

# HANSER



## Leseprobe

zu

## Grundlagen der Orbitmechanik

von Volker Maiwald, Dominik Quantius, Benny Rievers

Print-ISBN: 978-3-446-47027-9

E-Book-ISBN: 978-3-446-47052-1

Weitere Informationen und Bestellungen unter

<https://www.hanser-kundencenter.de/fachbuch/artikel/9783446470279>

sowie im Buchhandel

© Carl Hanser Verlag, München

# Inhaltsverzeichnis

<b>1 Einführung</b>	<b>1</b>
1.1 Entwicklung der Orbitmechanik und Kosmologie	2
1.2 Kapitelübersicht	7
<b>2 Mathematische und physikalische Grundlagen</b>	<b>9</b>
2.1 Vektorrechnung	9
2.1.1 Definition und Eigenschaften eines Vektors	10
2.1.2 Vektoraddition und -subtraktion	12
2.1.3 Skalarmultiplikation und Skalarprodukt eines Vektors	13
2.1.4 Kreuzprodukt oder Vektorprodukt	13
2.1.5 Spatprodukt	15
2.2 Transformationsmatrizen	15
2.3 Differentialrechnung	17
2.3.1 Rechenregeln	17
2.3.2 Notationen	18
2.3.3 Extremstellen	20
2.3.4 Differentialgleichungen	20
2.4 Integralrechnung	20
2.4.1 Partielle Integration	21
2.4.2 Substitutionsregel	22
2.5 Newtonsche Mechanik	22
<b>3 Koordinatensysteme</b>	<b>25</b>
3.1 Koordinatenarten	25
3.1.1 Kartesische Koordinaten	25
3.1.2 Polarkoordinaten, Zylinderkoordinaten und Kugelkoordinaten	25
3.1.3 Koordinatentransformation	27
3.2 Drehung eines Koordinatensystems	27
3.2.1 Drehung mittels Rotationsmatrizen	28
3.2.2 Drehung mittels Quaternionen	32
3.3 Arten von Koordinatensystemen	34
3.3.1 Äquatorebene, Ekliptik und Frühlingspunkt	34
3.3.2 Erdzentrische Äquatoriale Koordinatensysteme	35
3.3.3 Erdzentrisches Ekliptikales Koordinatensystem	35
3.3.4 Topozentrisches System	36
3.3.5 Perifokale und VNC-Systeme	36
3.3.6 Heliozentrisches System	37
3.3.7 Himmelsäquator- und geografisches System	37
3.4 Das Sonnensystem als Beispiel	37

<b>4 Zeitsysteme .....</b>	<b>41</b>
4.1 Sonnentag und Sterntag .....	42
4.2 Tropisches Jahr, Gregorianischer Kalender und Schaltjahre .....	44
4.3 Definierte Zeitsystematiken .....	45
4.3.1 Universal Time (UT) .....	45
4.3.2 International Atomic Time (TAI) .....	45
4.3.3 Coordinated Universal Time (UTC) .....	45
4.3.4 Julianisches und Modifiziertes Julianisches Datum .....	45
4.3.5 Sonnenwende .....	47
<b>5 Gravitationspotential und Gravitationskraft.....</b>	<b>49</b>
5.1 Das Gravitationsgesetz von Newton .....	49
5.2 Gravitationspotential.....	50
5.3 Gravitationspotential einer Kugel .....	52
5.4 Einordnung zur Realität am Beispiel Erde.....	54
<b>6 Gleichungen des Zweikörperproblems .....</b>	<b>57</b>
6.1 Die Kepler-Gesetze .....	57
6.2 Die Bewegungsgleichung des Zweikörperproblems .....	58
6.3 Energieerhaltung im Zweikörperproblem .....	60
6.4 Impulserhaltung im Zweikörperproblem .....	62
6.5 Bahngeometrie im Zweikörperproblem .....	63
6.5.1 Ellipse und Kreis .....	66
6.5.2 Parabel .....	68
6.5.3 Hyperbel .....	69
6.6 Gesamtenergie, Geschwindigkeiten und Umlaufperiode .....	71
6.6.1 Vis-Viva-Gleichung und Bahngeschwindigkeit .....	72
6.6.2 Kosmische Geschwindigkeiten .....	73
6.6.3 Umlaufperiode .....	75
6.7 Die klassischen Orbitalelemente .....	78
6.7.1 Definition der klassischen Orbitalelemente .....	78
6.7.2 Umrechnung zwischen Vektoren und Orbitalelementen .....	80
6.8 Die Keplergleichung .....	83
6.8.1 Grafische Herleitung über die Bahnform .....	83
6.8.2 Analytische Herleitung .....	87
6.8.3 Zusammenhang zwischen Position und Zeit für Hyperbel und Parabel ....	90
6.8.4 Anwendung der Keplergleichung .....	91
6.9 Das Zweikörperproblem und die Realität .....	95
<b>7 Bahnänderung und Missionsplanung im Zweikörperproblem.....</b>	<b>99</b>
7.1 Energiezustand und Änderung der Bahnenergie .....	99
7.2 Flucht von einer Kreisbahn .....	101
7.3 Hohmanntransfer .....	102
7.4 Sternfeldtransfer (Bielliptischer Transfer) .....	105
7.5 Anwendung der energieoptimalen Transferarten .....	108
7.5.1 $\Delta v$ -Bedarf und günstigster Transfer .....	109
7.5.2 Rendezvous mittels Hohmanntransfer .....	111

