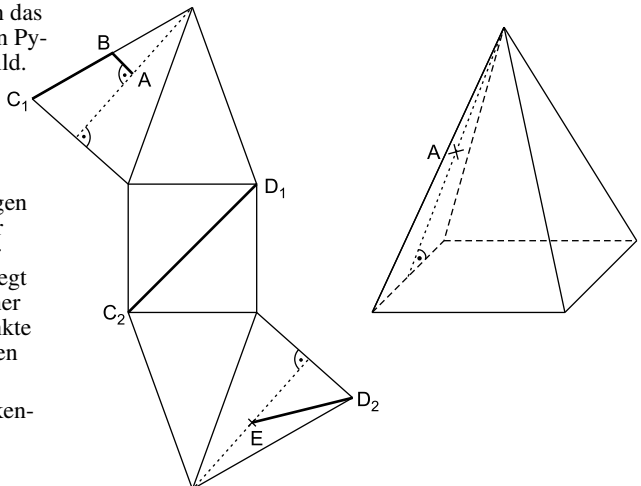
Zeichnen Sie den Streckenzug in das abgebildete Netz ein.

2. Die Abbildungen zeigen das Netz einer quadratischen Pyramide und ihr Schrägbild.

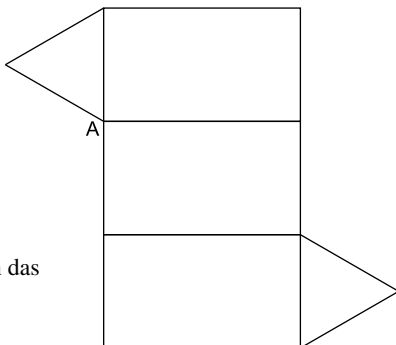
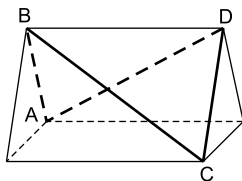
Der Streckenzug ABCDE verläuft auf dem Netz der Pyramide.

Die Punkte A und E liegen auf dem Mittelpunkt der jeweiligen Höhe auf der Seitenfläche. Punkt B liegt auf dem Mittelpunkt einer Seitenkante und die Punkte C und D liegen auf Ecken der Pyramide.

Zeichnen Sie den Streckenzug in das abgebildete Schrägbild ein.



3. Der Streckenzug ABCDA verläuft auf der Oberfläche des abgebildeten Dreiecksprismas. Alle Punkte des Streckenzugs liegen auf Ecken des Prismas.



Zeichnen Sie den Streckenzug in das Netz des Prismas ein.

4. Gegeben sind der Bruch $\frac{1}{7}$ und vier Karten mit Werten in Prozentschreibweise.

70 %

1,4 %

14,3 %

7 %

Welchem dieser Werte liegt der Wert des Bruchs $\frac{1}{7}$ am nächsten?
Begründen Sie Ihre Entscheidung rechnerisch.

5. Untersuchen Sie rechnerisch, ob nachfolgende Gleichung gilt. Wenden Sie dabei die Potenzgesetze an.

$$60^5 : 5^5 \cdot 12^{-3} = \sqrt{144}$$

6. Zeigen Sie durch Rechnung, dass folgende Gleichung gilt:

$$\frac{1}{3} \sqrt{300} \cdot \sqrt{3} = \frac{\sqrt{1000}}{\sqrt{10}}$$

7. Lea und Ömer erhalten für den Term

$$1,23 \cdot \frac{10^7}{10^{-2}} \cdot 2^{-4} \cdot 5^{-4} \cdot \sqrt{100}$$

zwei verschiedene Ergebnisse:

(1) 123 000 (2) 1 230 000

Welches der beiden Ergebnisse stimmt? Begründen Sie Ihre Antwort durch Rechnung.

8. Eine Zahlenreihe besteht aus elf Zahlen. Der abgebildete Ausschnitt zeigt die Zahlen der Plätze sechs, sieben, acht und neun.

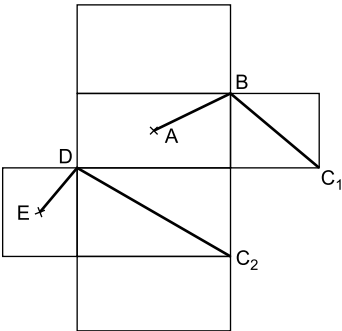
Geben Sie die Zahlen der Plätze vier und elf an.

