10. Klasse

Wirtschaftsschule MSA Bayern

Mathematik

- Die ideale Prüfungsvorbereitung -

MSA 2022

BLICK ins BUCH inkl. Prüfung 2021

DIGITALES COACHING

WS 10

Wirtschaftsschule 10. Klasse | Mittlerer Schulabschluss | Bayern

lernverlag®
www.lern-verlag.de

Original-Prüfungen
Mathematik
Wirtschaftsschule Bayern
2022

erstellt

für Schülerinnen und Schüler der
Wirtschaftsschulen in Bayern

lernverlag®
www.lern-verlag.de

Vorwort

Liebe Schülerinnen, liebe Schüler,

in diesem speziellen Prüfungsvorbereitungsbuch **Original-Prüfungen Mathematik Wirtschaftsschule Bayern 2022** sind die letzten sechs zentral gestellten Original-Prüfungen der Jahre 2016 bis 2021 und der neuen Musterprüfungen (LehrplanPLUS) enthalten. Die Lösungen sind schülergerecht, lehrplankonform und ausführlich ausgearbeitet. In den älteren Prüfungen wurden die Themen, die nicht mehr lehrplankonform sind, entsprechend markiert.

Hinweise - Änderungen

Die Abschlussprüfung 2022 findet nach Vorgaben des *Bayerischen Staatsministeriums für Unterricht und Kultus* am **30.06.2022** statt.

(Stand 01.09.2021 - Angaben ohne Gewähr)

Als **Hilfsmittel** ist ein elektronischer, nicht programmierbarer Taschenrechner und die zugelassene Merkhilfe erlaubt.

Neues

Wir haben eine neue **Lernplattform** eingerichtet. Hier findet man im gesicherten Mitgliederbereich hilfreiche Erklär- und Lösungsvideos zu vielen Mathe-Themen und zu den Lösungen der Original-Prüfungen. Jetzt bei **https://lern.de** einen Platz sichern.

Zeit- und ortsunabhängig online für einzelne Arbeiten in der Schule oder den MSA 2022 lernen.

Tipps

Fangen Sie rechtzeitig an sich auf die Abschlussprüfung vorzubereiten und arbeiten Sie kontinuierlich alte Prüfungen durch. Wiederholen Sie die einzelnen Prüfungen mehrmals, um die notwendige Sicherheit zu erlangen. Zur Lernzielkontrolle können Sie den Prüfungsplaner im Innenteil dieses Prüfungsvorbereitungsbuch verwenden.

Üben Sie also, so oft Sie können.

Notenschlüssel

Der Notenschlüssel wird vom *Bayerischen Staatsministerium für Unterricht und Kultus* festgelegt. In der folgenden Tabelle finden Sie den Notenschlüssel der letzten Prüfungsjahrgänge.

Jahrgang ab 2018 - 2021

Note 1:	75,0 – 64,5	Punkte
Note 2:	64,0 – 53,0	Punkte
Note 3:	52,5 – 42,0	Punkte
Note 4:	41,5 – 30,5	Punkte
Note 5:	30,0 – 15,0	Punkte
Note 6:	14,5 – 0	Punkte

Druck: Deutschland
Autoren: Sascha Jankovic und Simon Rümmler sowie das Team der lern.de Bildungsgesellschaft mbH.

7. ergänzte Auflage © 2021 **1. Druck** **ISBN-Nr.:** 978-3-7430-0084-1

Artikelnummer: EAN 9783743000841

Impressum
lern.de Bildungsgesellschaft mbH (lernverlag)
Geschäftsführer: Sascha Jankovic
Fürstenrieder Str. 52
80686 München
Amtsgericht München: HRB 205623
E-Mail: kontakt@lern-verlag.de – https://www.lern-verlag.de

Wir danken dem *Bayerischen Staatsministerium für Unterricht und Kultus* für die freundliche Genehmigung, die Original-Prüfungen abdrucken zu dürfen. Die Lösungsvorschläge liegen nicht in der Verantwortung des Ministeriums.