7.6 Allgemeine Bahntransfers: Lamberts Problem.....	113
7.6.1 Herleitung der Gleichungen von Lamberts Problem.....	114
7.6.2 Anwendung des Lamberts Problems.....	116
7.6.3 Lamberts Problem und das Zweikörperproblem.....	118
7.7 Zusammengesetzte Kegelschnitte.....	118
7.7.1 Planetare Einflussphären.....	119
7.7.2 Umwandlung der Größen zwischen den Systemen.....	121
7.7.3 Zusammensetzen der Kegelschnitte.....	122
7.7.4 Grenzen für zusammengesetzte Kegelschnitte.....	125
7.8 Bahnänderungen außerhalb der Ebene.....	125
7.8.1 Inklinationsänderung.....	126
7.8.2 Änderung der Knoten.....	127
7.9 Spezifischer Impuls und Raketengrundgleichung.....	128
7.9.1 Der massenspezifische Impuls.....	128
7.9.2 Die Ziolkowskigleichung.....	129
7.9.3 Näherung über eine Taylor-Entwicklung.....	131
7.9.4 Anwendung der Ziolkowskigleichung.....	132
<b>8 Bahnarten und Bodenspuren.....</b>	<b>135</b>
8.1 Weltraumumgebung der Erde.....	135
8.2 Typische Orbits und Bahntypen.....	136
8.2.1 Niedriger Erdorbit.....	136
8.2.2 Mittlerer Erdorbit.....	138
8.2.3 Geosynchroner und Geostationärer Orbit.....	138
8.2.4 Hoher Erdorbit und Hochelliptischer Orbit.....	140
8.2.5 Park- und Friedhofsorbits.....	140
8.2.6 Frozen Orbit.....	141
8.2.7 Konstellationen.....	141
8.3 Bodenspuren und ihre Bedeutung.....	142
<b>9 Gleichungen des Mehrkörperproblems.....</b>	<b>147</b>
9.1 Die Bewegungsgleichung des Mehrkörperproblems.....	148
9.2 Impulserhaltung im Mehrkörperproblem.....	149
9.3 Energieerhaltung im Mehrkörperproblem.....	149
9.4 Gleichung der relativen Bewegung.....	152
9.5 Eingeschränktes Dreikörperproblem und Jacobi-Integral.....	153
9.6 Nullgeschwindigkeitsflächen.....	157
9.7 Tisserandkriterium.....	158
9.8 Schwungholmanöver.....	160
9.9 Librationspunkte.....	164
<b>10 Reale Bahnen.....</b>	<b>167</b>
10.1 Methoden auf Basis des Zweikörperproblems.....	167
10.1.1 Cowell-Methode.....	168
10.1.2 Enckesche Methode.....	169
10.2 Änderung der Bahnelemente.....	172
10.2.1 Änderung der Halbachse.....	173
10.2.2 Änderung der Exzentrizität.....	175

10.2.3	Änderung der Inklination und Rektaszension.....	177
10.2.4	Änderung der wahren Anomalie.....	179
10.2.5	Änderung des Arguments des Perizentrums .....	180
10.2.6	Änderung des Zeitpunkts des Perizentrumsdurchgangs .....	181
10.2.7	Anwendung bei Bahnberechnungen .....	182
10.3	Änderung der Bahnelemente durch Abweichungen vom Kugelpotential .....	183
10.4	Numerische Integrationsverfahren .....	185
10.5	Bahnbestimmung und -korrektur .....	187
<b>11</b>	<b>Niedrigschub: die Besonderen Bahnen .....</b>	<b>189</b>
11.1	Definition und Bedeutung .....	189
11.2	Antriebsarten und Anwendungsfälle .....	191
11.2.1	Elektrothermische Triebwerke.....	192
11.2.2	Elektromagnetische Triebwerke .....	192
11.2.3	Elektrostatische Triebwerke .....	192
11.2.4	Segelantrieb .....	193
11.2.5	Historie wichtiger Missionen.....	193
11.3	Bahnberechnung .....	194
11.3.1	Berechnung des $\Delta v$ über die Edelbaum-Gleichung .....	195
11.3.2	Berechnung der Schubdauer .....	197
11.4	Optimierungsmethoden.....	197
11.4.1	Diskretisierung .....	198
11.4.2	Bahnmodellierung .....	199
11.4.3	Suche nach der optimalen Lösung.....	200
<b>12</b>	<b>Nicht-gravitative Störungen und Einfluss der Satellitenlage.....</b>	<b>203</b>
12.1	Beschreibung der Satellitenlage mit Quaternionen .....	204
12.2	Nicht-gravitative Störungen.....	212
12.3	Berücksichtigung der Satellitengeometrie .....	213
12.4	Atmosphärischer Widerstand .....	214
12.5	Solardruck .....	218
12.6	Thermaldruck .....	222
12.7	Infrarot- und Albedodruck .....	225
<b>I</b>	<b>Anhang.....</b>	<b>229</b>
I.1	Daten der Himmelskörper.....	229
I.2	Übungsaufgaben .....	230
	Aufgabe 1: Bezugssysteme .....	230
	Lösung Aufgabe 1.....	231
	Aufgabe 2: Zweikörperproblem.....	234
	Lösung Aufgabe 2.....	235
	Aufgabe 3: Bahnen mit Antrieb und Keplergleichung .....	238
	Lösung Aufgabe 3.....	239
	Aufgabe 4: Bezugssysteme Keplergleichung und Sonneneklipsen .....	243
	Aufgabe 5: Quaternionentransformation .....	244
	Aufgabe 6: Bahnform, Raketengrundgleichung und Rotation .....	245
	Aufgabe 7: Besondere Bahnen und Keplergleichung .....	246
	Aufgabe 8: Bahnform, Raketengrundgleichung und Rotation .....	247

Aufgabe 9: Bodenspuren und Bahnen mit Antrieb.....	248
Aufgabe 10: Keplergleichung und Bahnen mit Antrieb .....	249
Aufgabe 11: Bahntransfer und - geschwindigkeiten.....	250
Aufgabe 12: Bahnenergie und Keplergleichung.....	251
Aufgabe 13: Koordinatentransformation.....	252
<b>II Abbildungsverzeichnis .....</b>	<b>253</b>
<b>III Tabellenverzeichnis .....</b>	<b>255</b>
<b>IV Abkürzungsverzeichnis .....</b>	<b>256</b>
<b>V Schlagwortverzeichnis .....</b>	<b>258</b>

