10. Klasse

Mittelschule MSA Bayern

Mathematik M 10

- Die ideale Prüfungsvorbereitung -

MSA 2022

BLICK ins BUCH inkl. Prüfung 2021

DIGITALES COACHING

MS 10

Mittelschule 10. Klasse | Mittlerer Schulabschluss | Bayern

lernverlag®
www.lern-verlag.de

Original-Prüfungen
Mathematik
Mittelschule M10 Bayern
2022

erstellt

für Schülerinnen und Schüler der
Mittelschulen in Bayern

lernverlag®
www.lern-verlag.de

Vorwort

Liebe Schülerinnen, liebe Schüler,
liebe Kolleginnen, liebe Kollegen,

in diesem Prüfungsvorbereitungsbuch **Original-Prüfungen Mathematik Mittelschule M10 Bayern 2022** sind die letzten acht zentral gestellten Original-Prüfungen der Jahre 2014 bis 2021 enthalten. Dazu gibt es schülergerechte, lehrplankonforme und ausführliche Lösungen, die für den Schüler leicht verständlich und nachvollziehbar erstellt worden sind.

Hinweise

Die Abschlussprüfung 2022 findet nach Vorgaben des *Bayerischen Staatsministeriums für Unterricht und Kultus* am **23.06.2022** statt und dauert **150 Minuten**. (Stand 01.09.2021 - Angaben ohne Gewähr)
Als **Hilfsmittel** ist ein nichtprogrammierbarer Taschenrechner und eine Formelsammlung erlaubt.

Neues

Wir haben eine neue **Lernplattform** eingerichtet. Hier findet man im gesicherten Mitgliederbereich hilfreiche Erklär- und Lösungsvideos zu vielen Mathe-Themen und zu den Lösungen der Original-Prüfungen. Jetzt bei **https://lern.de** einen Platz sichern.
Zeit- und ortsunabhängig online für einzelne Arbeiten in der Schule oder den MSA 2022 lernen.

Tipps

Fangen Sie rechtzeitig an, sich auf die Abschlussprüfung vorzubereiten und arbeiten Sie kontinuierlich alte Prüfungen durch. Wiederholen Sie die einzelnen Prüfungen mehrmals, um die notwendige Sicherheit zu erlangen. Zur Lernkontrolle können Sie den Prüfungsplaner im Innenteil dieses Prüfungsvorbereitungsbuch verwenden.
Üben Sie also, so oft Sie können.

Notenschlüssel

Der Notenschlüssel wird vom *Bayerischen Staatsministerium für Unterricht und Kultus* festgelegt. In der folgenden Tabelle finden Sie den Notenschlüssel.

Jahrgang 2014 - 2021

Note 1:	45 – 38	Punkte
Note 2:	37,5 – 31	Punkte
Note 3:	30,5 – 23	Punkte
Note 4:	22,5 – 15	Punkte
Note 5:	14,5 – 7	Punkte
Note 6:	6,5 – 0	Punkte

Impressum
lern.de Bildungsgesellschaft mbH
Geschäftsführer: Sascha Jankovic
Fürstenrieder Str. 52
80686 München
Amtsgericht München: HRB 205623
E-Mail: kontakt@lern-verlag.de – https://www.lern-verlag.de
lernverlag, lern.de und cleverlag sind eingetragene Marken von Sascha Jankovic, Inhaber und Verleger.
Druck: Deutschland
Lösungen:
Sascha Jankovic, Simon Rümmler und das Team aus Pädagogen der lern.de Bildungsgesellschaft mbH

Wir danken dem *Bayerischen Staatsministerium für Unterricht und Kultus* für die freundliche Genehmigung, die Original-Prüfungen abdrucken zu dürfen. Die Lösungsvorschläge liegen nicht in der Verantwortung des Ministeriums.

7. ergänzte Auflage ©2021 **1. Druck**
ISBN-Nummer: 978-3-7430-0086-5
Artikelnummer:
EAN 9783743000865

Aktuelles Rund um die Prüfung 2022 und diesem Buch

Als kleiner Verlag schreiben wir für alle Schüler:innen nachvollziehbare, verständliche und ausführliche Lösungen zu den Original-Prüfungen und versuchen unsere Titel auch während des Schuljahres immer aktuell zu halten. Da wir seit über 20 Jahren individuelle Lernförderung durchführen, stehen bei uns alle Schüler:innen an erster Stelle, wenn es um Fragen rund um das Buch, Verständnisprobleme bei dem ein oder anderen Thema oder Wünsche geht.
Egal ob es um übersehene Rechtschreibfehler, Rechenfehler oder auch Wünsche von Lehrer:innen oder Schüler:innen geht, wir setzen uns sofort hin und versuchen Gewünschtes umzusetzen. Es kostet niemanden etwas, und alle profitieren davon, auch wenn wir Mehrarbeit durch diesen kostenlosen Service haben.

Wir erreichen Sie uns am besten?

Schreiben Sie uns eine E-Mail an **kontakt@lern-verlag.de**

Schreiben Sie uns eine Nachricht, schicken Sie ein Foto von der betroffenen Seite. Wir prüfen, ändern und veröffentlichen bei Bedarf im kostenlosen Downloadbereich des lernverlags die durchgeführten Änderungen.

WhatsApp-Business
+49 89 54 64 52 00

Sie können uns gerne unter der selben Nummer anrufen.

Digitales zu diesem Buch

Unter **https://lern.de** bauen wir gerade eine Lernplattform auf.
Du suchst ein Video über quadratische Funktionen oder Trigonometrie und bekommst aktuell auf anderen Plattformen 50 Videos angezeigt mit unterschiedlichen Erklärungen? Das soll sich ändern. Ein Begriff und maximal 3 Videos, die eventuell zusammenhängen.
Wir arbeiten unter Hochdruck daran, kurze animierte Erklärvideos, passend zum Unterrichtsstoff und „ON-TOP“ Lösungsvideos zu den Original-Prüfungen zu erstellen.
Schau öfters einmal vorbei oder melde dich am besten zu unserem **Newsletter** an, der **maximal zweimal pro Monat** verschickt wird.

Änderungen in dieser Neuauflage 2021/2022 - ISBN: 978-3-7430-0086-5

- Älteste Original-Prüfung 2013 herausgenommen und Vorwort überarbeitet
- Kopfzeile im Buch übersichtlicher gestaltet und themenbezogene Übersicht erstellt
- Aktuelles, Inhaltsübersicht und Übersicht der einzelnen Themengebiete erstellt
- Gefundene Rechtschreibfehler korrigiert
- **Original-Prüfung 2021 inkl. ausführlichen Lösungen erstellt**

Inhaltsverzeichnis

ORIGINAL-PRÜFUNGEN der Jahrgänge 2014 - 2021 **Seite**

Themenbezogene Übersicht - Finde Dich leicht zurecht

Damit man sich auch während des Schuljahres optimal auf die einzelnen Arbeiten vorbereiten kann, haben wir eine **Übersicht zu den einzelnen Themengebieten** erstellt.
So kann man sich beispielsweise gezielt auf die Arbeit mit dem Thema *quadratische Funktionen* oder *Geradengleichungen* vorbereiten und dazu alle entsprechenden Original-Prüfungen durcharbeiten.
In den grau hinterlegten Jahrgängen wurde das entsprechende Thema nicht abgeprüft.

Keine Anspruch auf Vollständigkeit!

Quadratische Funktionen - Parabel

Parabel, Scheitelpunkt, Schnittpunkte, Scheitelpunktform, Geraden, p-q-Formel, Lösungsformel

Jahrgänge:	**2014**	**2015**	**2016**	**2017**	**2018**	**2019**	**2020**	**2021**
Teil A I Seiten:	9	34	62	86	114	142	168	199
Teil A II Seiten:	22	47	74	101	129	157	185	216

Lineare Funktionen - Geradengleichungen

Steigung m, Punkte auf der Geraden, Schnittpunkte, Orthogonale (Senkrechte)

Teil A I Seiten:	8	33	60	85	115	143	170	201
Teil A II Seiten:	21	46	73	99	128	155	183	214

Lösen von Termen

Vereinfachen von Termen mit mehreren Unbekannten, Kürzen von Bruchtermen

Teil A I Seiten:				89			169	200
Teil A II Seiten:			75			158	186	216

Exponentialfunktionen

Wachstumsfaktor q^n, Zinseszins, Abschreibung, Bevölkerungsentwicklung

Teil A I Seiten:	9	34	61	88	117	145	169	200
Teil A II Seiten:	23	47	75	100	130	155	184	215

Binomische Formel

Anwenden der binomischen Formeln, Platzhalter durch Terme ersetzen

Teil A I Seiten:	10		62	87	132		172	202
Teil A II Seiten:		48				156	186	216

Lösen von Gleichungen

Bruchgleichungen lösen, Definitions- und Lösungsmenge

Jahrgänge:	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021
Teil A I Seiten:	8	33	61	86	118	145	170	201
Teil A II Seiten:	22	46	75	101	131	156	184	215

Statistik und Wahrscheinlichkeit

Baumdiagramm, Ereignisse, Zufallsversuche, Formulierung von Ereignissen

Teil A I Seiten:	10	35	60	87	116	146	172	203
Teil A II Seiten:	23	48	73	103	131	158	186	218

Geometrie - Kugel, Zylinder

Volumen und Oberflächen berechnen

Teil A I Seiten:	10	34	62	88	117	144	170	201
Teil A II Seiten:	22	48	75	100	132	156	187	217

Geometrie - Dreiecke

Winkelberechnung, Höhensatz, Kathetensatz, Pythagoras

Teil A I Seiten:	9	35	61	86	132	143	169	200
Teil A II Seiten:		46	76	99	130	159	184	215

Geometrie - Strahlensätze/Streckung

Ähnliche Figuren, Strahlensätze, Streckung

Teil A I Seiten:	8	33	60	89	116	144	171	202
Teil A II Seiten:	21	47	73	102	129	159	185	217

Hinweis zur Prüfung 2022 in Mathematik M10 Mittelschule

Sonderregelung für den MSA 2022 an der Mittelschule:
Nicht prüfungsrelevant (Stand: 01.09.2021):

- **Aus LB M10 10.1 Potenzen und Wurzeln:**
  Abschreibung; radioaktiver Zerfall
- **Aus LB M10 10.3 Trigonometrie:**
  Geländemessung
- **Aus LB M10 10.4 Funktionen und Gleichungen:**
  Faktorisieren bei rein gemischt-quadratischen Gleichungen; Satz von Vieta; Gleichungssysteme zu Sachsituationen
- **Aus LB M10 10.5 Statistik und Wahrscheinlichkeit:**
  Ergebnis und Ergebnismenge; Zahlenlotto; Zentralwert; Spannweite; arithmetisches Mittel

Bitte fragen Sie bzgl. Änderungen auch noch einmal bei Ihrer Lehrkraft nach!

1. Die Gerade g_1 wird durch folgende Gleichung beschrieben: $-5y + 2x - 10 = 0$.
   Sie schneidet die x-Achse im Punkt C.

   a) Ermitteln Sie die Koordinaten von C rechnerisch.

   b) Die Gerade g_2 verläuft durch die Punkte $A(-0{,}5 \mid 5)$ und $B(3{,}5 \mid -3)$.
   Bestimmen Sie die Funktionsgleichung von g_2 rechnerisch.

   c) Die Geraden g_1 und g_2 schneiden sich im Punkt D.
   Berechnen Sie die Koordinaten des Punktes D.
   Hinweis: Rechnen Sie mit $g_2: y = -2x + 4$.

   d) Die Gerade g_3 steht senkrecht auf g_2 und verläuft durch den Punkt $E(-4 \mid 0)$.
   Ermitteln Sie die Funktionsgleichung von g_3 rechnerisch.

   e) Zeichnen Sie die Geraden g_1, g_2 und g_3 in ein Koordinatensystem mit der Längeneinheit 1 cm.