Aktuelles Rund um die Prüfung 2022 und diesem Buch

Als kleiner Verlag schreiben wir für alle Schüler:innen nachvollziehbare, verständliche und ausführliche Lösungen zu den Original-Prüfungen und versuchen unsere Titel auch während des Schuljahres immer aktuell zu halten. Da wir seit über 20 Jahren individuelle Lernförderung durchführen, stehen bei uns alle Schüler:innen an erster Stelle, wenn es um Fragen rund um das Buch, Verständnisprobleme bei dem ein oder anderen Thema oder Wünsche geht.
Egal ob es um übersehene Rechtschreibfehler, Rechenfehler oder auch Wünsche von Lehrer:innen oder Schüler:innen geht, wir setzen uns sofort hin und versuchen Gewünschtes umzusetzen. Es kostet niemanden etwas, und alle profitieren davon, auch wenn wir Mehrarbeit durch diesen kostenlosen Service haben.

Wir erreichen Sie uns am besten?

Schreiben Sie uns eine E-Mail an **kontakt@lern-verlag.de**

Schreiben Sie uns eine Nachricht, schicken Sie ein Foto von der betroffenen Seite. Wir prüfen, ändern und veröffentlichen bei Bedarf im kostenlosen Downloadbereich des lernverlags die durchgeführten Änderungen.

WhatsApp-Business
+49 89 54 64 52 00

Sie können uns gerne unter der selben Nummer anrufen.

Digitales zu diesem Buch

Unter **https://lern.de** bauen wir gerade eine Lernplattform auf.
Du suchst ein Video über quadratische Funktionen oder Trigonometrie und bekommst aktuell auf anderen Plattformen 50 Videos angezeigt mit unterschiedlichen Erklärungen? Das soll sich ändern. Ein Begriff und maximal 3 Videos, die eventuell zusammenhängen.
Wir arbeiten unter Hochdruck daran, kurze animierte Erklärvideos, passend zum Unterrichtssoff und „ON-TOP“ Lösungsvideos zu den Original-Prüfungen zu erstellen.
Schau öfters einmal vorbei oder melde dich am besten zu unserem **Newsletter** an, der **maximal zweimal pro Monat** verschickt wird.

Änderungen in dieser Neuauflage 2021/2022 - ISBN: 978-3-7430-0084-1

- Älteste Original-Prüfung 2015 herausgenommen
- Vorwort überarbeitet
- Kopfzeile übersichtlicher gestaltet
- Aktuelles, Inhaltsübersicht und Übersicht der einzelnen Themengebiete eingebaut
- Themenbezogene Übersicht erstellt
- **Original-Prüfung 2021 inkl. ausführlichen Lösungen eingebaut**

Inhaltsverzeichnis

Original-Prüfung 2016 6

Original-Prüfung 2017 30

Musterprüfung 2017

Teil A - ohne Hilfsmittel 54
Teil B - mit Hilfsmittel 64

Original-Prüfung 2018

Teil A - ohne Hilfsmittel 83
Teil B - mit Hilfsmittel 90

Original-Prüfung 2019

Teil A - ohne Hilfsmittel 107
Teil B - mit Hilfsmittel 113

Original-Prüfung 2020

Teil A - ohne Hilfsmittel 130
Teil B - mit Hilfsmittel 136

Original-Prüfung 2021

Teil A - ohne Hilfsmittel 152
Teil B - mit Hilfsmittel 160

Merkhilfe 179

Themenbezogene Übersicht - Finde Dich leicht zurecht

Damit man sich auch während des Schuljahres optimal auf die einzelnen Arbeiten vorbereiten kann, haben wir eine **Übersicht zu den einzelnen Themengebieten** erstellt.
So kann man sich beispielsweise gezielt auf die Arbeit mit dem Thema *Trigonometrie* vorbereiten und dazu alle entsprechenden Original-Prüfungen durcharbeiten.