## Videoverzeichnis

Video 3-1: Erdzentrische Koordinatensysteme.....	35
Video 3-2: Helio- und geozentrische Sicht auf das innere Sonnensystem .....	39
Video 6-1: Das Zweite Keplersche Gesetz .....	58
Video 8-1: Ablauf eines GEO-Transfer-Orbits .....	140



# 1 Einführung

Der 4. Oktober 1957 markiert den Beginn der Raumfahrt. An diesem Tag erreichte zum ersten Mal ein künstliches Objekt, der sowjetische Satellit *Sputnik*, eine Umlaufbahn um die Erde. Die Jahrzehnte davor waren von Versuchen geprägt, dieses Ziel zu erreichen und von der technischen und wissenschaftlichen Vorbereitung eines solchen Unterfangens.

Heute sind Satelliten aus dem All(tag) nicht mehr wegzudenken. Sie sind fester Bestandteil unserer Gesellschaft, verbinden uns mit anderen Kontinenten, versorgen uns mit Wetterdaten und ermöglichen uns die Erforschung anderer Planeten, Sonnensysteme und des Kosmos im Ganzen.

Die Durchführung von Raumfahrtmissionen ist ohne ausgeklügelte Bahnberechnungen allerdings undenkbar. Die Orbitmechanik ermöglicht z.B. die Berechnung von Manövern, die notwendig sind, um ein gewünschtes Ziel, wie z.B. den Planeten Jupiter, zu erreichen. Durch Orbitmechanik können Kontaktzeiten mit Bodenstationen im Vorfeld berechnet, Antennen entsprechend ausgerichtet und Antriebssysteme von Satelliten im Voraus korrekt ausgelegt werden. Gleiches gilt für Sichtbarkeiten z.B. von Orten auf einer Planetenoberfläche oder für die Bestimmung von Schattenzeiten in denen ein Satellit nicht durch Solarzellen mit Energie versorgt werden kann.

Die Orbitmechanik hat aber Ihre Ursprünge nicht in der Raumfahrt selbst, sondern ist bereits viel länger Bestandteil der Wissenschaft. Schon lange vor Sputnik und seinen Nachfahren hat sie wichtige Beiträge zur Erforschung des Kosmos geliefert und tut dies noch heute. Mit Hilfe der Orbitmechanik wurden die Bewegungen der Planeten beschrieben und sie ist z.B. eine der Grundlagen für die Erforschung der Dunklen Materie.

Dieses Buch befasst sich mit der Orbitmechanik in ihrer Anwendung im Bereich der Raumfahrt und soll die grundlegenden Werkzeuge zur Verfügung stellen, die notwendig sind, um Missionen auszulegen und Machbarkeitsanalysen durchzuführen. Da es nur wenige analytisch lösbare Fälle gibt, die die Orbitmechanik beschreibt, und diese immer eine Vereinfachung der tatsächlichen Gegebenheiten darstellen, können reale Missionen nicht ohne numerische Verfahren gelöst werden. Die Grundlagen, die zum Verständnis dieser komplexen Berechnungen nötig sind, können aber analytisch erfasst werden. Zu Beginn sind diese Grundlagen einfache Himmelsmechanik, die ebenso auf natürliche Körper im All angewendet werden können.

Die Entwicklung der Himmelsmechanik hat bereits viele Jahrhunderte in Anspruch genommen und ist sicherlich noch nicht abgeschlossen. Nach wie vor haben wir bei weitem den Kosmos nicht vollständig verstanden, auch nicht die Grundlage für die Orbitmechanik: Die Gravitation selbst. Zwar ist die Wirkung



durch die Relativitätstheorie und das Modell der Raumzeit verstanden, die Ursache der Gravitation bleibt jedoch unklar.

Der Kosmos ist für die meisten Menschen sehr leicht erfahrbar: Ein Blick in den nächtlichen Himmel offenbart ihn uns in seiner gesamten Pracht, wenn diese nicht durch moderne Beleuchtung versteckt wird. Dieses Problem bestand in der Antike nicht und so stammen die ersten dokumentierten Gedanken mit Bezug zur Himmelsmechanik auch aus dieser Epoche.

Die Auseinandersetzung mit astronomischen Erscheinungen lässt sich aber auch schon für frühere Kulturen, auch außerhalb Europas, belegen. Dies ergeben Funde aus der Archäoastronomie: z.B. Tiermalereien in der Höhle von Lascaux (umstrittene Theorie von Sternbildern, 36.000-15.000 v. Chr.), die Kreisgrabenanlage von Goseck (Anlage zur Messung der Sonnenwende, ca. 4.800 v. Chr.), die Himmelsscheibe von Nebra (Darstellung von Mond und den Sternen der Plejaden, 2.100-1.700 v. Chr.) sowie Hinterlassenschaften z.B. der Maya, Ägypter, Mesopotamier, Aborigines oder astronomische Texte aus Indien (Vedāṅga Jyotiṣa, die hinduistische Astrologie).

## 1.1 Entwicklung der Orbitmechanik und Kosmologie

In unserem Kulturkreis kennen wir wissenschaftliche Zeugnisse bzgl. der Anfänge der Sternenkunde bereits aus der Antike. Mit der Beobachtung von Gestirnen beschäftigte sich unter anderem Oinopides im 5. Jahrhundert vor Christus und bestimmte so das Sonnenjahr bis auf einige Zehnerstellen genau und die mittlere synodische Mondperiode mit einer Abweichung erst bei der vierten Nachkommastelle zu rund 29,53 Tagen. Außerdem vermaß er die Schiefe der Ekliptik, also der Neigung des Erdäquators gegenüber der Umlaufbahn der Erde (oder aus damaliger Sicht der Sonne) zu  $24^\circ$ , was sehr dicht am heute üblicherweise verwendeten Wert von  $23,44^\circ$  lag.