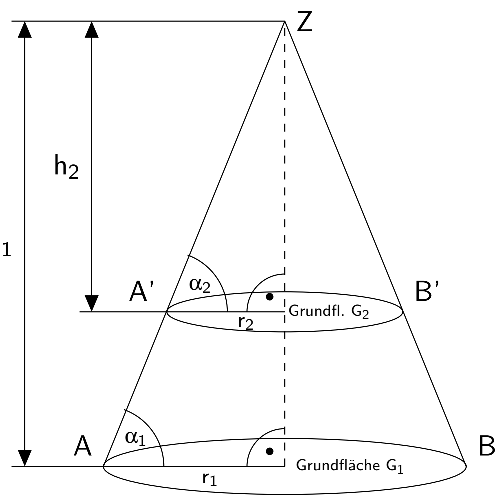
   f) Berechnen Sie die Größe des spitzen Winkels γ, den g_2 mit der x-Achse einschließt.

(8 Pkt.)

2. Für den abgebildeten Körper (siehe Skizze) gilt:

   - V_1 ist das Volumen des größeren Kegels K_1
   - V_2 ist das Volumen des kleineren Kegels K_2
   - $h_2 = 0{,}6 \cdot h_1$

   Notieren Sie auf Ihrem Lösungsblatt, ob die jeweilige Behauptung richtig (r) oder falsch (f) ist.



Hinweis: Skizze nicht maßstabsgetreu

(1) $G_1 \cdot 0{,}6 = G_2$	(2) $\overline{AB} : \overline{A'B'} = h_1 : h_2$	(3) $r_1 : r_2 = \overline{AA'} : \overline{A'Z}$
(4) $r_2 : 0{,}6 = r_1$	(5) $V_1 \cdot 0{,}6^3 = V_2$	(6) $\alpha_1 \cdot 0{,}6 = \alpha_2$

(3 Pkt.)

3. Geben Sie die Definitionsmenge der folgenden Gleichung an und berechnen Sie deren Lösungsmenge.

$$\frac{12}{x-2} + \frac{32}{(x-2)(x+2)} = \frac{4x}{x+2}$$

(4 Pkt.)

Fortsetzung nächste Seite

1. a) Der Punkt C entspricht der Nullstelle der Geraden. Zunächst wird die Gleichung von g_1 in Normalform gebracht:

$$\begin{aligned} & -5y + 2x - 10 = 0 && \mid -2x \\ \Longleftrightarrow\quad & -5y - 10 = -2x && \mid +10 \\ \Longleftrightarrow\quad & -5y = -2x + 10 && \mid :(-5) \\ \Longleftrightarrow\quad & y = 0{,}4x - 2 \end{aligned}$$

Um die Nullstelle zu ermitteln wird die Funktionsgleichung nun gleich Null gesetzt:

$$\begin{aligned} & 0 = 0{,}4x - 2 && \mid +2 \\ \Longleftrightarrow\quad & 2 = 0{,}4x && \mid :0{,}4 \\ \Longleftrightarrow\quad & x = 5 \end{aligned}$$

Die Koordinaten des Schnittpunktes lauten $C\,(5\,|\,0)$.

b) Zunächst wird mit Hilfe der beiden Punkte die Steigung m_2 bestimmt:
Gegeben: $A\,(-0{,}5\,|\,5)$; $B\,(3{,}5\,|\,-3)$

$$m_2 = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-3-5}{3{,}5-(-0{,}5)} = \frac{-8}{4} = -2$$

Durch Einsetzen der Steigung und der Koordinaten des Punktes A in die Normalform $y = mx + t$, kann t bestimmt werden:

$$\begin{aligned} & 5 = -2 \cdot (-0{,}5) + t_2 && \mid -1 \\ \Longleftrightarrow\quad & t_2 = 4 \end{aligned}$$

Die Funktionsgleichung lautet $g_2\colon\ y = -2x + 4$.

c) Um den Schnittpunkt zu bestimmen werden die beiden Funktionsgleichungen gleichgesetzt:

$$\begin{aligned} & 0{,}4x - 2 = -2x + 4 && \mid +2x \\ \Longleftrightarrow\quad & 2{,}4x - 2 = 4 && \mid +2 \\ \Longleftrightarrow\quad & 2{,}4x = 6 && \mid :2{,}4 \\ \Longleftrightarrow\quad & x = 2{,}5 \end{aligned}$$

Dieser Wert wird in die Funktionsgleichung von g_1 eingesetzt, um den Funktionswert an dieser Stelle zu ermitteln:

$$y = 0{,}4 \cdot 2{,}5 - 2 = -1$$

Die Koordinaten des Schnittpunktes lauten $D\,(2{,}5\,|\,-1)$.

d) Wenn die Gerade g_3 senkrecht zu g_2 steht, so ist ihre Steigung das negativ Inverse der Steigung der Geraden g_2:

$$\begin{aligned} m_2 \cdot m_3 &= -1 \\ -2 \cdot m_3 &= -1 \qquad \mid :-2 \end{aligned}$$

5. a) Eine nach oben geöffnete Normalparabel p_1 verläuft durch die Punkte $A(-2|3)$ und $B(1|6)$. Berechnen Sie die Funktionsgleichung von p_1 in der Normalform.

b) Eine weitere Normalparabel hat die Funktion $p_2: y = -x^2 + 2x + 3$. Berechnen Sie die Scheitelpunktform von p_2 und geben Sie den Scheitelpunkt S an.

c) Die Parabel p_2 schneidet die x-Achse in den Punkten N_1 und N_2. Berechnen Sie die x-Koordinaten dieser Punkte.

d) Die Parabel $p_3: y = x^2 - 1$ schneidet die Parabel p_2 in den Punkten C und D. Ermitteln Sie rechnerisch die Koordinaten dieser Schnittpunkte und geben Sie C und D an.

e) Zeichnen Sie die Parabeln p_2 und p_3 in ein Koordinatensystem mit der Längeneinheit 1 cm.
Hinweis zum Platzsbedarf: x-Achse von –3 bis 4, y-Achse von –3 bis 5

f) Die Parabeln p_4 und p_5 sind durch folgende Funktionsgleichung bestimmt:
$p_4: y = x^2 + 1$ $\qquad$ $p_5: y = -x^2 - 1$
Wählen Sie eine der Parabeln p_4 oder p_5 aus und geben Sie die Anzahl ihrer Schnittpunkte mit der Parabel p_3 an.
Begründen Sie Ihre Antwort entweder anhand einer Skizze, mit eigenen Worten oder durch Rechnung.

(8 Pkt.)

6. Jede der folgenden vier Aussagen ist für $a > 1$ korrekt. Weisen Sie dies jeweils durch mathematischen Umformungen nach.

a) $3\sqrt{9a^4} = 9a^2$

b) $\sqrt[3]{729a^8} \neq 9a^2$

c) $\dfrac{27a^{-2}}{3a^{-4}} = 9a^2$

d) $\dfrac{1}{6^{-1}} + 3a^2 \neq 9a^2$

(2 Pkt.)

7. Geben Sie die Definitionsmenge der folgenden Gleichung an und ermitteln Sie die Lösungsmenge rechnerisch.

$$\frac{10}{x+3} + \frac{9(x-4)}{x+1} = \frac{5x}{x+3} - 6$$

(4 Pkt.)

Lösungsformel:
a = 1; b = − 2; c = − 3

$$x_{1;2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2a}$$
$$= \frac{2 \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-3)}}{2 \cdot 1}$$
$$x_1 = -1 \text{ und } \quad x_2 = 3$$

p-q–Formel:
p = − 2; q = − 3

$$x_{1;2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$
$$= -\frac{-2}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-2}{2}\right)^2 + 3}$$
$$= 1 \pm \sqrt{4}$$
$$x_1 = 1 \text{ und } \quad x_2 = 3$$

d) Beide Funktionsgleichungen werden gleichgesetzt und anschließend die Lösung der Gleichung mit der Lösungsformel oder der p-q–Formel rechnerisch bestimmt:

$$\begin{aligned} & x^2 - 1 = -x^2 + 2x + 3 && \mid -(-x^2 + 2x + 3) \\ \iff \quad & 2x^2 - 2x - 4 = 0 && \mid :2 \\ \iff \quad & x^2 - x - 2 = 0 \end{aligned}$$

Lösungsformel:
a = 1; b = − 1; c = − 2

$$x_{1;2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2a}$$
$$= \frac{1 \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-2)}}{2 \cdot 1}$$
$$x_1 = -1 \text{ und } \quad x_2 = 2$$

p-q–Formel:
p = − 1; q = − 2

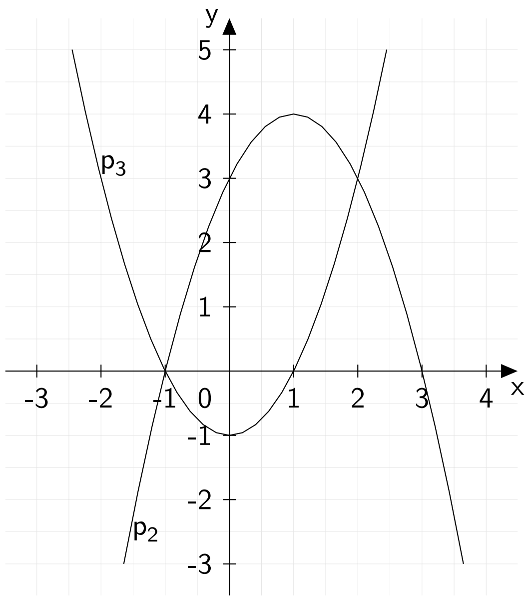
$$x_{1;2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$
$$= -\frac{-1}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-1}{2}\right)^2 + 2}$$
$$= 0{,}5 \pm \sqrt{2{,}25}$$
$$x_1 = -1 \text{ und } \quad x_2 = 2$$

Eingesetzt in eine der beiden Funktionsgleichungen ergeben sich die zugehörigen y-Werte:

$$x_1 = 2 \quad \Rightarrow \quad y_1 = 2^2 - 1 = 3$$
$$x_2 = -1 \quad \Rightarrow \quad y_2 = (-1)^2 - 1 = 0$$

Die Schnittpunkte beider Parabeln haben die Koordinaten $C\,(-1\,|\,0)$ und $D\,(2\,|\,3)$.

e) Für die grafische Darstellung können gegebenenfalls noch weitere Punkte der Parabeln bestimmt werden. Damit kann die grafische Darstellung erfolgen:
(**Hinweis:** Die Darstellung ist nicht maßstabsgetreu, da die Zeichnung für den Buchdruck skaliert wurde.)



f) Bei p_4 und p_5 handelt es sich um zwei Normalparabeln, die lediglich eine Verschiebung in y-Richtung aufweisen. Sie verlaufen also gleich, haben aber verschiedene Verschiebungen und schneiden sich darum nie.

Aus der Gleichung von p_5 kann direkt der Scheitelpunkt $S_5\,(0\,|-1)$ abgelesen werden. Der Scheitelpunkt von p_3 lautet $S_3\,(0\,|-1)$, ist also gleich S_5. Da sich die Parabeln im Vorzeichen unterscheiden, sind sie in verschiedene Richtungen geöffnet, haben aber die selbe Scheitelpunkt-Koordinate. Demnach berühren sich p_3 und p_5 in einem Punkt, dem Scheitelpunkt.