Finanzmathematik

Kapitalanlage, Darlehen, Tilgungsrechnung, Rentenrechnung, Annuität, Zinsrechnung

Jahrgänge:	**2016**	**2017**	**Muster 2017**	**2018**	**2019**	**2020**	**2021**
Seiten:	6	30	64	90	113	136	160

Funktionaler Zusammenhang

Geraden, Steigung m, Parabel, Scheitelform, allgemeine Form, Lösungsformel

Seiten:	11	34	66	92	115	138	162

Trigonometrie

sin, cos, tan, Sinussatz, Kosinussatz, rechtwinklige und allgemeine Dreiecke, Winkelberechnungen

Seiten:	8	32	67	93	116	139	163

Daten und Zufall

Stochastik, Häufigkeiten, Wahrscheinlichkeiten, Pfadregeln, Baumdiagramme

Seiten:	9	33	68	94	117	140	165

Raum und Form

Volumen, Flächen, Seitenlängen, Kegel, Prisma, Zylinder, Pyramiden

Seiten:	12	35	71	96	119	141	167

1 Finanzmathematik (20 Pkt.)

Herr Gigl hat ein Barvermögen in Höhe von 50.000,00 € geerbt und überlegt, dieses bis zu seinem Renteneintritt in 15 Jahren für die Altersvorsorge anzulegen. Sein Bankberater unterbreitet ihm ein Angebot für eine Kapitalanlage mit steigendem Zinssatz. In den ersten 10 Jahren verzinst sich die Anlage pro Jahr mit 1,5 %, danach erhöht sich der Zinssatz für den Rest der Laufzeit einmalig um 1,0 %.

1.1 Berechnen Sie die Höhe des Kapitals, welches Herr Gigl bei Vertragsende ausbezahlt bekommen würde. (4 Pkt.)

Herr Gigl fragt seinen Bankberater nach einer Kapitalanlage, bei der sich sein geerbtes Barvermögen innerhalb von 15 Jahren verdoppeln würde.

1.2 Berechnen Sie den durchschnittlichen Zinssatz, den der Bankberater Herrn Gigl für diese Kapitalanlage anbieten müsste. (3 Pkt.)

Herr Gigl möchte das geerbte Kapital letztendlich in ein Appartement für seinen Altersruhesitz investieren. Er bekommt von der Wohnungsbaugesellschaft drei Finanzierungsangebote vorgelegt:

Angebot A: Sofortzahlung in Höhe von 85.000,00 €.

Angebot B: Drei nachschüssige jährliche Zahlungen in Höhe von 31.000,00 €; beginnend in einem Jahr

Angebot C: Mit Vertragsabschluss vier vorschüssige jährliche Raten zu je 15.000,00 € und eine Abschlusszahlung nach fünf Jahren in Höhe von 32.000,00 €

1.3 Berechnen Sie, welches Angebot Herr Gigl annehmen sollte, wenn er mit einem Zinssatz von 2,6 % p. a. rechnet.

(5 Pkt.)

1 Finanzmathematik

1.1 Wieviel Kapital Herr Gigl nach 15 Jahren ausbezahlt bekommt, wird folgendermaßen berechnet:

Für die ersten zehn Jahre gilt:

$$K_{10} = 50.000{,}00 \cdot 1{,}015^{10} = \underline{58.027{,}04\,€}$$

Für die nächsten fünf Jahre gilt:

$$K_{15} = 58.027{,}04 \cdot 1{,}025^{5} = \underline{\underline{65.652{,}27\,€}}$$

Herr Gigl würde bei Vertragsende 65.652,27 € ausbezahlt bekommen. (4 Pkt.)

1.2 Herr Gigle möchte gerne wissen, bei welchem durchschnittlichen Zinssatz (q) sich seine Kapitalanlage nach 15 Jahren verdoppelt.

Dabei wird folgende Gleichung aufgestellt und gelöst:

$$\begin{aligned}
 & 100.000{,}00 = 50.000{,}00 \cdot q^{15} && \mid : 50.000{,}00 \\
\iff & q^{15} = \frac{100.000{,}00}{50.000{,}00} && \mid \sqrt[15]{} \\
\iff & q = 1{,}0473 \\
\iff & p = 4{,}73\,\%
\end{aligned}$$

Der durchschnittliche Zinssatz beträgt $\underline{\underline{4{,}73\,\%}}$. (3 Pkt.)

