2022 Training

Abschlussprüfung

MEHR ERFAHREN

Realschule Baden-Württemb

Mathematik

+ *Ausführliche Lösungen*
+ *Hinweise und Tipps*

LÖSUNGEN

STARK

Inhalt

Vorwort

Liebe Schülerin, lieber Schüler,

dies ist das Lösungsheft zu dem Band **Training Abschlussprüfung Realschule 2022 – Mathematik – Baden-Württemberg** (Bestell-Nr. 815001). Es enthält zu allen Aufgaben von unseren Autoren ausgearbeitete Lösungen, die jeden Rechenschritt ausführlich erklären. Zahlreiche Skizzen zur Veranschaulichung helfen dir beim Nachvollziehen von Sachverhalten.

Versuche stets, jede Aufgabe zunächst selbstständig zu lösen, und dann deine Lösung mit den Lösungen im Buch zu vergleichen. Nur was du dir selbst erarbeitet hast, bleibt im Gedächtnis und du lernst dazu. Halte dich deswegen daran, konsequent jede Aufgabe zunächst selbst zu rechnen. Hast du eine Aufgabe nicht richtig gelöst, ist es besonders wichtig, diese zu einem späteren Zeitpunkt noch einmal durchzurechnen.

Durch das Üben wirst du dich sicher fühlen und kannst beruhigt in die Prüfung gehen.

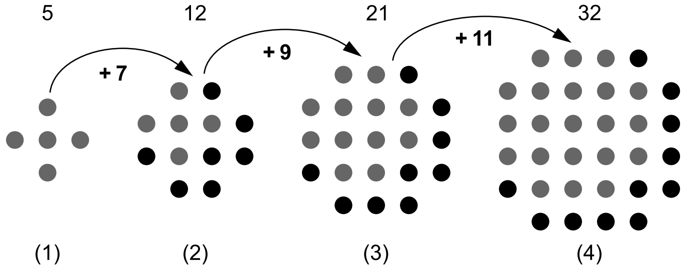
Wir wünschen dir viel Erfolg!

Autoren:
Dieter Gauß, Lukas Hellinger
Thomas Dreher (Lösungen zu den Original-Abschlussprüfungen 2020 und 2021)

4 Zahlenfolgen und Sachrechnen

Hinweise und Tipps

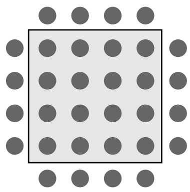
52



Überlegungen zur Zahlenfolge:
Die Punkte bilden jeweils ein Kreuz.
- Die Seitenlänge des Kreuzes wird jeweils um einen Punkt erhöht.
- Von Figur (1) zu Figur (2) erhöht sich die Anzahl der Punkte um 7.
- Von Figur (2) zu Figur (3) erhöht sich die Anzahl der Punkte um 9.
- Von Figur (3) zu Figur (4) erhöht sich die Anzahl der Punkte um 11.

Bildungsgesetz der Zahlenfolge:
Es wird immer die nächst höhere, ungerade Zahl zur Zahl der bisherigen Punkte addiert, um die folgende Figur zu erhalten.

Alternativ kann man auch ein anderes Bildungsgesetz der Zahlenfolge aufstellen. Zu diesem lässt sich leicht eine Funktionsgleichung angeben.



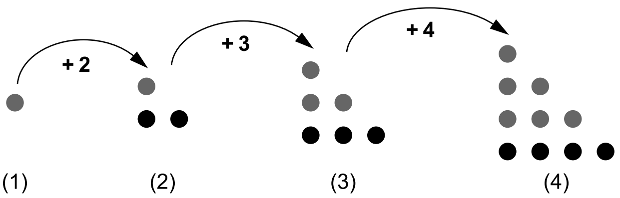
Überlegung zur Zahlenfolge:
- In der Mitte des Kreuzes befindet sich jeweils ein Quadrat (siehe grau markierte Fläche in der Skizze rechts).
- Figur (4) besteht demnach aus 4^2 Punkten in der Mitte und $4 \cdot 4$ Punkten am Rand.