6. Die Terme der linken Seite werden jeweils so weit umgeformt, dass sie offensichtlich gleich/ungleich zur rechten Seite sind:

a)

$$\begin{aligned} 3\sqrt{9a^4} &= 9a^2 \\ 3\cdot\sqrt{9}\cdot\sqrt{a^4} &= 9a^2 \\ 3\cdot 3\cdot a^2 &= 9a^2 \\ 9a^2 &= 9a^2 \end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned} \sqrt[3]{729a^8} &\neq 9a^2 \\ \sqrt[3]{729a^8} &\neq 9a^2 \\ \sqrt[3]{729}\cdot\sqrt[3]{a^8} &\neq 9a^2 \\ 9\cdot a^{\frac{8}{3}} &\neq 9a^2 \end{aligned}$$

c)

$$\frac{27a^{-2}}{3a^{-4}} = 9a^2$$

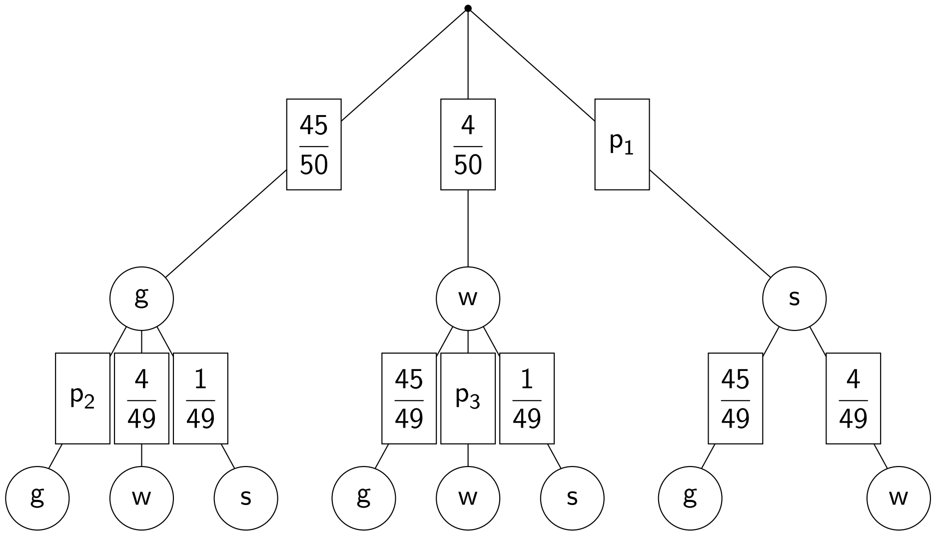
6. Geben Sie die Definitionsmenge der folgenden Gleichung an und ermitteln Sie die Lösungsmenge rechnersich.

$$\frac{x}{2} + \frac{x}{x-3} = \frac{3}{x-3} - 2$$

(4 Pkt.)

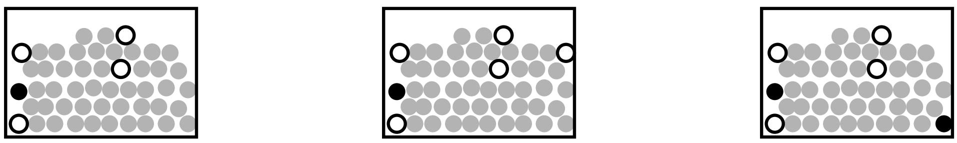
7. In einem Behälter befinden sich Kugeln in den Farben grau (g), weiß (w) und schwarz (s). Bei einem Zufallsexperiment wird zweimal nacheinander jeweils eine Kugel gezogen.

Das folgende Baumdiagramm stellt die möglichen Ergebnisse dieses Zufallsexperimentes dar.



a) Begründen Sie anhand des Baumdiagramms, dass es sich um ein Zufallsexperiment ohne Zurücklegen handelt.

b) Notieren Sie auf Ihrem Lösungsblatt die Nummer des Behälters (siehe Abbildung unten), die zum dargestellten Baumdiagramm passt.



(1) (2) (3)

c) Geben Sie die im Baumdiagramm fehlenden Wahrscheinlichkeiten p_2 und p_3 in Bruchschreibweise an.

d) Berechnen Sie, wie hoch die Wahrscheinlichkeit ist, dass es sich bei den beiden gezogenen Kugeln um eine graue sowie um eine weiße handelt.

(4 Pkt.)

Fortsetzung nächste Seite

d) Für $y = 0{,}5$ liest man den dazugehörigen x-Wert ab und erhält so $x = 13$. Demnach ist die gesuchte Menge nach 13 min erreicht.

6. Der Nenner darf nie Null werden, deshalb gilt:

$$x - 3 = 0 \iff x = 3$$

Die Definitionsmenge der Gleichung lautet also $\mathbb{D} = \mathbb{R}\backslash\{3\}$.
Alle Terme der Gleichung werden nun auf den Hauptnenner gebracht, anschließend wird die ganze Gleichung mit dem Hauptnenner multipliziert:

$$\frac{x}{2} + \frac{x}{x-3} = \frac{3}{x-3} - 2$$

$$\frac{x\cdot(x-3)}{2\cdot(x-3)} + \frac{2x}{2\cdot(x-3)} = \frac{2\cdot 3}{2\cdot(x-3)} - \frac{2\cdot 2\cdot(x-3)}{2\cdot(x-3)} \qquad |\cdot(2\cdot(x-3))$$

$$x\cdot(x-3) + 2x = 6 - 4\cdot(x-3)$$

Nun kann die Gleichung umgeformt und gelöst werden:

$$x^2 - 3x + 2x = 6 - 4x + 12 \qquad | - 6 + 4x - 12$$

$$\iff \quad x^2 + 3x - 18 = 0$$

Lösungsformel:
$a = 1;\ b = 3;\ c = -18$

$$x_{1;2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4\cdot a\cdot c}}{2a} = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4\cdot 1\cdot(-18)}}{2\cdot 1}$$

$x_1 = -6$ und $x_2 = 3$

p-q–Formel:
$p = 3;\ q = -18$

$$x_{1;2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q} = -\frac{3}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2 + 18}$$

$x_1 = -6$ und $x_2 = 3$

Die Lösungsmenge lautet $\mathbb{L} = \{-6\}$, da $x = 3$ nicht in der Definitonsmenge enthalten ist.

7. a) In der ersten Ebene des Baumdiagramms gibt es 50 Kugeln, in der zweiten Ebene nur noch 49 Kugeln. Es wurde also eine Kugel gezogen und nicht zurückgelegt. Ablesbar ist dies an den Nennern der Wahrscheinlichkeiten.

b) In den Behältern müssen entsprechend viele Kugeln der einzelnen Farben enthalten sein wie es die Wahrscheinlichkeiten im Baumdiagramm angeben (ablesbar an den Zählern der Brüche). Am besten sieht man dies an der ersten Ebene des Baumdiagramms.
Die Wahrscheinlichkeit eine graue Kugel zu ziehen ist $p_g = \frac{45}{50}$ $\Rightarrow$ 45 graue Kugeln
Die Wahrscheinlichkeit eine weiße Kugel zu ziehen ist $p_w = \frac{4}{50}$ $\Rightarrow$ 4 weiße Kugeln
Die Wahrscheinlichkeit eine schwarze Kugel zu ziehen ist $p_s = 1 - \frac{45}{50} - \frac{4}{50} = \frac{1}{50}$ $\Rightarrow$ 1 schwarze Kugel
Nun muss man nur noch die Kugeln in den Behältern zählen. Der richtige Behälter ist damit **Behälter (1)**.

c) Für p_2: Es gibt zu Beginn 45 graue Kugeln. Im ersten Schritt wurde hier aber bereits eine graue Kugel gezogen. Es verbleiben nach dem ersten Ziehen somit noch 44 graue Kugeln, insgesamt sind es noch 49. Damit gilt:

$$p_2 = \frac{44}{49}$$

2018

Für p_3: Analog kann man hier überlegen, dass beim ersten Ziehen bereits eine weiße Kugel gezogen wurde. Damit verbleiben noch drei weiße Kugeln, insgesamt sind es noch 49. Für die Wahrscheinlichkeit erneut eine weiße zu ziehen gilt also:

$$p_3 = \frac{3}{49}$$

d) Die Wahrscheinlichkeit eine graue und eine weiße zu ziehen, entspricht den Kombinationen weiß-grau und grau-weiß. Nach den Pfadregeln ergibt sich die Wahrscheinlichkeit:

$$p = \underbrace{\frac{45}{50} \cdot \frac{4}{49}}_{\text{grau-weiß}} + \underbrace{\frac{4}{50} \cdot \frac{45}{49}}_{\text{weiß-grau}} = \frac{36}{245} \approx 0{,}147 = 14{,}7\,\%$$

8. a) Es handelt sich um die erste binomische Formel, also $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$.
Aus den bereits vorgegebenen Termen kann $b^2 = 0{,}25c^2$ und $2ab = 2fc$ abgelesen werden.
Daraus folgt $b = \sqrt{0{,}25c^2} = 0{,}5c$ und $a = \frac{2ab}{2b} = \frac{2fc}{2 \cdot 0{,}5c} = 2f$.
Alles kann nun in die Formel der ersten binomischen Formel eingesetzt und ergänzt werden:

$$(2f + 0{,}5c)^2 = 4f^2 + 2fc + 0{,}25c^2$$

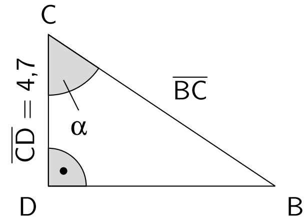
b) Es liegt die zweite binomische Formel $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ vor.
Abgelesen werden kann $b = 5m$ und $a^2 = 1{,}44e^2$.
Daraus folgt $a = \sqrt{1{,}44e^2} = 1{,}2e$.
Nun kann alles in die Formel der zweiten binomischen Formel eingesetzt und ergänzt werden:

$$(1{,}2e - 5m)^2 = 1{,}44e^2 - 2 \cdot 1{,}2e \cdot 5m + (5m)^2$$
$$(1{,}2e - 5m)^2 = 1{,}44e^2 - 12em + 25m^2$$

9. Zuerst kann mithilfe des Cosinus des Winkels $\sphericalangle DCB = \alpha$ die Länge von $\overline{BC}$ berechnet werden (Maße in m):

$$\begin{aligned}
&& \alpha &= 180\,^\circ - 145\,^\circ = 35\,^\circ && \\
&& \cos\alpha &= \frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypothenuse}} && \\
&& \cos(35\,^\circ) &= \frac{\overline{CD}}{\overline{BC}} && \mid \cdot \overline{BC} \\
\Longleftrightarrow && \cos(35\,^\circ) \cdot \overline{BC} &= \overline{CD} && \mid : \cos(35\,^\circ) \\
\Longleftrightarrow && \overline{BC} &= \frac{4{,}7}{\cos(35\,^\circ)} \approx 5{,}74 &&
\end{aligned}$$

Skizze (Maße in m):



Im selben Dreieck kann mithilfe des Satz des Pythagoras die Länge der Seite $\overline{BD}$ ausgerechnet werden (in m):

$$\begin{aligned}
&& \overline{BC}^2 &= \overline{CD}^2 + \overline{BD}^2 && \mid -\overline{CD}^2 \\
\Longleftrightarrow && \overline{BD}^2 &= \overline{BC}^2 - \overline{CD}^2 && \mid \sqrt{\ } \\
\Longleftrightarrow && \overline{BD} &= \sqrt{5{,}74^2 - 4{,}7^2} && \\
\Longleftrightarrow && \overline{BD} &\approx 3{,}30 &&
\end{aligned}$$