1.3 Herr Gigl bekommt drei Angebote von seinen Wohnungsbaugesellschaft zum Vergleich, um zu entscheiden, welches am besten ist.

$$\begin{aligned}
\text{Angebot A}: &\ K_0 = \mathbf{85.000{,}00}\,€ \\
\text{Angebot B}: &\ R_0 = 31.000{,}00 \cdot \frac{1{,}026^3 - 1}{1{,}026^4 \cdot 0{,}026} = \mathbf{86.126{,}39\,€} \\
\text{Angebot C}: &\ R_0 = 15.000{,}00 \cdot 1{,}026 \cdot \frac{1{,}026^4 - 1}{1{,}026^4 \cdot 0{,}026} + \frac{32.000{,}00}{1{,}026^5} = \mathbf{85.903{,}36\,€}
\end{aligned}$$

Herr Gigl sollte das Finanzierungsangebot A wählen. (5 Pkt.)

1.4 Herr Gigl hat einen Kreditbedarf in Höhe von 35.000,00 €. Zunächst wird der Zinssatz p berechnet, um die Werte im Tilgungsplan korrekt ausrechnen zu können.

Der Zinssatz im 1. Jahr: $\dfrac{700{,}00 \cdot 100}{35.000{,}00} = 2{,}00\,\%$

Somit sieht der Tilgungsplan folgendermaßen aus:

Jahr	Schuld	Zinsen	Tilgung	Annuität
1	35.000,00 €	700,00 €	2.100,00 €	2.800,00 €
2	32.900,00 €	658,00 €	2.142,00 €	2.800,00 €

(3 Pkt.)

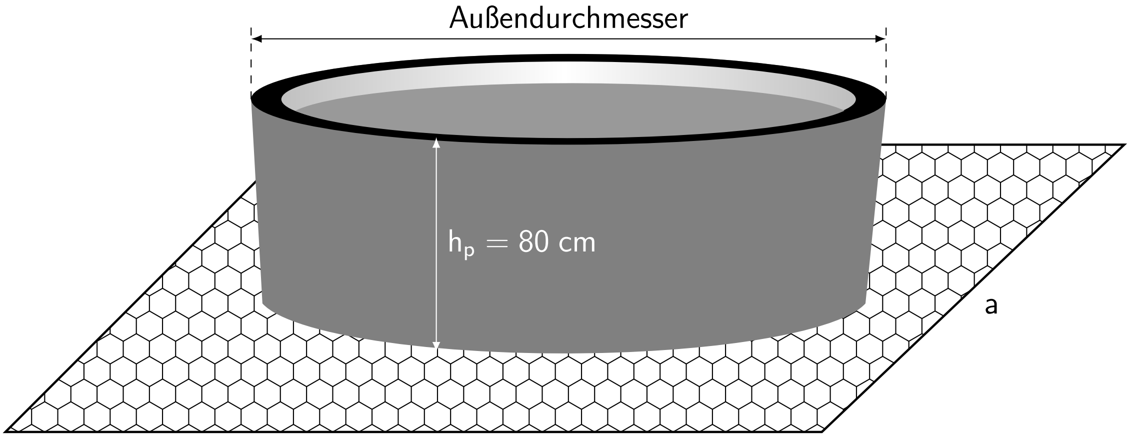
1.5 Herr Gigl möchte bis zum Renteneintritt in 15 Jahren schuldenfrei sein. Es wird überprüft, ob die Annuität in Höhe von 2.800,00 € jährlich ausreicht, bereits in 15 Jahren oder weniger die Kreditsumme von 35.000,00 € zu tilgen. Der Zeitraum n ist gesucht.

$$\begin{aligned}
2.800{,}00 &= \frac{35.000{,}00 \cdot 1{,}02^n(1{,}02-1)}{1{,}02^n - 1} \qquad \mid \cdot\, (1{,}02^n - 1)\\
2.800{,}00 \cdot (1{,}02^n - 1) &= 700{,}00 \cdot 1{,}02^n\\
2.800{,}00 \cdot 1{,}02^n - 2.800{,}00 &= 700{,}00 \cdot 1{,}02^n\\
2.100{,}00 \cdot 1{,}02^n &= 2.800{,}00\\
1{,}02^n &= \frac{2.800{,}00}{2.100{,}00}\\
n &= \frac{\lg\left(\frac{4}{3}\right)}{\lg 1{,}02} = 14{,}53
\end{aligned}$$

Herr Gigl kann sein Ziel erreichen und wäre in 15 Jahren schuldenfrei. (5 Pkt.)