Einer der ersten, die für die Kosmologie gestritten haben, war im 3. Jahrhundert vor Christus der griechische Philosoph Stratos von Lampsakos. Als Physiker beschäftigte er sich unter anderem mit Bewegung – so schlussfolgerte er erstmalig, dass ein fallendes Objekt beschleunigt wird und sich nicht etwa gleichförmig bewegt. Daneben verstand er den Kosmos als eine Maschine, die nicht durch etwaige willkürliche Akte von Göttern beeinflusst wurde.

Einer seiner Schüler war Aristarchos von Samos. Dieser ist vor allem durch sein Werk *Über die Größen und Abstände von Sonne und Mond* bekannt, in dem er ein geozentrisches Weltbild vertrat. Leider ist kein weiteres Werk von ihm erhalten. Allerdings gibt es Zitierungen seiner Werke durch andere Wissenschaftler. So wissen wir, dass er später selbst ein heliozentrisches Weltbild vertrat und annahm, dass der Abstand der Sterne, die er als auf einer Sphäre befindlich begriff, größer sein musste als der Abstand zwischen Erde und Sonne. Er machte deutlich, dass die fehlende sichtbare Parallaxe, also die Verschiebung der Richtung zum Stern durch die Bewegung der Erde um die Sonne (durch Veränderung des Blickwinkels) nur durch eine sehr große Entfernung erklärt werden kann. Sein heliozentrisches Weltbild war sehr umstritten und lediglich Seleukos von Seleukia arbeitete damit weiter. Er brachte erstmals die Bewegung von Sonne und Mond mit den Gezeiten in Verbindung.

Aristarchos befasste sich aber vor allem auch mit der Berechnung der Größen von Sonne, Mond und Erde (s. Bild 1-1). Zwar wichen die Ergebnisse seiner Berechnungen durch die Ungenauigkeit seiner Beobachtungen sehr stark von den tatsächlichen Gegebenheiten ab, allerdings etablierte er, dass die Sonne sehr viel weiter von Mond und Erde entfernt ist, als es das Schalenmodell seiner Kollegen erlaubte. Seine Überlegungen basierten auf der Beobachtung, dass die Mondphasen von der Beleuchtung der Sonne herrührten.

Einige Jahrzehnte später befasste sich Erathosthenes von Kyrene unter anderem mit Astronomie und Kalenderzyklen – die wiederum auf der Bewegung von Sonne und Mond beruhten. Er verbesserte die Kenntnis des Werts der Schiefe der Ekliptik zu ca.  $23,77^\circ$  und bestimmte außerdem den Erdumfang zum ca. 50-fachen der Entfernung zwischen dem antiken Alexandria und Assuan. Damit erzielte er eine realistische Schätzung von den tatsächlichen Größen der Himmelskörper. Seine Schätzung wich um nur gut 4% vom wirklichen Erdumfang ab.

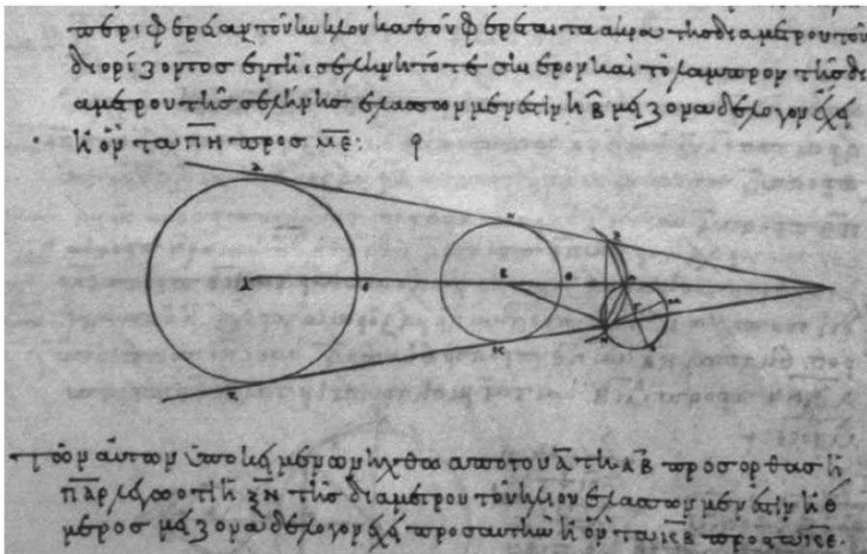


Bild 1-1

Abschrift aus dem 10. Jh. n. Chr. von Aristarchos' Bestimmung der relativen Größen von Sonne, Mond und Erde.

[Quelle: gemeinfrei]

Mitte des 2. Jahrhunderts vor Christus entdeckte Hipparchos von Nicäa anhand eines Vergleichs von älteren Aufzeichnungen von Sternenpositionen mit seinen eigenen Beobachtungen, eine Verschiebung der Tag- und Nachtgleiche. Er folgerte daraus eine Verdrehung des Sternenhimmels, entdeckte aber in Wirklichkeit so die Präzession der Erdachse, was erst Kopernikus gut 1.500 Jahre später in ganzer Konsequenz folgerte. Die Genauigkeit der Kenntnis der Präzession wurde im 13. Jahrhundert nach Christus von Nasī Ad-dīn al-Tūsī deutlich verbessert.

Ebenso berechnete Hipparch den Abstand zwischen Mond und Erde als das dreißigfache des Erddurchmessers, womit er nur ungefähr 1500 Kilometer von der mittleren Entfernung zwischen Mond und Erde abwich.

Rund drei Jahrhunderte später entwickelte Claudius Ptolemäus ein komplexes Modell des Sonnensystems, das im Einklang mit Beobachtungen stand. Es

war geozentrisch, allerdings war die Bewegung der Planeten eine Überlagerung von mehreren Kreisen. Es blieb für die nächsten Jahrhunderte die Standardreferenz in Europa.