Bildungsgesetz der Zahlenfolge:
Figur (n) besteht demnach aus n^2 Punkten in der Mitte und $4 \cdot n$ Punkten am Rand. Somit ergibt sich folgende Funktionsgleichung: $a(n) = n^2 + 4 \cdot n$

Aus wie vielen Plättchen besteht die Figur (11)?
- Durch Addition der Punkte von Figur (1) und der jeweils hinzukommenden Punkte lässt sich die Anzahl der Punkte von Figur (11) zu berechnen:
  $5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 + 17 + 19 + 21 + 23 + 25 = 165$ Punkte
- Mithilfe der Funktionsgleichung erhält man:
  $a(n) = n^2 + 4 \cdot n$
  $a(11) = 11^2 + 4 \cdot 11$
  $a(11) = 121 + 44 = 165$

Hinweise und Tipps

53



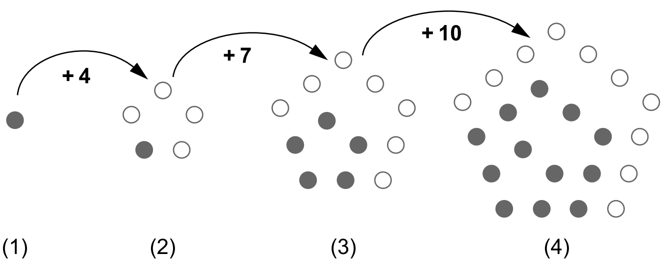
Überlegungen zur Zahlenfolge:
- Die Plättchen bilden ab Figur (2) ein Dreieck.
- Die Seitenlängen des Dreiecks werden jeweils um ein Plättchen erhöht.
- Von Figur (1) zu Figur (2) erhöht sich die Anzahl der Plättchen um 2.
- Von Figur (2) zu Figur (3) erhöht sich die Anzahl der Plättchen um 3.
- Von Figur (3) zu Figur (4) erhöht sich die Anzahl der Plättchen um 4.

Bildungsgesetz der Zahlenfolge:
Es wird immer die nächst höhere, natürliche Zahl zu den bisherigen Plättchen addiert, um die folgende Figur zu erhalten.

Welche Figur kann man maximal legen?
Figur (10): $1+2+3+4+5+6+7+8+9+10=55$
Figur (11): $1+2+3+4+5+6+7+8+9+10+11=66$

Mit 60 Plättchen kann maximal die Figur (10) gelegt werden.
5 Plättchen sind übrig.

54



Überlegungen zur Zahlenfolge:
- Die Punkte bilden ab Figur (2) ein Fünfeck.
- Das Vorgänger-Fünfeck ist jeweils Bestandteil des folgenden nächstgrößeren Fünfecks.
- Von Figur (1) zu Figur (2) erhöht sich die Anzahl der Punkte um 4.
- Von Figur (2) zu Figur (3) erhöht sich die Anzahl der Punkte um 7.
- Von Figur (3) zu Figur (4) erhöht sich die Anzahl der Punkte um 10.

Bildungsgesetz der Zahlenfolge:
Die Anzahl der dazukommenden Punkte wird bei jeder Figur um 3 größer.

Berechnung der Punktanzahl von Figur (9):
$1+4+7+10+13+16+19+22+25=117$ Punkte

Figur (9) besteht aus 117 Punkten.

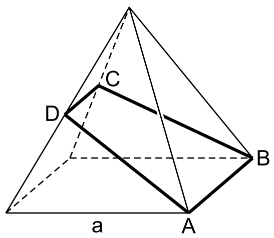
Original-Abschlussprüfung

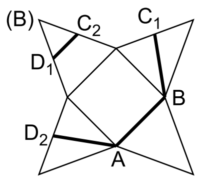
Realschulabschluss Mathematik 2021

Hinweise und Tipps

Pflichtteil A 1 – P 1

a) **Skizze:**





Für die Klärung der Frage untersuchen wir, bei welchem der vier Netze im zusammengeklappten Zustand der auf der Mantelfläche der Pyramide abgebildete geschlossene Streckenzug entsteht.

Ermittlung, auf welchem der vier Netze der Streckenzug richtig dargestellt wird:
Der Streckenzug auf der Mantelfläche der Pyramide umschließt ein Viereck. Damit handelt es sich um einen geschlossenen Streckenzug. Durchlaufen wir den Streckenzug auf der Mantelfläche der Pyramide (die Richtung ist dabei unerheblich), so ist der Endpunkt jeder Teilstrecke zugleich Anfangspunkt der folgenden Teilstrecke.
Diese Bedingung erfüllt im zur Pyramide zusammengeklappten Zustand nur Netz (B).
⇒ <u>Der Streckenzug wird auf Netz (B) richtig dargestellt.</u>

b) **Berechnung des Volumens V:**

Wir nutzen für die Berechnung des gesuchten Volumens der Pyramide die Volumenformel für quadratische Pyramiden.