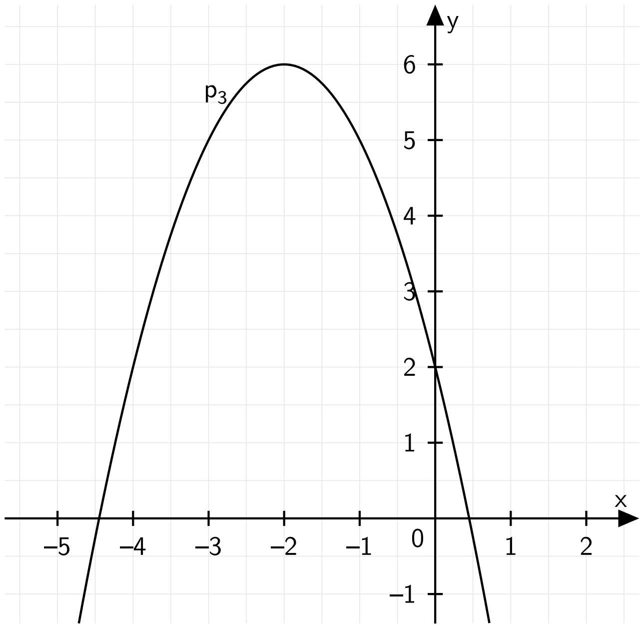
1. a) Formen Sie die Funktionsgleichung der Normalparabel $p_1 : y = x^2 + 2x - 3$ in die Scheitelpunktform um und geben Sie den Scheitelpunkt S_1 an.

b) Überprüfen Sie durch Rechnung, ob die Punkte $A(-2 \mid -3)$ und $B(2 \mid 5)$ auf der Normalparabel p_1 liegen.

c) Die Normalparabel p_1 schneidet die x-Achse in den Punkten P und Q.
Ermitteln Sie rechnerisch die Koordinaten dieser beiden Punkte und geben Sie P und Q an.

d) Die nach unten geöffnete Normalparabel p_2 verläuft durch die Punkte $C(1 \mid -6)$ und $D(-4 \mid -1)$.
Bestimmen Sie rechnerisch die Funktionsgleichung von p_2 in der Normalform.

e) Die nachfolgende Abbildung zeigt den Graphen einer Normalparabel p_3.
Ermitteln Sie rechnerisch die Funktionsgleichung von p_3 in der Normalform.



Quelle: StMUK

f) Berechnen Sie die Koordinaten der Schnittpunkte T und U der Normalparabel $p_4 : y = x^2 - 2x + 1$ mit der Geraden $g : y = 2x - 2$ und geben Sie T und U an.

g) Zeichnen Sie die Graphen der Normalparabeln p_1 und p_2 in ein Koordionatensystem mit der Längeneinheit 1 cm.

(9 Pkt.)

Fortsetzung nächste Seite

2. In einer bayerischen Stadt waren am 01.01.2010 insgesamt 67 279 Menschen gemeldet.

   a) Neun Jahre später waren es bereits 81 240 Menschen. Berechnen Sie für diesen Zeitraum das durchschnittliche jährliche Bevölkerungswachstum in Prozent.

   b) Die Anzahl der unter 6-jährigen Kinder ging im Zeitraum von zwei Jahren um jährlich 1,3 % auf 3 245 Personen zurück.

      Berechnen Sie die Anzahl der Personen dieser Altersgruppe zu Beginn dieser beiden Jahre.

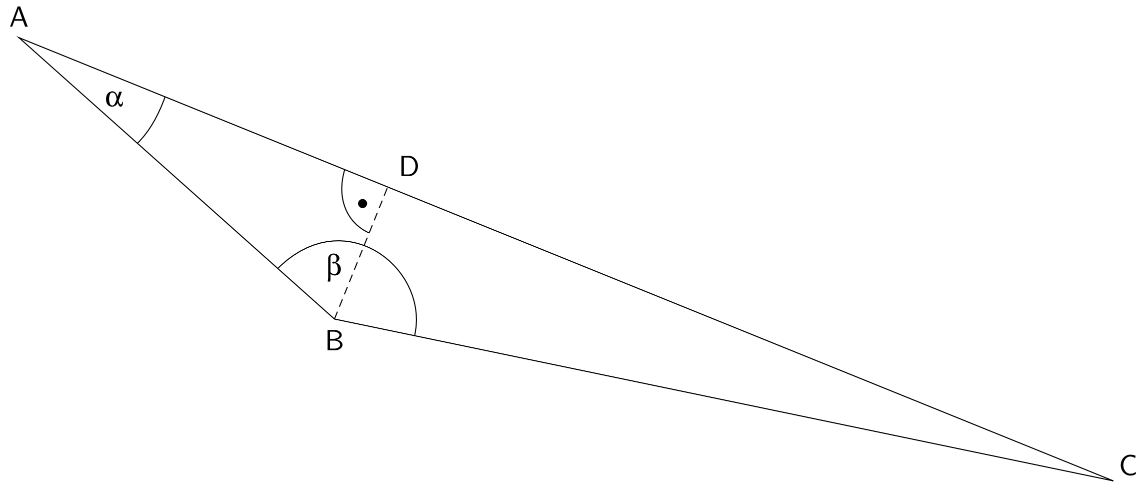
   c) Berechnen Sie, nach wie vielen Jahren sich die Zahl der Bewohner dieser Stadt verdoppeln würde, wenn man von einem durchschnittlichen jährlichen Zuwachs von 3,75 % ausgeht. Runden Sie das Ergebnis auf volle Jahre.

(4 Pkt.)

3. In der folgenden Skizze gilt:

   $\overline{AB} = 46\,\text{cm}$; $\alpha = 28°$; $\beta = 140°$

   Berechnen Sie die Länge der Strecke $\overline{AC}$ in cm.



Quelle: StMUK
Hinweis: Skizze nicht maßstabsgetreu

(4 Pkt.)

4. Vereinfachen Sie den unten stehenden Term so weit wie möglich.

   Es gilt: x,y,z $\neq 0$

$$\frac{2 \cdot x^3 \cdot 6 \cdot y^{-4} \cdot 10 \cdot z^{-6} \cdot x^{-2} \cdot 2 \cdot y^8 \cdot z^2}{3 \cdot y^2 \cdot 10 \cdot x^{-3} \cdot 4 \cdot z^{-4}}$$

(2 Pkt.)

Fortsetzung nächste Seite

1. a) Um die Koordinaten des Scheitelpunktes zu ermitteln, wird die gegebene Gleichung entweder mittels quadratischer Ergänzung in Scheitelpunktform gebracht, oder die Formel für die Scheitelpunktkoordinaten verwendet.

quadratische Ergänzung:

$$\begin{aligned}
\Longleftrightarrow\quad & y = x^2 + 2x - 3 \\
\Longleftrightarrow\quad & y = (x^2 + 2 \cdot 1x + 1^2 - 1^2) - 3 \\
\Longleftrightarrow\quad & y = (x^2 + 2 \cdot 1x + 1^2) - 1^2 - 3 \\
\Longleftrightarrow\quad & y = (x+1)^2 - 1 - 3 \\
\Longleftrightarrow\quad & y = (x+1)^2 - 4
\end{aligned}$$

Alternativ durch Formel:
$a = 1;\ b = 2;\ c = -3$

$$\begin{aligned}
& \mathbf{S}\left(-\frac{\mathbf{b}}{\mathbf{2a}}\,\middle|\,\mathbf{c} - \frac{\mathbf{b^2}}{\mathbf{4a}}\right) \\
\Longleftrightarrow\quad & S\left(-\frac{2}{2 \cdot 1}\,\middle|\,-3 - \frac{2^2}{4 \cdot 1}\right) \\
\Longleftrightarrow\quad & S(-1\,|-4) \\
\Longleftrightarrow\quad & y = (x+1)^2 - 4
\end{aligned}$$

Die Koordinaten des Scheitelpunktes lauten $\underline{\underline{S_1(-1\,|-4)}}$.

b) In die gegebene Funktionsgleichung $p_1: y = x^2 + 2x - 3$ werden jeweils die Koordinaten der Punkte $A(-2\,|-3)$ und $B(2\,|\,5)$ eingesetzt und dann geprüft, ob eine wahre oder eine falsche Aussage herauskommt.

$$\begin{aligned}
& & y &= x^2 + 2x - 3 & \\
&\textbf{Punkt A:} & -3 &= (-2)^2 + 2 \cdot (-2) - 3 & \\
&\Longleftrightarrow & -3 &= 4 - 4 - 3 & \\
&\Longleftrightarrow & -3 &= -3 & \text{(wahre Aussage!)} \\
&\textbf{Punkt B:} & 5 &= (2)^2 + 2 \cdot (2) - 3 & \\
&\Longleftrightarrow & 5 &= 4 + 4 - 3 & \\
&\Longleftrightarrow & 5 &= 5 & \text{(wahre Aussage!)}
\end{aligned}$$

Demnach liegen die Punkte A und B auf p_1.

c) Um die Schnittpunkte mit der x-Achse zu bestimmen wird $y = 0$ gesetzt:

$$0 = x^2 + 2x - 3$$

Die Lösung kann nun mithilfe der Lösungsformel oder der p-q-Formel ermittelt werden:

Lösungsformel:
$a = 1;\ b = 2;\ c = -3$

$$\begin{aligned}
x_{1;2} &= \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a} \\
&= \frac{-2 \pm \sqrt{4 - 4 \cdot 1 \cdot (-3)}}{2 \cdot 1} \\
x_1 &= -3 \quad \text{und} \quad x_2 = 1
\end{aligned}$$

p-q-Formel:
$p = 2;\ q = -3$

$$\begin{aligned}
x_{1;2} &= -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q} \\
&= -\frac{2}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{2}{2}\right)^2 - (-3)} \\
x_1 &= -3 \quad \text{und} \quad x_2 = 1
\end{aligned}$$

Die x-Koordinaten der Nullstellen lauten $x_1 = -3$ und $x_2 = 1$. Daher ergeben sich die Koordinaten der Punkte zu $\underline{\underline{P(-3\,|\,0)}}$ und $\underline{\underline{Q(1\,|\,0)}}$.

d) Die Koordinaten beider Punkte können in die Normalform $y = -x^2 + px + q$ eingesetzt werden. Dabei ergeben sich zwei Gleichungen:

$$\text{C einsetzen: (I)} \qquad -6 = -(1)^2 + p \cdot (1) + q$$

$$\begin{aligned} \Longleftrightarrow \quad -6 &= -1 + p + q && \mid +1 \\ \Longleftrightarrow \quad -5 &= p + q && \mid -p \\ \Longleftrightarrow \quad q &= -5 - p \end{aligned}$$

Durch Einsetzen der Koordinaten des Punktes $D(-4\,|\,-1)$ ergibt sich eine zweite Gleichung (II). In diese kann dann $q = -5 - p$ aus Gleichung (I) eingesetzt werden:

$$\begin{aligned} \text{D einsetzen: (II)} \quad -1 &= -(-4)^2 + p \cdot (-4) + q \\ \Longleftrightarrow \quad -1 &= -16 - 4p + q && (q = -5 - p \text{ einsetzen}) \\ \Longleftrightarrow \quad -1 &= -16 - 4p - 5 - p && \mid +5p \\ \Longleftrightarrow \quad -1 + 5p &= -21 && \mid +1 \\ \Longleftrightarrow \quad 5p &= -20 && \mid :5 \\ \Longleftrightarrow \quad p &= -4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Einsetzen in } q = -5 - p\text{:} \quad q &= -5 - p \\ \Longleftrightarrow \quad q &= -5 - (-4) \\ \Longleftrightarrow \quad q &= -1 \end{aligned}$$