In Indien befasste sich im 6. Jahrhundert nach Christus der Astronom und Mathematiker Aryabhata ebenfalls mit der Orbitmechanik. Er machte genaue Angaben zum Erdumfang und dem Abstand zwischen Erde und Mond. Er verfasste Ephemeriden, d.h. Positionskataloge, der Planeten. Zwar vertrat er ein geozentrisches Weltbild, allerdings hat er wohl zumindest geahnt, dass ein heliozentrisches passender wäre und es gibt Hinweise darauf, dass ihm klar war, dass die Planetenbahnen Ellipsen sind.

Im 14. Jahrhundert hat Ibn asch Schatir das ptolomäische System modifiziert, wodurch es genauer wurde. Außerdem entdeckte er die Apsidenwanderung, d.h. die Drehung der gesamten Erdbahn um die Sonne.

Der nächste große Schritt jedoch war der von Nikolaus Kopernikus, welcher ein heliozentrisches Model ersann, auch vor dem Hintergrund der Präzession des Frühlingspunktes. Seine Arbeit war jedoch noch dadurch geprägt, dass er auf einer Vollkommenheit der Kreisbewegung bestand und diese als Bahnform annahm. Diese Annahme brachte nur eine schlechte Übereinstimmung mit den tatsächlichen Planetenpositionen und ermöglichte somit keine präzisen Vorhersagen über zukünftige Positionen am Nachthimmel. Beeinflusst wurde seine Arbeit von Nikolaus von Kues und Regiomontanus. Erst kurz vor seinem Tod im Jahre 1543 veröffentlichte Kopernikus sein Hauptwerk *De revolutionibus orbium coelestium* (s. Bild 1-2).

Der schnellere Fortschritt der Wissenschaft, u.a. bedingt durch den Buchdruck, machte auch vor der Astronomie nicht Halt. Tycho Brahe war im 16. Jahrhundert Astronom in Dänemark und erstellte vor allem eine umfangreiche Sammlung von Beobachtungsdaten und war ein Förderer von Johannes Kepler. Er lehnte das heliozentrische Weltbild von Kopernikus ab, erstellte eine eigene Vorstellung der Welt, die geozentrisch war, allerdings nur bezüglich der Sonne, die nach seiner Vorstellung um die Erde kreiste. Alle anderen Planeten wiederum umkreisten in seinem Modell die Sonne.

Nach seinem Tod im Jahre 1601 ermöglichten es seine Beobachtungsdaten Johannes Kepler schließlich seine weitreichenden Erkenntnisse zu machen, welche in den berühmten Keplerschen Gesetzen mündeten (s. Kapitel 6). Erstmals war klar, dass die Planetenbahnen Ellipsen waren. Kepler war so auch in der Lage, die Geschwindigkeit des Planeten Mars zu bestimmen und leitete eine Berechnung ab, die es erlaubte die Entfernung eines Planeten von der Sonne mit seiner Umlaufperiode in Zusammenhang zu bringen, welches er 1619 in seinem Werk *Harmonice mundi* veröffentlichte. Seine Arbeit ermöglichte es ihm – auch wenn er dieses Ereignis selbst nicht mehr erleben sollte – einen Venustransit für das Jahr 1631 vorherzusagen – d.h. einer Wanderung der Venus über die Sonnenscheibe aus Sicht eines Beobachters.

Im gleichen Zeitraum ermöglichte die Entwicklung des Fernrohrs Galileo Galilei die Entdeckung der vier größten Jupitermonde, die man noch heute die galileischen Monde nennt. Er konnte beobachten, dass diese Jupiter umkreisen. Ebenso konnte er die Phasen der Venus erkennen, woraus er eine Veränderung der relativen Position unseres Nachbarplaneten zur Erde und zur Sonne herleitete. Seine Beobachtungen brachten das heliozentrische Weltbild ins Wanken.

Bereits zu dieser Zeit gab es auch Ideen, z.B. geäußert von dem Mönch Giordano Bruno, dass die Sonne nicht nur im Mittelpunkt unseres Sonnensystems stehe, sondern sogar nur eine von vielen Sonnen im All war. Er ging von einem unendlichen Weltall aus, welches er philosophisch begründete. Auch Galilei vertrat solche Ansichten bezüglich der Sonne.