Wie heißt die Zahl auf Platz eins?

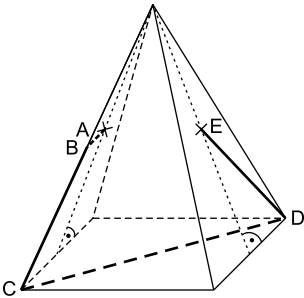
Platz 6:	81
Platz 7:	243
Platz 8:	729
Platz 9:	2 187

Lösungen

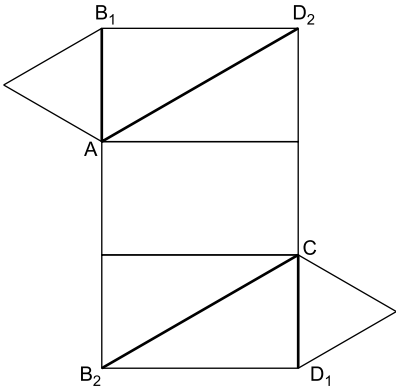
Aufgabe 1:



Aufgabe 2:



Aufgabe 3:



Aufgabe 4:**Berechnung des Quotienten von $\frac{1}{7}$:**

$$\begin{array}{r} \frac{1}{7} = 1 : 7 = \underline{0,1428} \\ 10 \\ -7 \\ \hline 30 \\ -28 \\ \hline 20 \\ -14 \\ \hline 60 \\ -56 \\ \hline 4 \end{array}$$

Umrechnung des Quotienten in Prozentschreibweise:

$$0,1428 \cdot 100 \% = \underline{14,28 \%}$$

Feststellung: Der Wert des Bruchs $\frac{1}{7}$ liegt dem dritten Wert 14,3 % am nächsten.**Aufgabe 5:****Untersuchung, ob gilt: $60^5 : 5^5 \cdot 12^{-3} = \sqrt{144}$:**

$$\begin{aligned} 60^5 : 5^5 \cdot 12^{-3} &\stackrel{?}{=} \sqrt{144} \\ (60 : 5)^5 \cdot 12^{-3} &\stackrel{?}{=} \sqrt{144} \\ 12^5 \cdot 12^{-3} &\stackrel{?}{=} \sqrt{144} \\ 12^2 &\stackrel{?}{=} \sqrt{144} \\ 144 &\stackrel{!}{\neq} \sqrt{144} \end{aligned}$$

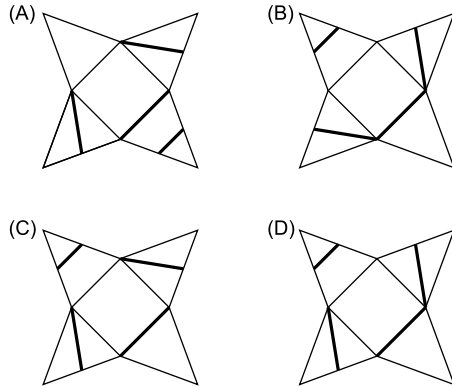
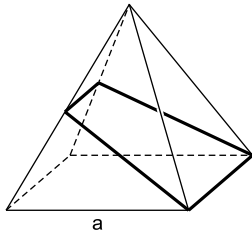
 \Rightarrow Widerspruch \Rightarrow Die Gleichung gilt nicht.**Aufgabe 6:****Nachweis für $\frac{1}{3}\sqrt{300} \cdot \sqrt{3} = \frac{\sqrt{1000}}{\sqrt{10}}$:**

$$\begin{aligned} \frac{1}{3}\sqrt{300} \cdot \sqrt{3} &= \frac{\sqrt{1000}}{\sqrt{10}} \\ \frac{1}{3}\sqrt{3}\sqrt{100}\sqrt{3} &= \sqrt{\frac{1000}{10}} \\ \frac{1}{3}\sqrt{3}^2\sqrt{100} &= \sqrt{100} \\ \frac{1}{3} \cdot 3^1 \sqrt{100} &= \sqrt{100} \\ \cancel{3}_1 &\quad \underline{10=10} \quad \text{w. z. b. w.} \end{aligned}$$

**Abschlussprüfungsaufgaben Mathematik für Realschulen (Baden-Württemberg):
Haupttermin 2021 – Pflichtteil A 1**

Pflichtteil A 1 – Aufgabe P 1

- a) Auf der Mantelfläche der quadratischen Pyramide ist ein Streckenzug eingezeichnet. Auf welchem der vier abgebildeten Netze wird der Streckenzug richtig dargestellt?