Die Funktionsgleichung lautet $\underline{\underline{p_2: y = -x^2 - 4x - 1}}$.

e) Der Scheitelpunkt der Parabel p_3 kann zu $S_3\left(\overset{x_s}{-2}\,\middle|\,\overset{y_s}{6}\right)$ abgelesen werden. Unter Berücksichtigung des negativen Vorzeichens kann damit die Scheitelpunktform aufgestellt und zur Normalform umgeformt werden:

$$\begin{aligned} \Longleftrightarrow \quad y &= -(x - x_s)^2 + y_s \\ \Longleftrightarrow \quad y &= -(x - (-2))^2 + 6 \\ \Longleftrightarrow \quad y &= -(x + 2)^2 + 6 \\ \Longleftrightarrow \quad y &= -(x + 2)(x + 2) + 6 \\ \Longleftrightarrow \quad y &= -(x^2 + 2x + 2x + 4) + 6 \\ \Longleftrightarrow \quad y &= -x^2 - 4x - 4 + 6 \\ \Longleftrightarrow \quad & \underline{\underline{p_3: y = -x^2 - 4x + 2}} \end{aligned}$$

f) Für die Berechnung der Koordinaten der Schnittpunkte T und U werden zunächst die beiden Gleichungen gleichgesetzt.

$$\begin{aligned} x^2 - 2x + 1 &= 2x - 2 && \mid -(2x - 2) \\ \Longleftrightarrow \quad x^2 - 4x + 3 &= 0 \end{aligned}$$

Lösungsformel:
$a = 1; b = -4; c = 3$

$$\begin{aligned} x_{1;2} &= \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2a} \\ &= \frac{4 \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3}}{2 \cdot 1} \end{aligned}$$

$x_1 = 1 \quad \text{und} \quad x_2 = 3$

p-q-Formel:
$p = -4; q = 3$

$$\begin{aligned} x_{1;2} &= -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q} \\ &= -\frac{-4}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{(-4)}{2}\right)^2 - 3} \end{aligned}$$

$x_1 = 1 \quad \text{und} \quad x_2 = 3$

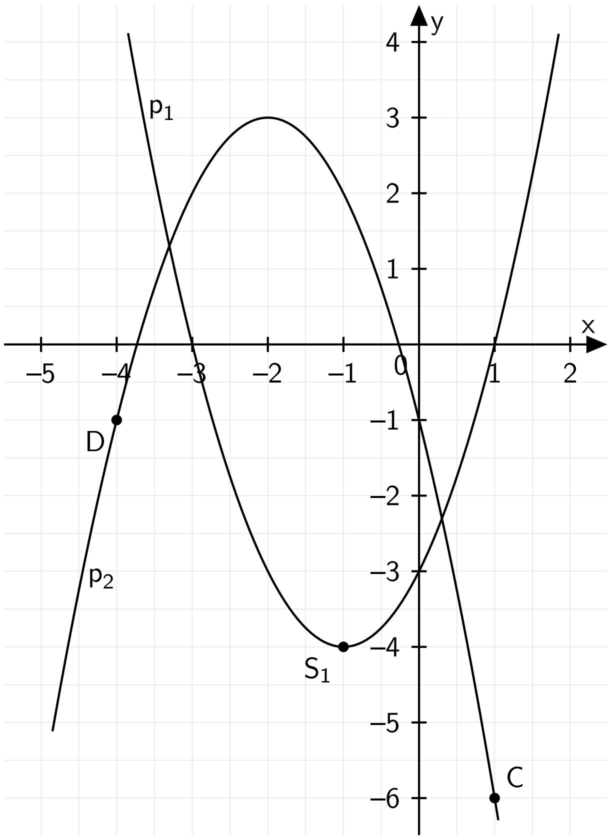
Beide Werte können nun in eine der Gleichungen eingesetzt werden um die zugehörigen y-Werte zu ermitteln:

$$p_4: y = x^2 - 2x + 1 \quad \Rightarrow \quad y_1 = 1^2 - 2 \cdot 1 + 1 = 0$$
$$p_4: y = x^2 - 2x + 1 \quad \Rightarrow \quad y_2 = 3^2 - 2 \cdot 3 + 1 = 4$$

Die Koordinaten der Schnittpunkte lauten $\underline{\underline{T\,(1\,|\,0)}}$ und $\underline{\underline{U\,(3\,|\,4)}}$.

g) Für die graphische Darstellung von $p_1: y = x^2 + 2x - 3$ und $p_2: y = -x^2 - 4x - 1$ können die bereits bekannten Punkte verwendet oder ggf. weitere Punkte berechnet werden. Der Graph von p_2 ist dabei nach unten geöffnet.

(**Hinweis:** Die Zeichnung ist nicht maßstabsgetreu, da sie für den Buchdruck skaliert wurde.)



2. a) Es handelt sich hier um eine Exponentialfunktion, welche nach der Wachstumsrate q auflöst wird, um den jährlichen Rückgang p zu erhalten:
Gegeben: $W_0 = 67\,279$; $W_9 = 81\,240$
Gesucht: q und p

$$W_9 = W_0 \cdot q^9$$
$$81\,240 = 67\,279 \cdot q^9 \qquad |:67\,279$$
$$\iff \quad q^9 = \frac{81\,240}{67\,279}$$
$$\iff \quad q = \sqrt[9]{\frac{81\,240}{67\,279}} \approx 1{,}021 = 102{,}1\,\%$$
$$\implies p = 102{,}1\,\% - 100\,\% = 2{,}1\,\%$$

Die Einwohnerzahl steigt also jährlich um $\underline{\underline{p = 2{,}1\,\%}}$.

b) Um die Anzahl der Personen dieser Altergruppe zu Beginn der beiden Jahre zu berechnen, wird W_0 gesucht:

Gegeben: $W_2 = 3\,245$; $q = 1 - 0{,}013 = 0{,}987$
Gesucht: W_0

$$\begin{aligned} && W_2 &= W_0 \cdot q^2 && \\ && 3\,245 &= W_0 \cdot 0{,}987^2 && \mid : 0{,}987^2 \\ \Longleftrightarrow && \frac{3\,245}{0{,}987^2} &= W_0 && \\ \Longleftrightarrow && W_0 &\approx 3\,331 && \end{aligned}$$

Vor zwei Jahren waren es noch $\underline{\underline{3\,331}}$ unter 6-jährige Kinder.

c) Um den Verdoppelungszeitraum in Jahren auszurechnen, wird somit n gesucht:
Gegeben: $W_n = 2 \cdot W_0$; $q = 1{,}0375$
Gesucht: n

$$\begin{aligned} && W_n &= W_0 \cdot q^2 && \mid : W_0 \\ && 2 &= 1 \cdot 1{,}0375^n && \mid \log_{1,0375}() \\ \Longleftrightarrow && n &= \log_{1,0375}(2) && \\ \Longleftrightarrow && n &\approx 19 && \end{aligned}$$

Nach $\underline{\underline{19}}$ Jahren hat sich die Einwohnerzahl verdoppelt.

3. Zunächst werden alle Winkel im Dreieck bestimmt, die dann für die Berechnung der Längen der Strecken benötigt werden. Im Dreieck ABD liegt ein rechter Winkel vor und der gegebene Winkel $\alpha = 28^\circ$. Aufgrund der Innenwinkelsumme im Dreieck gilt:

$$\begin{aligned} && \alpha + 90^\circ + \sphericalangle ABD &= 180^\circ && \\ \Longleftrightarrow && 28^\circ + 90^\circ + \sphericalangle ABD &= 180^\circ && \mid -118^\circ \\ \Longleftrightarrow && \sphericalangle ABD &= 62^\circ && \end{aligned}$$

Da $\beta = 140^\circ$ gegeben ist, ergibt sich daraus die Größe des Winkels $\sphericalangle DBC$:

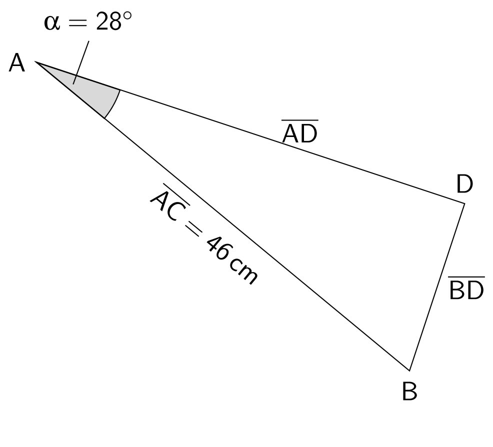
$$\begin{aligned} && \sphericalangle ABD + \sphericalangle DBC &= \beta && \\ \Longleftrightarrow && 62^\circ + \sphericalangle DBC &= 140^\circ && \mid -62^\circ \\ \Longleftrightarrow && \sphericalangle DBC &= 78^\circ && \end{aligned}$$

Zunächst wird nun das Dreieck ABD betrachtet. Mithilfe der gegebenen Größen $\overline{AB} = 46\,\text{cm}$ und $\alpha = 28^\circ$, können hier die Längen $\overline{AD}$ und $\overline{BD}$ bestimmt werden:

$$\begin{aligned} && \sin\alpha &= \frac{\overline{BD}}{\overline{AB}} && \mid \cdot \overline{AB} \\ \Longleftrightarrow && \overline{BD} &= \sin(28^\circ) \cdot 46\,\text{cm} && \\ \Longleftrightarrow && \overline{BD} &\approx 21{,}6\,\text{cm} && \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} && \cos\alpha &= \frac{\overline{AD}}{\overline{AB}} && \mid \cdot \overline{AB} \\ \Longleftrightarrow && \overline{AD} &= \cos(28^\circ) \cdot 46\,\text{cm} && \\ \Longleftrightarrow && \overline{AD} &\approx 40{,}6\,\text{cm} && \end{aligned}$$

Skizze Dreieck ABD:



1. a) Die Gerade g_1 hat die Funktionsgleichung $y = -0{,}5x + 3$.

Berechnen Sie die Koordinaten des Schnittpunktes N von g_1 mit der x-Achse und geben Sie N an.

b) Übertragen Sie die Wertetabelle zur Geraden g_1 auf Ihr Lösungsblatt und ergänzen Sie die fehlenden Werte

x	5	
y		21

c) Die Gerade g_2 verläuft durch den Punkt $B(-2{,}5\,|\,0)$ und steht senkrecht auf der Geraden g_1.

Bestimmen Sie rechnerisch die Funktionsgleichung der Geraden g_2.

d) Zeichnen Sie die Geraden g_1 und g_2 in ein Koordinatensystem mit der Längeneinheit 1 cm.

e) Die Gerade g_3 verläuft durch die Punkte $C(-1\,|\,-1)$ und $D(4\,|\,1)$.

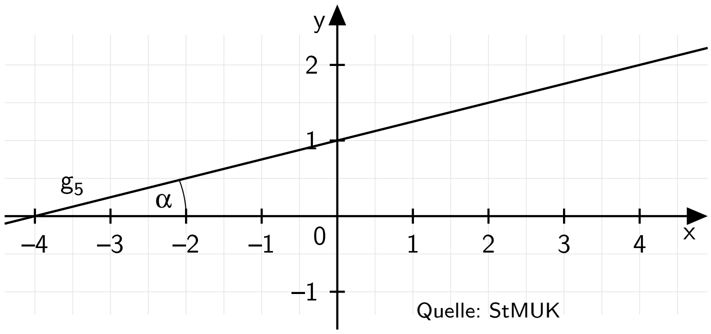
Ermitteln Sie die Funktionsgleichung von g_3 rechnerisch.

f) Die Gerade g_4: $-0{,}5x = -5 - y$ schneidet die Gerade g_1 im Punkt T.