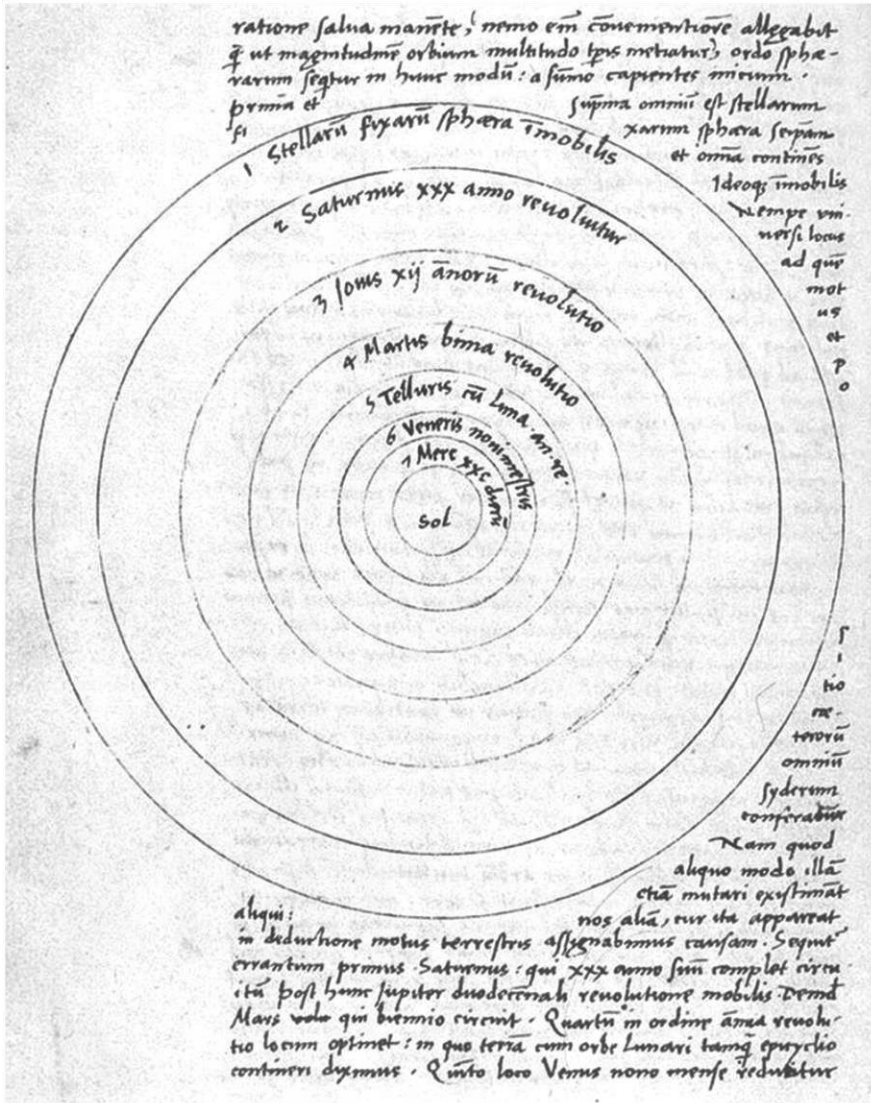


Bild 1-2

Seite aus dem Manuskript *De revolutionibus orbium coelestium* von Nikolaus Kopernikus.

[Quelle: gemeinfrei]

Im Jahre 1687 erschien schließlich Isaac Newtons *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica* (s. Bild 1-3), in der dieser das Gravitationsgesetz herleitete und damit die von Kepler beobachteten Bahnen mathematisch erklären konnte. Newton war der Begründer der modernen Mechanik und hat für die

Herleitung des Gravitationsgesetzes auch an der Entwicklung der Differentialmathematik gearbeitet. Er postulierte außerdem, dass auch Kometen auf elliptischen Bahnen die Sonne umrundeten.

Das Gravitationsgesetz und seine Folgen ermöglichten erstmals Berechnungen von beliebigen Bahnen und die Auswirkung der Gravitation von Planeten auf Bahnen von Himmelskörpern. Edmond Halley, entdeckte auf Basis von Newtons Erkenntnissen, dass Kometen die Wiederkehr der gleichen Körper darstellten und sagte die Wiederkehr des nach ihm benannten Kometen für das Jahr 1758 voraus. Der Franzose Alexis-Claude Clairaut z.B. berechnete eine Rückkehr des Halleyschen Kometen für das Jahr 1759. Seine Vorhersage war ungenau und die Abweichung führte er auf das Vorhandensein eines Planeten hinter Saturn zurück – gut zwanzig Jahre später wurde Uranus von Wilhelm Herschel entdeckt. Ebenso erkannte Halley durch Vergleich von Beobachtungsdaten, dass sich selbst die Sterne bewegten. Man erkannte auch eine Schwankung der Sternenposition im Laufe eines Jahres, was letztlich eine genauere Bestimmung der Lichtgeschwindigkeit ermöglichte, deren Wert noch 50 Jahre zuvor als gut 200.000 km/s berechnet worden war.

Mitte des 18. Jahrhundert verfasste Immanuel Kant zum ersten Mal eine Theorie zur Entstehung und Entwicklung des Sonnensystems aus einem Urnebel. 1761 wurde mit Hilfe eines weiteren Venustransits ihre Atmosphäre erkannt; 8 Jahre später ermöglichte ein weiterer Transit eine genaue Bestimmung des Erdbstands von der Sonne. In den 80ern des 18. Jahrhunderts veröffentlichte Joseph-Louis Lagrange seine Arbeiten zum Dreikörperproblem (s. Kapitel 9).

Ende des 18. und zu Beginn des 19. Jahrhunderts setzte eine regelrechte Beobachtungswelle ein, die darin mündete, dass man viele Kleinkörper dort entdeckte, wo man zwischen Mars und Jupiter einen weiteren Planeten vermutete. Den Anfang machte der Zwergplanet Ceres im Jahre 1801. Da er schließlich auf seiner Bahn um die Sonne hinter dieser verschwand und nicht wieder auffindbar war, leitete Carl Friedrich Gauß die heute vielfach eingesetzte Methode der kleinsten Quadrate ab und bestimmte so Ceres' Bahn, was es ermöglichte ihn wiederzufinden.

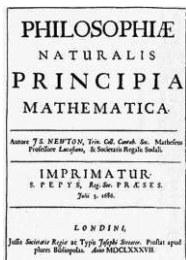
Der Bremer Arzt und Astronom Heinrich Wilhelm Olbers beschäftigte sich in seiner Arbeit ebenfalls mit Kleinkörpern. Im Jahr 1797 veröffentlichte er ein Werk zur Bahnberechnung von Kometen. Auch er beteiligte sich an der Suche nach einem möglichen Nachbarn von Mars und Jupiter und entdeckte 1802 den Kleinkörper Pallas, während er eigentlich Ceres auffinden wollte. Da der „Planet“ zwischen Mars und Jupiter als entdeckt galt, man aber nun einen weiteren Körper ausgemacht hatte, entwickelte Olbers die These, dass es sich um Bruchstücke eines Himmelskörpers handelte. Einen weiteren Kleinkörper entdeckte er in der Nachbarschaft von Mars im Jahre 1807: Vesta. Dieser wurde 2011 von der Sonde *Dawn* besucht.