6 **Körperberechnungen - ab 2018: Raum und Form** (20 Pkt.)

Andreas möchte in seinem Garten einen zylinderförmigen Pool mit einem Außendurchmesser von 2,2 m bauen. Dieser soll auf einer quadratischen, gepflasterten Fläche mit einer Seitenlänge vona = 3 m stehen.



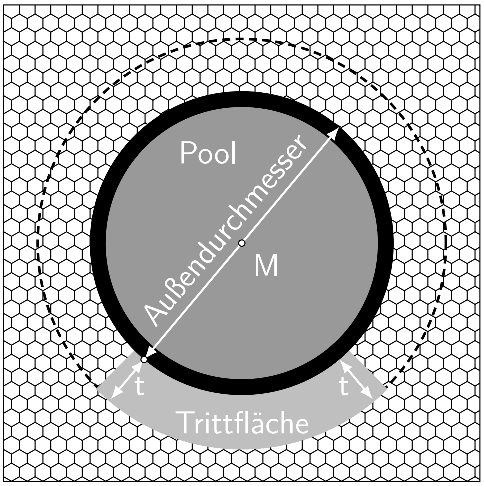
6.1 Berechnen Sie den Teil der gepflasterten Fläche, der vom Pool nicht bedeckt wird. (3 Pkt.)

Die Außenwand des Pools soll mit Holz verkleidet werden.

6.2 Berechnen Sie die zu verkleidende Außenfläche in m^2, wenn der Pool $h_p = 80$ cm hoch ist. (2 Pkt.)

Damit Andreas sicher in den Pool steigen kann, möchte er eine am Rand des Pools gemauerte Stufe mit rutschfesten Steinplatten belegen. Im Fachhandel kostet ein Quadratmeter dieser Steinplatten 59 €.

Die Trittfläche der Stufe hat die Tiefe von t = 35 cm. Die Breite des Einstiegs soll $\frac{1}{4}$ des Poolumfangs betragen.



(nicht maßstabsgetreu)

6.3 Berechnen Sie die Kosten für die rutschfesten Steinplatten. (4 Pkt.)

Der Pool wird nur zu 90 % mit Wasser befüllt. Die Seitenwand ist 10 cm dick.

6.4 Berechnen Sie die Wassermenge in Liter im Pool. (4 Pkt.)

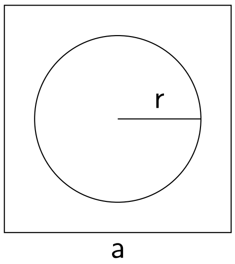
6 Körperberechnungen - ab 2018: Raum und Form

6.1 Um den Teil der gepflasterten Fläche auszurechnen, der nicht vom Pool bedeckt wird, muss zunächst die Fläche des Pools ausgerechnet werden.

$$\begin{aligned} & A = r^2 \cdot \pi \\ \iff \quad & A = \left(\frac{d}{2}\right)^2 \cdot \pi \\ \iff \quad & A = \left(\frac{2{,}2}{2}\right)^2 \cdot \pi \\ \iff \quad & A = 3{,}80 \end{aligned}$$

Nun kann die gepflasterte Fläche ausgerechnet und davon die Fläche des Pools abgezogen werden.

$$\begin{aligned} & A = a^2 \\ \iff \quad & A = 3^2 \\ \iff \quad & A = 9 \\ \iff \quad & A_{\text{gefragt}} = 9 - 3{,}80 \\ \iff \quad & A_{\text{gefragt}} = 5{,}20 \end{aligned}$$



Die gepflasterte Fläche, die nicht vom Pool bedeckt wird, ist $\underline{\underline{A = 5{,}20\,\text{m}^2}}$. (3 Pkt.)