Bestimmen Sie durch Rechnung die Koordinaten dieses Schnittpunkts T und geben Sie T an.

g) Gegeben ist der Graph der Funktion g_5 (siehe Zeichnung).

Geben Sie die Funktionsgleichung der Geraden g_5 an.



h) Berechnen Sie den Winkel α (siehe Zeichnung).

(9 Pkt.)

Fortsetzung nächste Seite

2. Lösen Sie die folgende Gleichung rechnerisch.

   Geben Sie die Definitionsmenge und die Lösungsmenge an.

$$\frac{60}{x} - \frac{32}{x+1} = \frac{26}{x-2}$$

(4 Pkt.)

3. Am 1. Januar 1998 hatte ein Sportverein in einer Großstadt 85 000 Mitglieder.

   a) Die Mitgliederzahl sank bis zum 1. Januar 2017 auf 63 750 Mitglieder. Bestimmen Sie die durchschnittliche prozentuale Abnahme pro Jahr.

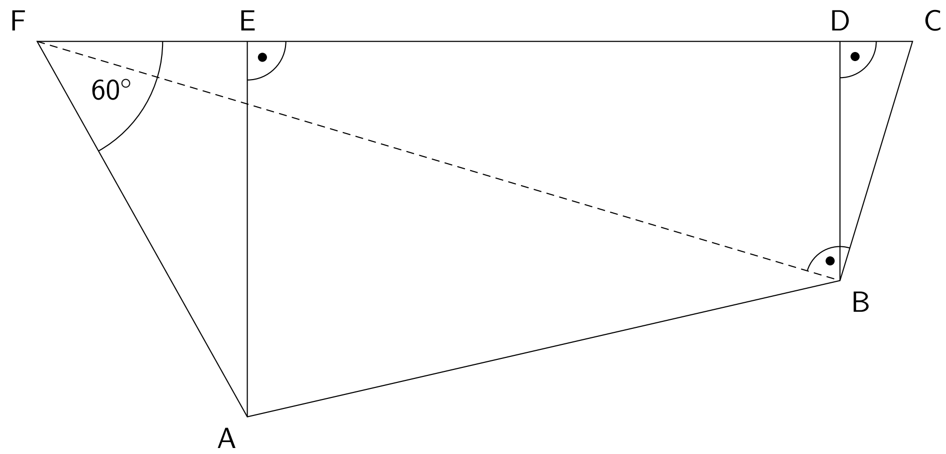
   b) Am 1. Januar 2019 hatte der Verein 67 800 Mitglieder. Die Vereinsführung erhoffte sich ab diesem Zeitpunkt ein jährliches Wachstum von 2,9 %. Berechnen Sie, nach wie vielen Jahren der Verein in diesem Fall wieder den Mitgliederstand vom 1. Januar 1998 erreichen würde. Runden Sie das Ergebnis auf volle Jahre.

   c) Berechnen Sie die Mitgliederzahl am 1. Januar 2030 im Falle einer gleichbleibenden jährlichen Steigerung um 3,3 % ab dem 1. Januar 2019.

(4 Pkt.)

4. In nachstehender Skizze gilt:

   $\overline{AF} = 16\,\text{dm}$, $\overline{ED} = 22\,\text{dm}$, $\overline{DC} = 2\,\text{dm}$



Quelle: StMUK

Hinweis: Skizze nicht maßstabsgetreu

   a) Berechnen Sie den Flächeninhalt des Trapezes ABDE.

   b) In der oben abgebildeten Skizze lässt sich der Kathetensatz anwenden.

      Stellen Sie eine korrekte Anwendung dieses Satzes mit den entsprechenden Streckenbezeichnungen auf.

(5 Pkt.)

Fortsetzung nächste Seite

9. Eine Lehrkraft bereitet für die Abschlussfeier 40 äußerlich identische Glückskekse vor. 24 davon enthalten je einen Wunsch für die Zukunft (W), zwölf enthalten ein jeweils unterschiedliches Sprichwort (S) und in den restlichen Keksen steckt jeweils ein Glückssymbol (G).

   a) Alle Glückskekse befinden sich in einem Karton und sollen in zufälliger Reihenfolge einzeln herausgenommen werden.

      Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass der erste herausgenommene Keks ein Glückssymbol enthält.

   b) Die Schülersprecherin darf als erste nacheinander zwei Kekse zufällig herausnehmen. Es wird nur zwischen den zwei Ereignissen „W“ und „kein W“ unterschieden.

      Erstellen Sie dazu ein Baumdiagramm. Beschriften Sie die Äste mit den jeweiligen Wahrscheinlichkeiten und berechnen Sie, mit welcher Wahrscheinlichkeit die Schülersprecherin mindestens ein „W“ zieht.

   c) Nachdem alle 40 Kekse entnommen worden sind, werden die zwölf Sprichwöter nun laut vorgelesen.

      Berechnen Sie die Anzahl aller möglichen Reihenfolgen, in denen die Sprichwörter vorgelesen werden können.

(4 Pkt.)

1. a) Um den Schnittpunkt mit der x-Achse zu bestimmen wird $y = 0$ gesetzt:

$$\begin{aligned} & 0 = -0{,}5x + 3 && \mid +0{,}5x \\ \Longleftrightarrow\quad & 0{,}5x = 3 && \mid \cdot 2 \\ \Longleftrightarrow\quad & x = 6 \end{aligned}$$

Die Koordinaten des Schnittpunktes mit der x-Achse lauten $\underline{\underline{N\,(6\,|\,0)}}$.

b) Es wird jeweils der gegebene Wert, also x oder y in die Funktionsgleichung eingesetzt und dann ggf. nach dem gesuchten Wert umgeformt:

$$\begin{aligned} x = 5 \quad &\Rightarrow \quad y = -0{,}5 \cdot 5 + 3 = 0{,}5 \\ y = 21 \quad &\Rightarrow \quad 21 = -0{,}5x + 3 \quad \Longleftrightarrow \quad -0{,}5x = 18 \quad \Longleftrightarrow \quad x = -36 \end{aligned}$$

Die vollständig ausgefüllt Tabelle ist demnach:

x	5	**–36**
y	**0,5**	21

c) Wenn die Gerade senkrecht zu g_1 stehen soll, so ist ihr Anstieg das negativ Inverse des Anstiegs von g_1:

$$m_2 = -\frac{1}{m_1} = -\frac{1}{-0{,}5} = 2$$

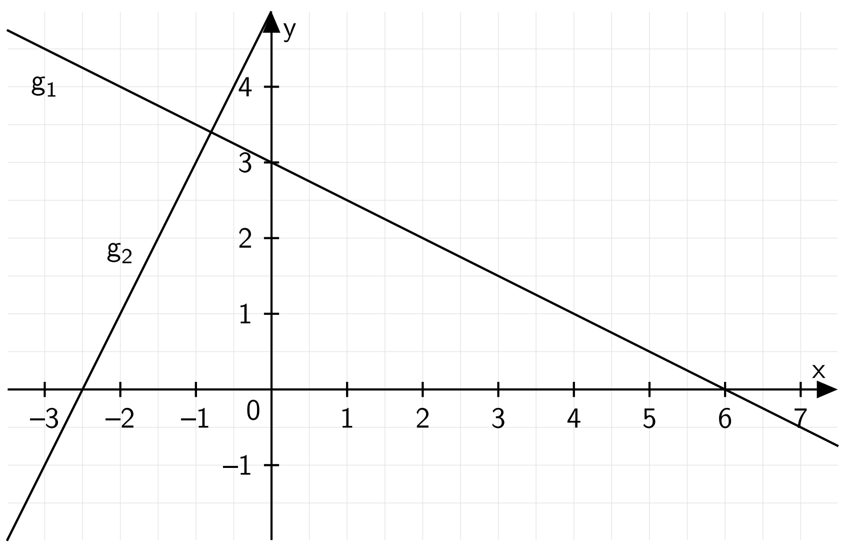
Setzt man die Steigung $m = 2$ und die Koordinaten des Punktes B in die allgemeine Form $y = mx + t$ ein, folgt:

$$\begin{aligned} & y = m_2x + t_2 \\ \Longleftrightarrow\quad & 0 = 2 \cdot (-2{,}5) + t_2 \\ \Longleftrightarrow\quad & 0 = -5 + t_2 && \mid +5 \\ \Longleftrightarrow\quad & t_2 = 5 \end{aligned}$$

Die Gleichung der Geraden lautet $\underline{\underline{g_2\colon y = 2x + 5}}$.

d) Die grafische Darstellung kann anhand bereits bestimmter Punkte, möglicher weiterer Punkte oder mithilfe eines Steigungsdreiecks erfolgen:

(**Hinweis:** Die Darstellung ist nicht maßstabsgetreu, da sie für den Buchdruck skaliert wurde.)



e) Aus den Koordinaten der beiden Punkte $C(-1\,|\,-1)$ und $B(4\,|\,1)$ kann zunächst die Steigung m bestimmt werden:

$$m_3 = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{1-(-1)}{4-(-1)} = \frac{2}{5}$$

Setzt man die Steigung $m = \frac{2}{5}$ und die Koordinaten eines Punktes (gewählt wird C) in die allgemeine Form $y = mx + t$ ein, folgt:

$$\begin{aligned} & y = m_3 x + t_3 \\ \Longleftrightarrow\quad & -1 = -1 \cdot \frac{2}{5} + t_2 \\ \Longleftrightarrow\quad & -1 = -\frac{2}{5} + t_2 \qquad \Big|\frac{2}{5} \\ \Longleftrightarrow\quad & t_2 = -\frac{3}{5} \end{aligned}$$

Die Gleichung der Gerade lautet $\underline{\underline{g_3: y = \frac{2}{5}x - \frac{3}{5}}}$.

f) Die Gleichung der Gerade g_4 wird zunächst in die Form $y = mx + t$ gebracht:

$$\begin{aligned} & -0{,}5x = -5 - y \qquad |+y \\ \Longleftrightarrow\quad & y - 0{,}5x = -5 \qquad |+0{,}5x \\ \Longleftrightarrow\quad & y = 0{,}5x - 5 \end{aligned}$$

Um die Koordinaten des Schnittpunkts zu ermitteln, werden die Gleichungen beider Geraden g_1 und g_4 gleichgesetzt:

$$\begin{aligned} & -0{,}5x + 3 = 0{,}5x - 5 \qquad |+0{,}5x \\ \Longleftrightarrow\quad & 3 = x - 5 \qquad |+5 \\ \Longleftrightarrow\quad & x = 8 \end{aligned}$$

Um den zugehörigen Funktionswert y zu bestimmen, wird dieser Wert in eine der beiden Funktionsgleichungen (es wird g_1 gewählt) eingesetzt:

$$y = -0{,}5 \cdot 8 + 3 = -4 + 3 = -1$$

Die Koordinaten des Schnittpunktes lauten $\underline{\underline{T(8\,|\,-1)}}$.

g) Der Wert t_5 kann direkt aus dem Schnittpunkt mit der y-Achse zu $t_5 = 1$ abgelesen werden. Desweiteren kann der Punkt $(-4\,|\,0)$ abgelesen werden. Setzt man dies in die Normalform $y = mx + t$ ein, folgt:

$$\begin{aligned} & y = m_5 \cdot x + t_5 \\ \Longleftrightarrow\quad & 0 = m_5 \cdot (-4) + 1 \qquad |-1 \\ \Longleftrightarrow\quad & -1 = -4m_5 \qquad |:(-4) \\ \Longleftrightarrow\quad & m_5 = \frac{1}{4} \end{aligned}$$

Die Funktionsgleichung lautet $\underline{\underline{g_5: y = \frac{1}{4}x + 1}}$.

h) Der Winkel kann aus der Steigung von g_5 berechnet werden:

$$\tan\alpha = |m_5| = \frac{1}{4} \quad \Rightarrow \quad \underline{\underline{\alpha \approx 14^\circ}}$$

2. Der Nenner der Brüche darf niemals null werden, da nicht durch null geteilt werden darf. Es gilt also:

$$\begin{array}{lllll} x \neq 0 & \text{und} & x+1 \neq 0 & \text{und} & x-2 \neq 0 \\ x \neq 0 & \text{und} & x \neq -1 & \text{und} & x \neq 2 \end{array}$$

Die Definitionsmenge lautet $\underline{\underline{\mathbb{D} = \mathbb{R}\setminus\{-1; 0; 2\}}}$.