Die Bahn des 1781 entdeckten Uranus unterlag ihrerseits wiederum Störungen, welche im 19. Jahrhundert in der Annahme der Anwesenheit eines weiteren Planeten gipfelten. Urbain Le Verrier und John Couch Adams kamen unabhängig voneinander zu gleichen Ergebnissen und Johann Gottfried Galle konnte unter Anleitung von Le Verrier schließlich im Jahre 1846 Neptun an der berechneten Position entdecken.

### Bild 1-3

Deckblatt von Newtons *Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica* aus dem Jahre 1687.

[Quelle: gemeinfrei]



Eine weitere Bahnabweichung, die man zuerst einem Planeten zuschrieb, war die Perihelwanderung (Drehung des sonnennächsten Punktes) des Merkur. Die Suche nach einem anderen Planeten, genannt Vulkan, blieb erfolglos. Albert Einstein konnte schließlich mit seiner allgemeinen Relativitätstheorie, veröffentlicht im Jahre 1915, eine Erklärung für die Bewegung liefern und erweiterte somit unser Verständnis von Gravitation und damit auch der Orbitmechanik und natürlich der Kosmologie.

Die Anfänge der Raketentechnik liegen im mittelalterlichen China, wo schon im 13. Jahrhundert Feststoffraketen im Kampf eingesetzt wurden. Im 16. Jahrhundert haben Conrad Haas Johannes Schmidlap ebenfalls mit militärischer Anwendung an Raketen gearbeitet wurden – an Erforschung des Weltraums wurde damals leider nicht gedacht – und sogar Entwürfe mit mehreren Stufen erarbeitet und Starttests durchgeführt. Sogar von der Möglichkeit Menschen damit in den Himmel zu transportieren, hat Haas geschrieben. Auch von Casimir Simiennowicz, einem Artillerie-Experten, der einhundert Jahre später lebte, sind Aufzeichnungen erhalten, die Mehrstufenraketen beschreiben.

Mit einer theoretischen Grundlage konnte man damals noch nicht aufwarten. Bis diese erarbeitet wurde, dauerte es noch. Im Jahre 1903 wurde von Konstantin Eduardowitsch Ziolkowski die Raketengrundgleichung veröffentlicht (s. Kapitel 7), die mathematische Grundlage für die Stufung von Raketen. Herrmann Oberth veröffentlichte im Jahre 1923 sein Werk *Die Rakete zu den Planetenräumen* in dem er seine Erkenntnisse zum Bau von Raketen zusammenfasste. Es enthielt auch schon Ideen zu einem elektrischen Triebwerk mit niedrigem Schub, einem Ionentriebwerk. Ebenfalls zu Beginn des 20. Jahrhunderts befasste sich Robert Goddard mit Flügen zum Mond und dem Bau und Test von Raketen.

Wernher von Braun arbeitete im zweiten Weltkrieg an der V2 und brachte diese Rakete zur Serienreife. Zu diesem Zeitpunkt war die Rakete leider als Waffe entwickelt worden und stellt damit wohl das dunkelste Kapitel der Raumfahrt dar. Nicht nur war die V2 durch Abschuss auf Städte für viele Todesopfer verantwortlich, sondern bei ihrer Herstellung kamen auch Zwangsarbeiter zum Einsatz unter entsprechend unmenschlichen Bedingungen. Insgesamt starben durch die Rakete ungefähr 30.000 Menschen. Nach dem Krieg ging von Braun in die USA und setzte dort seine Arbeit im zivilen Raumfahrtprogramm fort. Der Raketenkonstrukteur Sergei Koroljow arbeitete auf sowjetischer Seite mit einstigen Mitarbeitern von Brauns am sowjetischen Raketenprogramm, was 1957 schließlich im Start von Sputnik gipfelte und das Weltraumrennen zwischen den USA und der Sowjetunion einleitete. Die Orbitmechanik mit Bezug zur Raumfahrt wandelte sich damit endgültig von bloßer Theorie zu Praxis.

## 1.2 Kapitelübersicht

Dieses Buch zielt darauf ab, die Orbitmechanik leicht verständlich, anschaulich und praxisnah zu vermitteln. Die Inhalte reichen von der einfachen Himmelsmechanik, mit der sich natürliche Bewegungen beschreiben lassen, bis hin zur Beschreibung von Bahnen unter künstlichem Schub.

Zu Beginn werden die grundlegenden mathematischen und physikalischen Inhalte eingeführt, denn ohne Vektorrechnung und Differentialmathematik

lässt sich Orbitmechanik nicht vermitteln. Anschließend wird in Kapitel 3 auf Koordinatensysteme eingegangen. Um Bewegungen zu beschreiben, muss man sich auf Systematiken zur Beschreibung von Position und Richtung einigen. Dort werfen wir auch einen Blick auf das Sonnensystem als solches und wie die Bewegungen der Planeten aussehen.

Kapitel 4 beschäftigt sich analog zur räumlichen Referenz mit Zeitsystemen. Da die Situation im Sonnensystem zeitlich stark veränderlich ist, ist es notwendig Zeitsysteme zu definieren. Mit diesen kann man angeben, zu welchem Zeitpunkt eine Angabe, z.B. bzgl. einer Position, Gültigkeit hat.

In Kapitel 5 wird es dann ernst. Hier wird die Physik auf Spuren von Newton vertieft, die Gravitationskraft beschrieben und als Ursache natürlicher Bahnen von Himmelskörpern betrachtet. Außerdem werden die Grenzen von Idealanahmen aufgezeigt, z.B. durch Abweichung der Erde von einer perfekten Kugel-form.

Kapitel 6 leitet schließlich die Bewegungsgleichungen des Zweikörperproblems her, einem einfachen Modell von zwei Körpern, die sich aufgrund von Gravitation umeinander bewegen. Schließlich wird es damit möglich, Vorhersagen über Position und Bahn eines Himmelskörpers zu treffen.

Kapitel 7 widmet sich der Anwendung dieser Gleichungen und zeigt vereinfachte aber dafür leicht verständliche Methoden auf, um Flugbahnen zu berechnen und auch Missionen zu planen, d.h. Manöver zu definieren, die notwendig sind, um Bahnen zielorientiert zu ändern.