- b) Die Grundkante a der quadratischen Pyramide ist 5 cm lang.
Die Körperhöhe h beträgt 6 cm.
Berechnen Sie das Volumen der quadratischen Pyramide.

1,5 P

Pflichtteil A 1 – Aufgabe P 2

Lösen Sie die Gleichung.

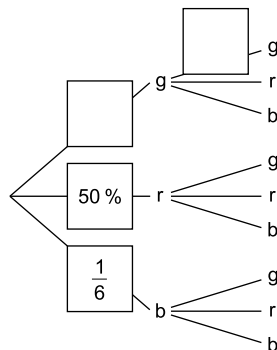
$$(x - 3)(x + 5) + 7 = 8(x - 2)$$

1,5 P

Pflichtteil A 1 – Aufgabe P 3

In einem Behälter liegen gelbe, rote und blaue Kugeln. Insgesamt sind es sechs Stück. Kim zieht ohne hinzuschauen zwei Kugeln gleichzeitig. Im Baumdiagramm sind zwei Wahrscheinlichkeiten angegeben.

- a) Ergänzen Sie in den beiden leeren Feldern die Wahrscheinlichkeitsangaben.
b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass Kim zwei rote Kugeln zieht?



2 P

Aufgabe W 1

- a) Gegeben sind das rechtwinklige Dreieck ABC und das gleichschenklige Dreieck ADE.

Es gilt:

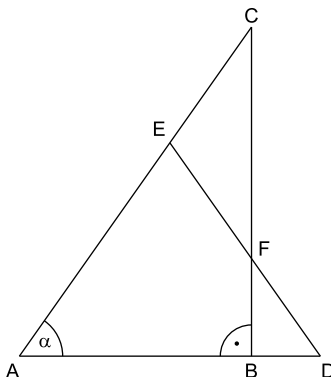
$$\overline{AB} = 13,2 \text{ cm}$$

$$\alpha = 55,0^\circ$$

$$\overline{CE} = 8,0 \text{ cm}$$

$$\overline{AE} = \overline{DE}$$

- Berechnen Sie die Länge von \overline{DF} .
- Berechnen Sie den Umfang des Vierecks ABFE.



5 P

- b) Die Punkte $A(1 | -8)$ und $B(3 | -8)$ liegen auf einer nach oben geöffneten verschobenen Normalparabel p.

- Geben Sie die Funktionsgleichung der Parabel p in der Normalform $y = x^2 + bx + c$ an.

Die Schnittpunkte der Parabel p mit der x-Achse und die Punkte A und B bilden ein Viereck.

- Berechnen Sie den Flächeninhalt dieses Vierecks.

Die Geraden g und h verlaufen jeweils auf den Diagonalen des Vierecks. Sie schneiden sich im Punkt Q.

- Berechnen Sie die Koordinaten des Schnittpunkts Q.

5 P

Aufgabe W 2

- a) Der Punkt $A(-4 | -1)$ liegt auf der Parabel p_1 mit der Funktionsgleichung $y = x^2 + bx + 7$. Die Gerade g schneidet die Parabel p_1 im Punkt A und im Scheitelpunkt S_1 .

- Berechnen Sie die Funktionsgleichungen der Parabel p_1 und der Geraden g.

Durch Spiegelung des Scheitelpunkts S_1 an der y-Achse entsteht der Punkt S_2 . S_2 ist der Scheitelpunkt einer nach oben geöffneten verschobenen Normalparabel p_2 .

- Geben Sie die Funktionsgleichung von p_2 in der Form $y = x^2 + bx + c$ an.

Der Schnittpunkt der Geraden g mit der y-Achse ist der Scheitelpunkt S_3 der Parabel p_3 . Die Parabel p_3 der Form $y = ax^2 + c$ geht außerdem durch die Scheitelpunkte S_1 und S_2 .

- Berechnen Sie die Funktionsgleichung der Parabel p_3 .