6.2 Um die zu verkleidende Außenfläche des Pools zu berechnen, benötigt man den Mantel des Pools (Zylinder).

$$\begin{aligned} & M = d \cdot \pi \cdot h \\ \iff \quad & M = 2{,}2 \cdot \pi \cdot 0{,}8 \\ \iff \quad & M = 5{,}53 \end{aligned}$$

Die zu verkleidende Außenfläche beträgt $\underline{\underline{5{,}53\,\text{m}^2}}$. (2 Pkt.)

6.3 Um die Kosten für die rutschfesten Steinplatten berechnen zu können, sind folgende Rechenschritte notwendig:

$$\begin{aligned} & r_{\text{Kreissektor}} = r_{\text{Pool}} + r_{\text{Trittfläche}} \\ \iff \quad & r_{\text{Kreissektor}} = 1{,}1 + 0{,}35 \\ \iff \quad & \underline{r_{\text{Kreissektor}} = 1{,}45} \end{aligned}$$

Der Radius des Kreissektor beträgt 1,45 m. Nun kann die Trittfläche ausgerechnet werden.

$$\begin{aligned} & A_{\text{Trittfläche}} = A_{\frac{1}{4}-\text{Sektor}} - A_{\frac{1}{4}-\text{Poolsektor}} \\ \iff \quad & A_{\text{Trittfläche}} = \frac{1}{4} \cdot 1{,}45^2 \cdot \pi - \frac{1}{4} \cdot 1{,}1^2 \cdot \pi \\ \iff \quad & \underline{A_{\text{Trittfläche}} = 0{,}70} \end{aligned}$$

Die Trittfläche hat eine Größe von 0,7 m^2. Die Kosten für die Steinplatten belaufen sich auf $0{,}7\,\text{m}^2 \cdot 59\,€/\text{m}^2 = \underline{\underline{41{,}30\,€}}$. (4 Pkt.)

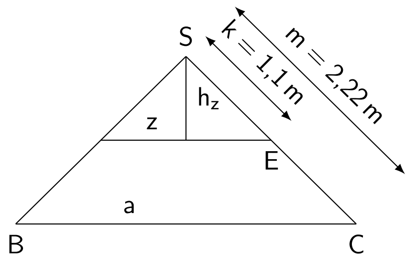
6.4 Die Wassermenge in Litern soll berechnet werden, wenn der Pool bis zu 90 % befüllt wird. Die Außenwand ist 10 cm dick und muss vom Radius des Pools abgezogen werden.

$$
\begin{aligned}
& & r &= 1{,}1 - 0{,}1 \qquad\qquad = 1\,\text{m} \mathrel{\hat{=}} 10\,\text{dm} \\
& & V &= r^2 \cdot \pi \cdot h \\
&\iff & V &= 10^2 \cdot \pi \cdot 8 \\
&\iff & V &= 2.513{,}27 \\
& & \text{Wassermenge} &= 0{,}9 \cdot 2.513{,}27 = 2.261{,}95\ \text{Liter}
\end{aligned}
$$

Es sind $\underline{\underline{2.261{,}95\ \text{Liter}}}$ Wasser im Pool. (4 Pkt.)

6.5 Die Länge der Querstrebe z wird über den Vierstreckensatz berechnet.

$$
\begin{aligned}
& & \frac{z}{a} &= \frac{k}{m} \\
&\iff & \frac{z}{3} &= \frac{1{,}1}{2{,}22} \\
&\iff & z &= \frac{3 \cdot 1{,}1}{2{,}22} \\
&\iff & z &= 1{,}49
\end{aligned}
$$



Die Länge der Querstrebe ist $\underline{\underline{1{,}49\ \text{m}}}$ lang. (3 Pkt.)