Die linke Seite der Gleichung wird zunächst auf einen Hauptnenner gebracht. Dann können die Brüche eliminiert und weiter umgeformt werden:

$$\begin{array}{lrcll}
 & \frac{60}{x} - \frac{32}{x+1} & = & \frac{26}{x-2} & \\
\Longleftrightarrow & \frac{60(x+1)}{x(x+1)} - \frac{32x}{x(x+1)} & = & \frac{26}{x-2} & \\
\Longleftrightarrow & \frac{60x+60-32x}{x^2+x} & = & \frac{26}{x-2} & |\cdot(x^2+x) \\
\Longleftrightarrow & 28x+60 & = & \frac{26(x^2+x)}{x-2} & |\cdot(x-2) \\
\Longleftrightarrow & (28x+60)(x-2) & = & 26(x^2+x) & \\
\Longleftrightarrow & 28x^2-56x+60x-120 & = & 26x^2+26x & |-(26x^2+26x) \\
\Longleftrightarrow & 2x^2-22x-120 & = & 0 & |:2 \\
\Longleftrightarrow & x^2-11x-60 & = & 0 &
\end{array}$$

Die Lösung kann nun mithilfe der Lösungsformel oder der p-q-Formel ermittelt werden:

Lösungsformel:
$a = 1;\ b = -11;\ c = -60$

$$\begin{aligned} x_{1;2} &= \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4\cdot a\cdot c}}{2\cdot a} \\ &= \frac{-(-11) \pm \sqrt{(-11)^2 - 4\cdot 1\cdot(-60}}{2\cdot 1} \end{aligned}$$

$x_1 = -4 \quad \text{und} \quad x_2 = 15$

p-q-Formel:
$p = -11;\ q = -60$

$$\begin{aligned} x_{1;2} &= -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q} \\ &= -\frac{-11}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-11}{2}\right)^2 - (-60)} \end{aligned}$$

$x_1 = -4 \quad \text{und} \quad x_2 = 15$

Die Lösungsmenge der Gleichung lautet $\underline{\underline{\mathbb{L} = \{-4; 15\}}}$

3. a) Es handelt sich um eine exponentielle Abnahme. Die Anzahl der Mitglieder zu Beginn und die Anzahl der Mitglieder nach 19 Jahren ist gegeben und der prozentuale jährlicher Rückgang ist gesucht.

Gegeben: $W_0 = 85000;\ W_{19} = 63750$

Gesucht: p und q

$$W_{19} = W_0 \cdot q^{19}$$

$$
\begin{aligned}
\Longleftrightarrow \quad 63750 &= 85000 \cdot q^{19} && \mid : 85000 \\
\Longleftrightarrow \quad \frac{63750}{85000} &= q^{19} && \mid \sqrt[19]{\ } \\
\Longleftrightarrow \quad q &\approx 0{,}985
\end{aligned}
$$

Der durchschnittliche jährliche Rückgang liegt bei $p = 1 - 0{,}985 = 0{,}015 = \underline{\underline{1{,}5\,\%}}$.

b) Gesucht ist nun die Zahl der Jahre n, nach der der Ausgangswert $W_0 = 67800$ bei gleichbleibender jährlicher Steigerung von 2,9 % auf dern Wert $W_n = 85000$ gestiegen ist.

Gegeben: $W_0 = 67800$; $W_n = 85000$; $q = 100\,\% + 2{,}9\,\% = 102{,}9\,\% = 1{,}029$

Gesucht: n

$$
\begin{aligned}
W_n &= W_0 \cdot q^n \\
\Longleftrightarrow \quad 85000 &= 67800 \cdot 1{,}029^n && \mid : 67800 \\
\Longleftrightarrow \quad \frac{85000}{67800} &= 1{,}029^n && \mid \log_{1{,}029}(\ ) \\
\Longleftrightarrow \quad n &\approx 8
\end{aligned}
$$

Bei dem erhofften jährlichen Anstieg wäre die ursprüngliche Mitgliederzahl nach etwa $\underline{\underline{\text{8 Jahren}}}$ erreicht.

c) Als Startwert wird weiterhin der Wert $W_0 = 67800$ im Jahr 2019 verwendet. Gesucht ist die Anzahl der Mitglieder nach $n = 11$ Jahren, wenn eine gleichbleibende jährliche Steigerung um 3,3 % auftritt.

Gegeben: $W_0 = 67800$; $q = 100\,\% + 3{,}3\,\% = 103{,}3\,\% = 1{,}033$

Gesucht: W_{11}

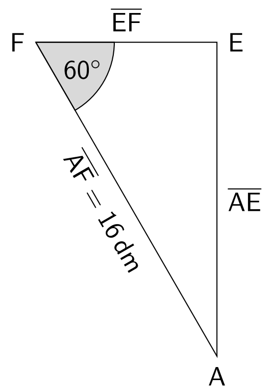
$$W_{11} = W_0 \cdot q^{11} = 67800 \cdot 1{,}033^{11} = 96902$$

Im Falle der gegebenen jährlichen Steigerung läge die Mitgliederzahl im Jahr 2030 bei $\underline{\underline{96902}}$.

4. a) Der Flächeninhalt eines Trapezes ergibt sich aus der Länge der beiden parallelen Seiten, also hier $\overline{AE}$ und $\overline{BD}$, sowie der Höhe des Trapezes, hier also $\overline{ED}$ zu:

$$A_{ABDE} = \frac{(\overline{AE} + \overline{BD}) \cdot \overline{ED}}{2}$$

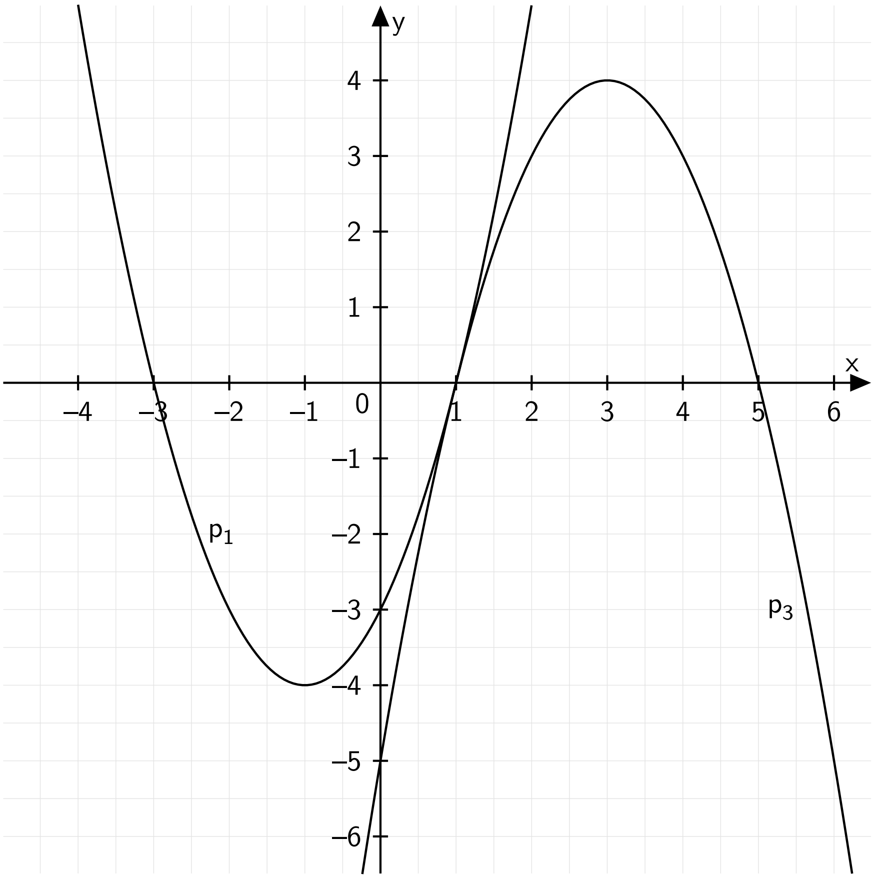
Die Länge $\overline{ED} = 22\,\text{dm}$ ist dabei bereits gegeben. Die Länge $\overline{AE}$ kann im Dreieck AEF bestimmt werden:



$$
\begin{aligned}
\sin(60^\circ) &= \frac{\overline{AE}}{\overline{AF}} && \mid \cdot \overline{AF} \\
\Longleftrightarrow \quad \overline{AE} &= \sin(60^\circ) \cdot 16\,\text{dm} \\
\Longleftrightarrow \quad \overline{AE} &\approx 13{,}9\,\text{dm}
\end{aligned}
$$

e) Für die grafische Darstellung können bereits ermittelte Punkte der letzten Teilaufgaben oder weitere berechnete Punkte verwendet werden.

(**Hinweis:** Die Darstellung ist nicht maßstabsgetreu, da sie für den Buchdruck skaliert wurde.)



f) Wenn $D\,(0\,|\,1)$ ein gemeinsamer Punkt von Parabel und Gerade ist, muss sich beim Einsetzen der Koordinaten in die Funktionsgleichungen jeweils eine wahre Aussage ergeben.

$$\begin{array}{rll} \text{D in } p_4: & 1 = (0-2)^2 - 3 & \\ \Longleftrightarrow & 1 = 4 - 3 & \\ \Longleftrightarrow & 1 = 1 & \text{(wahre Aussage)} \\ \text{D in g:} & 0 = 1 - 3 & \\ \Longleftrightarrow & 0 = -2 & \text{(falsche Aussage)} \end{array}$$

Das Einsetzen von D in g führt zu einer falschen Aussage. Damit liegt D nicht auf g und kann somit auch kein gemeinsamer Punkt von p_4 und g sein.

g) Die Koordinaten des Scheitelpunktes von p_4 können direkt aus der schon vorliegenden Scheitelpunktform abgelesen werden zu $S_4\,(2\,|-3)$. Bei Spiegelung an der x-Achse ändert sich das Vorzeichen der y-Koordinate, sodas der Scheitelpunkt von p_5 die Koordinaten $S_5\,(2\,|\,3)$ besitzt. Mithilfe dieser Koordinaten kann direkt die Scheitelpunktform von p_5 angegeben werden. Zu beachten ist dabei allerdings, dass p_4 eine nach oben geöffnete Parabel ist, sodass die gespiegelte Parabel p_5 nach unten geöffnet sein muss und in der Gleichung somit ein negatives Vorzeichen berücksichtigt werden muss: $\underline{\underline{p_5: y = -(x-2)^2 + 3}}$.