$$V = \frac{1}{3}a^2 \cdot h$$

$$V = \frac{1}{{}_1\cancel{3}} \cdot 5^2 \cdot \cancel{6}^{\,2}$$

$$V = 25 \cdot 2$$

$$V = \underline{\underline{50\text{ cm}^3}}$$

✎ Hinweise und Tipps

Pflichtteil A 1 – P 2

$$(x-3)(x+5)+7=8(x-2) \quad | \text{ Klammern auflösen}$$
$$x^2+5x-3x-15+7=8x-16 \quad | \text{ Zusammenfassen}$$
$$x^2+2x-8=8x-16 \quad | -8x;\ +16$$
$$x^2-6x+8=0$$
$$x_{1/2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2-q}$$
$$x_{1/2}=-\frac{-6}{2}\pm\sqrt{\left(\frac{-6}{2}\right)^2-8}$$
$$x_{1/2}=3\pm\sqrt{9-8}$$
$$x_{1/2}=3\pm\sqrt{1}$$
$$x_{1/2}=3\pm 1$$
$$x_1=\underline{\underline{4}}$$
$$x_2=\underline{\underline{2}}$$

bzw. optional: $L=\underline{\underline{\{2;\ 4\}}}$

Die Lösung der Gleichung erfolgt mittels Lösungsformel für gemischtquadratische Gleichungen. Dazu muss die Gleichung zunächst entweder in die allgemeine Form oder in die Normalform der gemischtquadratischen Gleichung umgeformt werden. Die allgemeine Form ist Grundlage für die a-b-c-Formel, die Normalform für die p-q-Formel. Die Aufgabe verlangt lediglich, die Gleichung zu lösen, sodass die Lösung nicht in Form einer Lösungsmenge angegeben werden muss. Ungeachtet dessen wird in der Musterlösung diese für die Mathematik übliche Darstellung als Option dargestellt.

Pflichtteil A 1 – P 3

Hinweis: Beim gleichzeitigen Ziehen zweier Kugeln handelt es sich im Prinzip um einen abhängigen Zufallsversuch bzw. um einen zweistufigen Zufallsversuch ohne Zurücklegen. So wird in den Lösungshinweisen und in der Lösung von der „ersten" und „zweiten" Kugel gesprochen.

a) **Ermittlung der Wahrscheinlichkeit, bei der Ziehung der „ersten" Kugel eine gelbe Kugel zu ziehen:**

$$P(g)_{1.\text{ Ziehung}}=1-[P(r)_{1.\text{ Ziehung}}+P(b)_{1.\text{ Ziehung}}]$$
$$P(g)_{1.\text{ Ziehung}}=1-\left[50\,\%+\frac{1}{6}\right]$$
$$P(g)_{1.\text{ Ziehung}}=1-\left[\frac{3}{6}+\frac{1}{6}\right]$$
$$P(g)_{1.\text{ Ziehung}}=1-\frac{4}{6}$$
$$P(g)_{1.\text{ Ziehung}}=\underline{\underline{\frac{2}{6}}}$$

Legende:
g: gelb
r: rot
b: blau

alternativ: $P(g)_{1.\text{ Ziehung}}=\underline{\underline{\frac{1}{3}}}$

Ermittlung der Wahrscheinlichkeit, bei der Ziehung der „zweiten" Kugel ebenfalls eine gelbe Kugel zu ziehen:

Bei der Ziehung der „ersten" Kugel beträgt die Wahrscheinlichkeit, eine gelbe Kugel zu ziehen, $\frac{2}{6}$. Da bei der Ziehung der „zweiten" Kugel eine gelbe Kugel weniger vorhanden ist, gilt:

$$P(g)_{2.\text{ Ziehung}}=\frac{2-1}{6-1}=\underline{\underline{\frac{1}{5}}}$$
$$P(g)_{2.\text{ Ziehung}}=\underline{\underline{20\,\%}}$$

alternativ: $P(g)_{2.\text{ Ziehung}}=\underline{\underline{0{,}2}}$

Die Summe der Wahrscheinlichkeiten bei der Ziehung der „ersten" Kugel beträgt eins bzw. 100 %. Die Wahrscheinlichkeit, bei der Ziehung der „ersten" Kugel eine gelbe Kugel zu ziehen, lässt sich folglich direkt mit den beiden angegebenen Wahrscheinlichkeiten berechnen. Das Ergebnis kann, wie in der Musterlösung, als ungekürzter Bruch angegeben werden oder alternativ als vollständig gekürzter Bruch.

Für die Berechnung der Wahrscheinlichkeit, bei der Ziehung der „zweiten" Kugel ebenfalls eine gelbe Kugel zu ziehen, nutzen wir die inzwischen bekannte Wahrscheinlichkeit, bei der Ziehung der „ersten" Kugel eine gelbe Kugel zu ziehen. Dabei muss allerdings der ungekürzte Bruch aus den Berechnungen oben verwendet werden. Dessen Zähler 2 gibt die Anzahl der gelben Kugeln vor dem Ziehen der „ersten" Kugel an, sein Nenner 6 die Anzahl aller Kugeln vor dem Ziehen der „ersten" Kugel.

Mit den ermittelten Wahrscheinlichkeiten vervollständigen wir abschließend das Baumdiagramm in der Aufgabenstellung.