6.6 Um die Fläche der durchsichtigen Folie auszurechnen, wird erst die Höhe in einem der Dreiecke, die mit Folie versehen sind, ausgerechnet.

$$
\begin{aligned}
& & h_z &= k^2 - \left(\frac{z}{2}\right)^2 \\
&\iff & h_z &= \sqrt{1{,}1^2 - \left(\frac{1{,}49}{2}\right)^2} \\
&\iff & h_z &= 0{,}81
\end{aligned}
$$

Nun kann die Fläche eines Dreieck ausgerechnet werden und somit die Gesamtfläche.

$$
\begin{aligned}
& & A_{\text{Dreieck}} &= \frac{z \cdot h_z}{2} \\
&\iff & A_{\text{Dreieck}} &= \frac{1{,}49 \cdot 0{,}81}{2} \\
&\iff & A_{\text{Dreieck}} &= 0{,}6035 \\
& & A_{\text{Gesamt}} &= 4 \cdot 0{,}6035 \\
&\iff & &= 2{,}41
\end{aligned}
$$

Andreas benötigt $\underline{\underline{2{,}41\ \text{m}^2}}$ Folie für das Dach. (4 Pkt.)

Block ohne Wahlmöglichkeiten

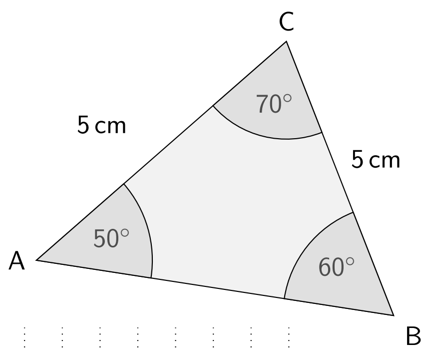
1 Familie Böck will verreisen. Das Ferienhaus kostet pro Übernachtung 125,00 €. Die Familie bucht sofort und erhält 15 % Rabatt.
Berechnen Sie den Preisnachlass für acht Übernachtungen.

(1 Pkt.)

2 Sohn Tom will in den acht Urlaubstagen nur einen Teil seiner gesparten 300,00 € ausgeben. Er stellt für die Berechnung seiner täglichen Ausgaben den Term $y = -8x + 300$ auf, wobei x die Tagesausgaben sind.
Ermitteln Sie rechnerisch unter Anwendung des Terms, wie hoch Toms tägliche Ausgaben sein dürfen, damit er nach dem Urlaub noch 100,00 € zur Verfügung hat.

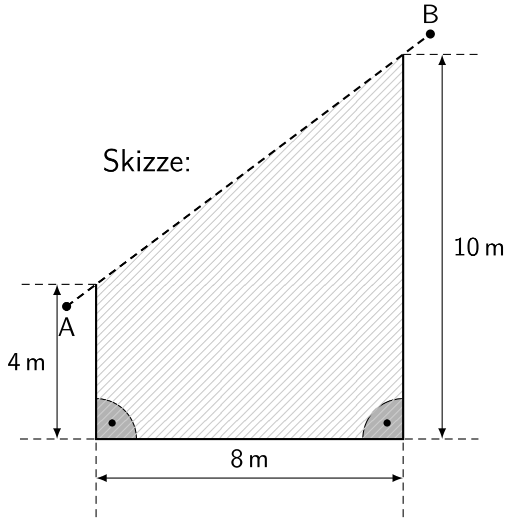
(2 Pkt.)

3 Damit die Autofahrt schneller vergeht, stellen sich die Geschwister gegenseitig Rätselaufgaben. Tom zeichnet die Skizze eines Dreiecks.
Begründen Sie, warum das oben dargestellte Dreieck mit den Winkel- und Seitenangaben nicht existieren kann.