5 P

Lösungen

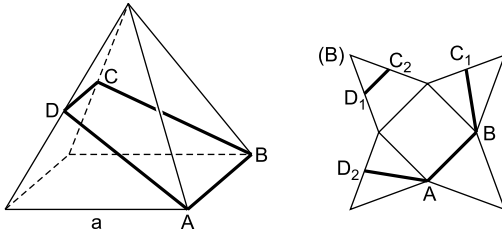
Pflichtteil A 1 – Aufgabe P 1

a) Lösungshinweise:

Für die Klärung der Frage untersuchen wir, bei welchem der vier Netze im zusammengeklappten Zustand der auf der Mantelfläche der Pyramide abgebildete geschlossene Streckenzug entsteht.

Ausführliche Lösung:

Skizze:



Ermittlung, auf welchem der vier Netze der Streckenzug richtig dargestellt wird:

Der Streckenzug auf der Mantelfläche der Pyramide umschließt ein Viereck. Damit handelt es sich um einen geschlossenen Streckenzug. Durchlaufen wir den Streckenzug auf der Mantelfläche der Pyramide (die Richtung ist dabei unerheblich), so ist der Endpunkt jeder Teilstrecke zugleich Anfangspunkt der folgenden Teilstrecke.

Diese Bedingung erfüllt im zur Pyramide zusammengeklappten Zustand nur Netz (B).

⇒ Der Streckenzug wird auf Netz (B) richtig dargestellt.

b) Lösungshinweise:

Wir nutzen für die Berechnung des gesuchten Volumens der Pyramide die Volumenformel für quadratische Pyramiden.

Ausführliche Lösung:

Berechnung des Volumens V:

$$V = \frac{1}{3} a^2 \cdot h$$

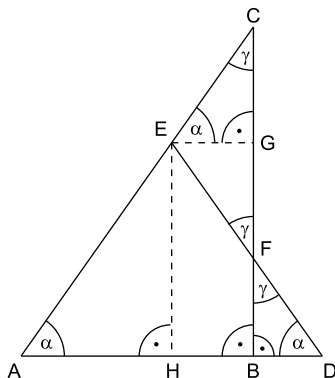
$$V = \frac{1}{3} \cdot 5^2 \cdot 6$$

$$V = 25 \cdot 2$$

$$V = \underline{\underline{50 \text{ cm}^3}}$$

Lösungshinweise:

Skizze:



1. Berechnung von \overline{DF}

Für die Berechnung von \overline{DF} stehen zwei alternative Lösungsansätze zur Verfügung:

- 1) \overline{DF} wird im rechtwinkligen Dreieck BDF berechnet.
- 2) \overline{DF} wird über die Differenz aus \overline{DE} und \overline{EF} berechnet.

Die Musterlösung folgt dem ersten Lösungsansatz.

Das Finden des zweiten Lösungsansatzes ist anspruchsvoll. Dafür belohnt dieser Ansatz mit weniger Rechenarbeit als der Lösungsweg über die Musterlösung. Er wird im Anschluss kurz skizziert.

Für die Berechnung von \overline{DF} in Dreieck BDF werden entweder die Längen der beiden anderen Seiten oder die Länge einer anderen Seite und die Größe eines Winkels (außer dem rechten Winkel) benötigt.

Winkel FDB lässt sich rasch über die Eigenschaften des gleichschenkligen Dreiecks ADE bestimmen.

\overline{BD} erhalten wir mithilfe von \overline{AD} und \overline{AB} .

\overline{AB} ist bekannt.

Für die Ermittlung von \overline{AD} nutzen wir wieder die Eigenschaften des gleichschenkligen Dreiecks ADE. Dazu fällen wir zunächst das Lot von Punkt E auf Strecke AD. Lotfußpunkt H teilt Strecke AD in die beiden gleich langen Strecken AH und HD. Strecke AH lässt sich im rechtwinkligen Dreieck AHE berechnen, sodass wir \overline{AD} über \overline{AH} gewinnen.

In Vorbereitung auf die Berechnung von \overline{AH} in Dreieck AHE ermitteln wir \overline{AE} . Dies gelingt mithilfe von \overline{CA} und \overline{CE} . \overline{CE} ist bekannt und \overline{CA} erhalten wir in Dreieck ABC.