Kapitel 8 stellt typische Bahnen vor, die heute häufig für Satelliten angewendet werden, z.B. der geosynchrone Orbit. Kapitel 9 erweitert den Werkzeugkasten der Orbitmechanik auf das Mehrkörperproblem und liefert ähnliche Betrachtungen wie zuvor für das Zweikörperproblem bzgl. Energie und Impuls.

Kapitel 10 zeigt auf, wie Bahnen und Missionen im Dreikörperproblem berechnet werden können und stellt den Idealbetrachtungen der vorangegangenen Kapitel die realistische und präzise Anwendung gegenüber.

Kapitel 11 einen Spezialfall der Orbitmechanik: Niedrigschubbahnen. Diese zeichnen sich dadurch aus, dass sie ständigen, schwachen Änderungen unterliegen und z.B. für Oberths Ionenantrieb angewendet werden. Es werden die relevanten Informationen vermittelt, um Unterschiede zu den bisher behandelten Bahnen zu verstehen und auch die Stichworte geliefert, um selbstständig weiter zu recherchieren.

Den Abschluss macht Kapitel 12 mit einem Überblick über die Ausrichtung von Satelliten und wie diese beeinflusst wird durch Störmomente. Am Ende finden sich Beispielaufgaben, die durch Anwendung des Verständnis des Stoffs verbessern.

Dieses Buch basiert auf der Vorlesungsreihe „Raumflugmechanik“ an der Universität Bremen, geht aber an vielen Stellen über diese hinaus. Wenn die Inhalte verinnerlicht sind, kann der Leser Machbarkeiten von Missionskonzepten aus Sicht der Orbitmechanik überprüfen und erste Abschätzungen für die Auslegung eines Raumfahrzeugs bzgl. der Bahn treffen, z.B. über Treibstoffmassenbedarfe oder auch hinsichtlich Anforderungen, die sich aus dem zeitlichen Ablauf der geplanten Manöver ergeben.

# V Schlagwortverzeichnis

## A

Apsiden 67  
Arcjets 192

## B

Bahnenergie  
 • Änderung 99  
 Bahngeometrie 63  
 Bahngeschwindigkeit 72  
 Bahnkorrekturmanöver 187  
 Bahntyp 136  
 Bewegungsgleichung  
 • des Mehrkörperproblems 148, 152  
 • des Zweikörperproblems 58  
 Bielliptischer Transfer 105  
 • Anwendung 108  
 Bodenspur 142

## D

Diskretisierung 198  
 Dreikörperproblem  
 • eingeschränkt 153

## E

Edelbaum-Gleichung 195, 196  
 Einflussosphäre 119  
 elektrisches Segel 193  
 Elektromagnetische Triebwerke 192  
 Elektrostatische Triebwerke 192  
 Elektrothermische Triebwerke 192  
 Ellipse *Siehe* Bahngeometrie  
 Energieerhaltung  
 • im Mehrkörperproblem 149  
 • im Zweikörperproblem 60  
 evolutionärer Algorithmus 201

## F

Fluchtgeschwindigkeit 73, 101, 108  
 formbasierte Verfahren 199  
 genetischer Algorithmus 201

## G

Geostationärer Orbit 138  
 Gravitationsgesetz 49  
 Gravitationspotential 50, 183  
 • einer Kugel 52

## H

Hochelliptischer Orbit 140  
 Hohmanntransfer 102, 108, 122  
 • Anwendung 108  
 • Rendezvous 111  
 Hyperbel *Siehe* Bahngeometrie

## I

Impulserhaltung  
 • im Mehrkörperproblem 149  
 • im Zweikörperproblem 62  
 Inklinationsänderung 126  
 Ionentriebwerk 191, 192

## J

Jacobi-Integral 153

## K

Kegelschnittgleichung 63  
 Kepler-Gesetze 57  
 Keplergleichung 83  
 • Anwendung 91  
 Konstellationen 141  
 Kopernikus 4  
 Korrekturmanöver *Siehe* Bahnkorrekturmanöver  
 Kosmische Geschwindigkeit 73  
 Kreis *Siehe* Bahngeometrie



**L**

Lamberts-Problem 113  
 • Anwendung 116

**M**

Mehrkörperproblem 147  
 Mittlerer Erdorbit 138

**N**

Newton 5, 22, 49  
 Niedriger Erdorbit 136  
 Niedrigschubantriebe 191  
 Niedrigschubbahn 195  
 Nord-Süd-Drift 138  
 numerische Integration 169, 185

**O**

Orbit  
 • Friedhofs- 140  
 • Frozen 141  
 • Park- 122, 140  
 • retrograd 79, 185  
 • sonnensynchron 137, 183  
 Ost-West-Drift 138, 191

**P**

Parabel *Siehe* Bahngeometrie  
 Potential *Siehe*  
 Gravitationspotential

**Q**

Quaternionen 32, 204

**R**

Raketengrundgleichung 128  
 • Anwendung 132, 168, 169,  
 173, 175, 177, 180

Rendezvous 111

Resistojets 192

**S**

Schubdauer 197  
 siderischer Tag *Siehe* Sternentag  
 Sonnensegel 193  
 Sonnentag 42  
 Spezifischer Impuls 128  
 Sternentag 42  
 Sternfeldtransfer 105  
 • Anwendung 108

**T**

Transformationsmatrix 28

**U**

Umlaufperiode 75  
 Umwandlung zwischen  
 Koordinatensystemen 121

**V**

Vis-Viva-Gleichung 72

**W**

Weltraumumgebung 135

**Z**

Ziolkowskigleichung 128  
 • Anwendung 132, 168, 169,  
 173, 175, 177, 180  
 zusammengesetzte Kegelschnitte  
 118, 164, 171  
 Zweikörperproblem 57, 119, 167