6. a) Zunächst muss anhand der Struktur der gegebenen Gleichung die korrekte binomische Formel zugeordnet werden. Es handelt sich um die erste binomische Formel $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

(Seiten vertauscht). Aus den gegebenen Termen auf der linken Seite der Gleichung kann dabei $a^2 = 25x^6y^2$ und $b^2 = 36z^8$ zugeordnet werden. Daher gilt:

$$\begin{aligned} a^2 = 25x^6y^2 \quad &\Rightarrow \quad a = \sqrt{25}\cdot\sqrt{x^6}\cdot\sqrt{y^2} = 5x^3y \\ b^2 = 36z^8 \quad &\Rightarrow \quad b = \sqrt{36}\text{cdot}\sqrt{z^8} = 6z^4 \\ &\Rightarrow \quad 2ab = 2\cdot 5x^3y\cdot 6z^4 = 60x^3yz^4 \end{aligned}$$

Die so gefundenen Terme können nun in die allgemeine erste binomische Formel eingesetzt werden und es ergibt sich der gesuchte komplette Ausdruck:

$$25x^6y^2 + 60x^3yz^4 + 36z^8 = (5x^3y + 6z^4)^2$$

b) Zunächst wird jeweils nach Koeffizient und Variablen getrennt und dann mithilfe der Potenzgesetze vereinfacht.

(I) Alle Koeffizienten werden zunächst separiert und zusammengefasst:

$$\frac{0{,}5\cdot(y^4)^{-2}\cdot 4y^3\cdot 6y^6}{12y} = \frac{0{,}5\cdot 4\cdot 6}{12}\cdot\frac{(y^4)^{-2}\cdot y^3\cdot y^6}{y} = 1\cdot\frac{(y^4)^{-2}\cdot y^3\cdot y^6}{y}$$

Im nächsten Schritt werden alle Terme mit mehreren Potenzen aufgelöst. Dabei gilt $(y^a)^b = y^{a\cdot b}$.

$$\frac{(y^4)^{-2}\cdot y^3\cdot y^6}{y} = \frac{y^{4\cdot(-2)}\cdot y^3\cdot y^6}{y} = \frac{y^{-8}\cdot y^3\cdot y^6}{y}$$

Alle Terme unter dem Bruchstrich können nun über den Bruchstrich geschrieben werden, indem der Exponent das Vorzeichen wechselt:

$$\frac{y^{-8}\cdot y^3\cdot y^6}{y^1} = y^{-8}\cdot y^3\cdot y^6\cdot y^{-1}$$

Final werden nun alle Terme mit gleicher Basis y zusammengefasst, indem die Exponenten addiert werden:

$$y^{-8}\cdot y^3\cdot y^6\cdot y^{-1} = y^{-8+3+6-1} = y^0 = \underline{\underline{1}}$$

(II) Hier wird zunächst noch der Wurzelterm umgeschrieben. Dabei ist allgemein $\sqrt[n]{y^m} = y^{\frac{m}{n}}$:

$$\frac{(y^{12})^{0,5}}{\sqrt[4]{y^{16}}} = \frac{(y^{12})^{0,5}}{y^{\frac{16}{4}}} = \frac{(y^{12})^{0,5}}{y^4}$$

Dann wird analog zur vorherigen Teilaufgabe wieder zunächst die doppelten Exponenten aufgelöst, dann der Bruch und schließlich wird zusammengefasst:

$$\frac{(y^{12})^{0,5}}{y^4} = \frac{y^{12\cdot 0,5}}{y^4} = \frac{y^6}{y^4} = y^6\cdot y^{-4} = y^{6-4} = \underline{\underline{y^2}}$$

7. a) Der Streckungsfaktor k ist das Verhältnis von $\overline{A'B'}$ zu $\overline{AB}$. Aufgrund der rechten Winkel sind $[A'Z]$ und $[CE]$ parallel, sodass $\overline{A'C} = \overline{AD} = \overline{EZ}$ ist. Daher gilt:

$$\overline{A'B'} = \overline{B'C} - \overline{A'C} = \overline{B'C} - \overline{EZ} = 6\,\text{m} - 1{,}2\,\text{m} = 4{,}8\,\text{m}$$

$$\overline{AB} = \overline{BD} - \overline{AD} = \overline{BD} - \overline{EZ} = 4\,\text{m} - 1{,}2\,\text{m} = 2{,}8\,\text{m}$$

Für den Streckungsfaktor k gilt damit:

$$k = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{4{,}8\,\text{m}}{2{,}8\,\text{m}} = \underline{\underline{\frac{12}{7} \approx 1{,}7}}$$

b) Die Längen der Seiten $\overline{BZ}$ und $\overline{B'Z}$ stehen aufgrund der Streckung ebenfalls im Verhältnis k. Dabei ist $\overline{BZ} = 56\,\text{m}$ gegeben. Außerdem gilt $\overline{B'Z} = \overline{BB'} + \overline{BZ}$ und damit:

$$\begin{aligned} & \frac{\overline{B'Z}}{\overline{BZ}} = k \\ \Longleftrightarrow\quad & \frac{\overline{BB'} + 56\,\text{m}}{56\,\text{m}} = \frac{12}{7} && |\cdot 56\,\text{m} \\ \Longleftrightarrow\quad & \overline{BB'} + 56\,\text{m} = 96\,\text{m} && |-56\,\text{m} \\ \Longleftrightarrow\quad & \overline{BB'} = \underline{\underline{40\,\text{m}}} \end{aligned}$$

8. a) Die Oberfläche der unteren Halbkugel entspricht der Hälfte der Obefläche der gesamten Kugel:

$$O_{HK} = (4 \cdot r^2 \cdot \pi) : 2 = 2 \cdot (30\,\text{cm})^2 \cdot \pi \approx \underline{\underline{5655\,\text{cm}^2}}$$

b) Die Granitkugel hat einen Durchmesser $d_{GK} = 44\,\text{cm}$ und somit einen Radius $r_{GK} = 22\,\text{cm}$. Damit kann zunächst das Volumen der Kugel berechnet werden:

$$V_{GK} = \frac{4}{3} \cdot r_{GK}^3 \cdot \pi = \frac{4}{3} \cdot (22\,\text{cm})^3 \cdot \pi \approx 44602\,\text{cm}^3$$

Daher gilt für die Masse einer solchen Kugel:

$$m_{GK} = V_{GK} \cdot \rho_G = 44602\,\text{cm}^3 \cdot 2{,}8\,\frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = 44602 \cdot 2{,}8\,\text{g} \approx 124886\,\text{g} \approx \underline{\underline{125\,\text{kg}}}$$

c) Das Volumen des verdrängten Wassers entspricht dem Volumen der Kugel. Das verdrängte Wasser nimmt dabei in einem Zylinder mit Durchmessern $d_Z = 15\,\text{cm}$, also $r_Z = 7{,}5\,\text{cm}$ eine Höhe von 5 cm ein, sodass für das Volumen des verdrängten Wassers

$$V_W = A_G \cdot h = r_Z^2 \cdot \pi \cdot 5\,\text{cm} = (7{,}5\,\text{cm})^2 \cdot \pi \cdot 5\,\text{cm} \approx 883{,}573\,\text{cm}^3$$

Demnach ist auch das Volumen der Deko-Kugel gleich $V_{DK} = 883{,}573\,\text{cm}^3$. Damit kann zunächst der Radius einer solche Kugel bestimmt werden:

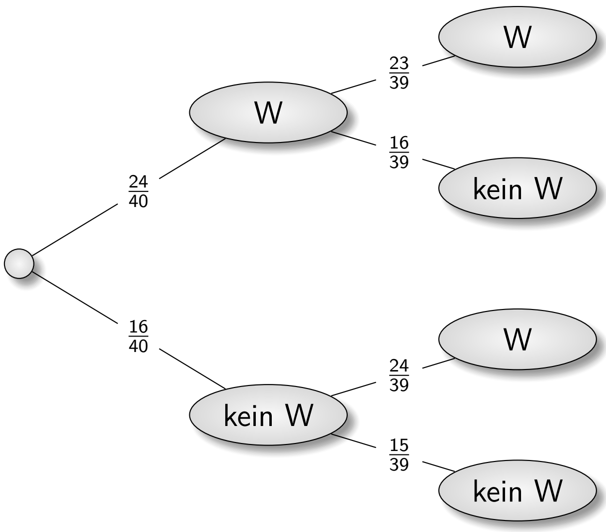
$$\begin{aligned} & \frac{4}{3} \cdot r_{DK}^3 \cdot \pi = V_{DK} && \left|: \left(\frac{4}{3} \cdot \pi\right)\right. \\ \Longleftrightarrow\quad & r_{DK}^3 = \frac{883{,}573\,\text{cm}^3}{\frac{4}{3} \cdot \pi} && |\sqrt[3]{\ } \\ \Longleftrightarrow\quad & r_{DK} = \sqrt[3]{\frac{883{,}573\,\text{cm}^3}{\frac{4}{3} \cdot \pi}} \\ \Longleftrightarrow\quad & r_{DK} \approx 5{,}95\,\text{cm} \end{aligned}$$

Der Durchmesser einer Deko-Kugel beträgt also $2 \cdot 5{,}95\,\text{cm} = \underline{\underline{11{,}9\,\text{cm}}}$.

9. a) Es sind insgesamt 40 Kekse, davon 24 mit Zukunftswunsch (W), 12 mit Sprichwort (S). Daher verbleiben $40-24-12 = 4$ Kekse mit Glückssymbol (G). Die Wahrscheinlichkeit einen solche zu ziehen ist also

$$\underline{\underline{\frac{4}{40} = \frac{1}{10} = 0{,}1}}.$$

b) Beim ersten Ziehen gibt es insgesamt 40 Kekse, davon 24 mal „W" und $40-24 = 16$ mal „kein W". Beim zweiten Ziehen gibt es insgesamt nur noch 39 Kekse, da nicht zurückgelegt wird. Damit ergibt sich das Baumdiagramm:



„Mindestens ein W" wird von den Kombinationen W-W, W-kein W und kein W-W erfüllt. Entsprechend der Pfadregeln gilt also für die gesuchte Wahrscheinlichkeit:

$$p = \frac{24}{40} \cdot \frac{23}{39} + \frac{24}{40} \cdot \frac{16}{39} + \frac{16}{40} \cdot \frac{24}{39} = \frac{552 + 384 + 384}{1560} = \underline{\underline{\frac{1320}{1560} = \frac{11}{13} \approx 0{,}846}}$$

c) Für das erste vorgelesene Sprichwort gibt es noch 12 Möglichkeiten, für das zweite nur noch 11 etc. Die Anzahl der möglichen Reihenfolgen ist daher

$$12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot \ldots \cdot 1 = 12! = \underline{479001600}$$

PERFEKT VORBEREITET AUF DEN MSA 10. Klasse Bayern 2022

ENTWICKELT VON PÄDAGOGEN

- Original-Prüfungsaufgaben mit Lösungen 2014 - 2021
- Anschauliche, ausführliche und nachvollziehbare Lösungswege
- Ideal zur Vorbereitung auf einzelne Arbeiten während des Schuljahres
- Digitalisierte Original-Prüfungen, Schritt für Schritt vorgerechnet

Mathe M10 - Trainer für den MSA 2022

DIGITALES COACHING

- Neue **Lernplattform** mit geschützem Mitgliederbereich
- Themenbezogene, kurze, verständliche Lernvideos
- Individuelles Online-Coaching
- Prüfungsvorbereitung Online
- Immer auf dem aktuellsten Stand

Alle weiteren Informationen auf www.lern.de

SCAN ME

Hier wachsen kluge Köpfe

lernverlag®
www.lern-verlag.de

Bestell-Nr.:
EAN 9783743000865

Mittelschule 10. Klasse | Mittlerer Schulabschluss | Bayern

ISBN 978-3-7430-0086-5

€ 11,90

9 783743 000865 >

lern.de Bildungsgesellschaft mbH
lernverlag
Fürstenrieder Straße 52
80686 München
E-Mail: kontakt@lern-verlag.de