Statt in Dreieck AHE kann \overline{AH} bei gleicher Vorarbeit alternativ auch in der Strahlensatzfigur mit den Strahlen CA und AD sowie den Parallelen BC und HE ermittelt werden. Die Alternative wird zusätzlich zur Musterlösung dargestellt.

Alternative: Ermittlung von \overline{DF} über die Differenz aus \overline{DE} und \overline{EF}

\overline{DE} ist gleich lang wie \overline{AE} . \overline{AE} seinerseits wird wie in der Musterlösung ermittelt.

\overline{EF} bestimmen wir mithilfe der bekannten Strecke CE und den Eigenschaften von Dreieck

EFC. Dazu ist zunächst nachzuweisen, dass Dreieck EFC gleichschenkelig mit den Schenkeln CE und EF ist.

Das Lot von Punkt E auf Strecke FC liegt parallel zu Strecke AD und teilt Dreieck EFC in die beiden Teildreiecke EGC und EFG.

Winkel GEC ist Stufenwinkel zu Winkel α und damit gleich groß wie dieser. Für Winkel ECG (γ) gilt in Dreieck EGC folglich: $\gamma = 180^\circ - (\alpha + 90^\circ)$.

Winkel FDB ist im gleichschenkeligen Dreieck ADE Basiswinkel und damit gleich groß wie Winkel α . Für Winkel BFD gilt in Dreieck BDF folglich: $\angle BFD = 180^\circ - (\alpha + 90^\circ) = \gamma$.

Winkel GFE ist Scheitelwinkel zu Winkel BFD und damit gleich groß wie dieser: $\angle GFE = \gamma$.

Damit ist nachgewiesen, dass die beiden Winkel GFE und ECG in Dreieck EFC gleich groß sind. Daraus folgt: Dreieck EFC ist gleichschenkelig mit den Schenkeln EF und CE.

Folglich gilt weiter: $\overline{EF} = \overline{CE} = 8,0 \text{ cm}$.

Abschließend wird \overline{DF} über die Differenz aus \overline{DE} und \overline{EF} berechnet.

2. Berechnung des Umfangs von Viereck ABFE

Der gesuchte Umfang von Viereck ABFE ist die Summe aus \overline{AB} , \overline{BF} , \overline{FE} und \overline{AE} .

Wurde bei der Berechnung von \overline{DF} der Weg über die Musterlösung gewählt, ist neben \overline{AB} auch bereits \overline{AE} bekannt.

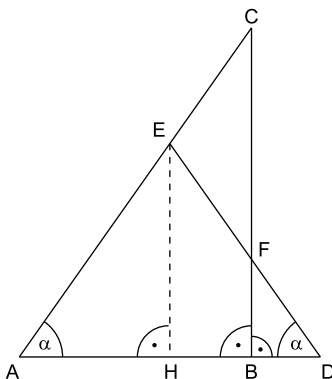
\overline{BF} lässt sich in Dreieck BDF mit den bekannten Größen berechnen. \overline{FE} erhalten wir mit Hilfe von \overline{DE} und \overline{DF} . Beide sind bereits bekannt.

Wurde der Weg über den alternativen Lösungsansatz gewählt, sind \overline{AB} , \overline{FE} und \overline{AE} bereits bekannt.

Ermittelt werden muss in diesem Fall nur noch \overline{BF} .

Ausführliche Lösung:

Skizze:



1. Berechnung von \overline{DF}

Berechnung von \overline{AE} :

$$\overline{AE} = \overline{CA} - \overline{CE}$$

$$\overline{AE} = 23,01 - 8,0$$

$$\overline{AE} = \underline{\underline{15,01 \text{ cm}}}$$

NR: **Berechnung von \overline{CA} :**

$$\cos \alpha = \frac{\overline{AB}}{\overline{CA}} \quad | \cdot \overline{CA}$$

$$\overline{CA} \cdot \cos \alpha = \overline{AB} \quad | : \cos \alpha$$



© **STARK Verlag**

www.pearson.de
info@pearson.de

Der Datenbestand der STARK Verlag GmbH
ist urheberrechtlich international geschützt.
Kein Teil dieser Daten darf ohne Zustimmung
des Rechteinhabers in irgendeiner Form
verwertet werden.