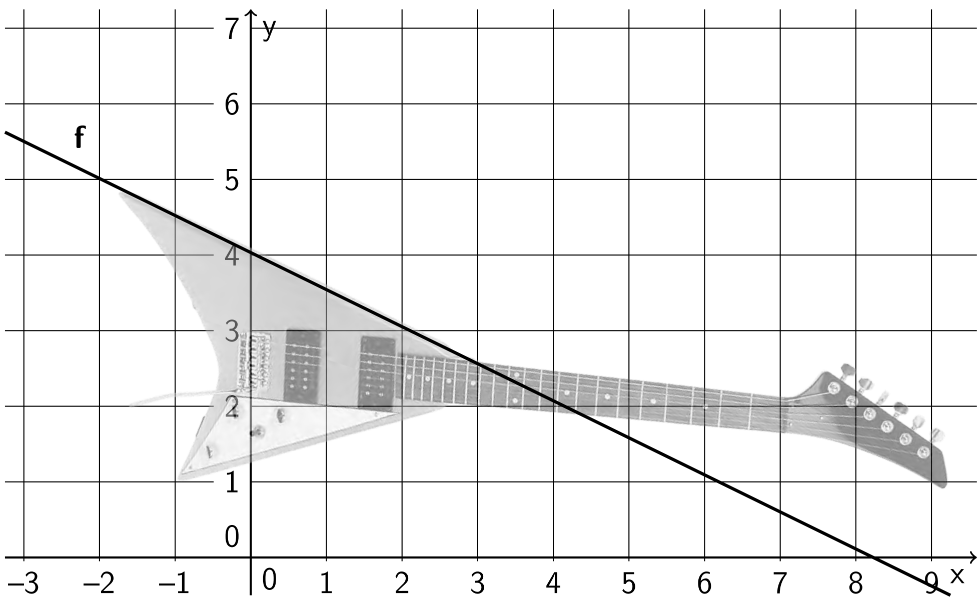
(1 Pkt.)

4 Auf dem Dach der Raststation wird eine neue Photovoltaikanlage installiert. Die Grundkonstruktion des Gebäudes ist als Skizze abgebildet. Für die Planung dieser Anlage benötigt der Betreiber die Dachlänge $\overline{AB}$. Berechnen Sie diese Länge, wenn das Dach auf jeder Seite 75 cm übersteht.



(1 Pkt.)

5 Herr Böck ist Gitarrenbauer und hat sich in den Urlaub etwas Arbeit mitgenommen. Mit einem Geometrie-Programm entwirft er eine neue E-Gitarre. Die obere Linie des Gitarrenkörpers wird an der Funktion f entlang gezeichnet.
Geben Sie an, welche der unten angegebenen Funktionen f entspricht.

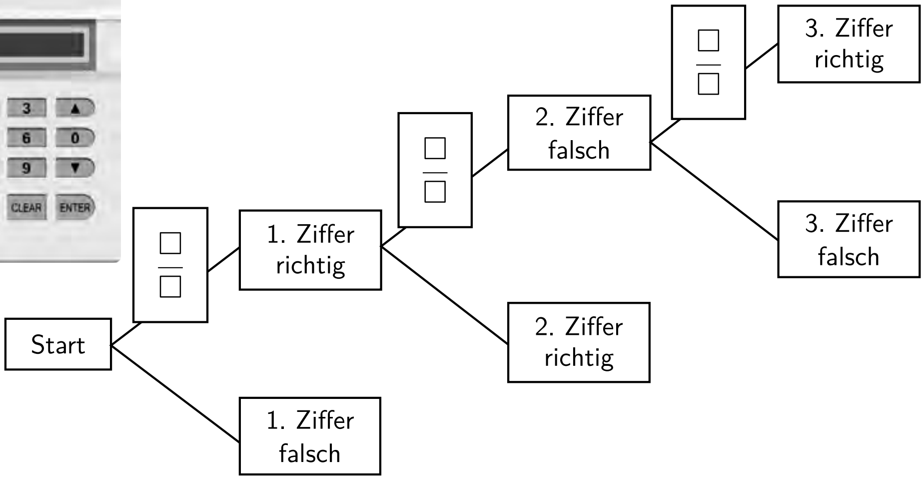


A	B	C	D	Lösung
$y = \frac{1}{2}x + 4$	$y = -0{,}5x - 4$	$y = -0{,}5x + 4$	$y = 0{,}5x - 4$	

(1 Pkt.)

Wahlblock 1

1.1 Herr Böck sorgt sich um die Einbruchssicherheit seines Hauses während der Urlaubszeit. Er installiert eine Alarmanlage mit einem dreistelligen Code. Für jede Ziffer kann Herr Böck eine Zahl von 0 bis 9 auswählen.
Folgendes Baumdiagramm zeigt die Codeeingabemöglichkeiten.

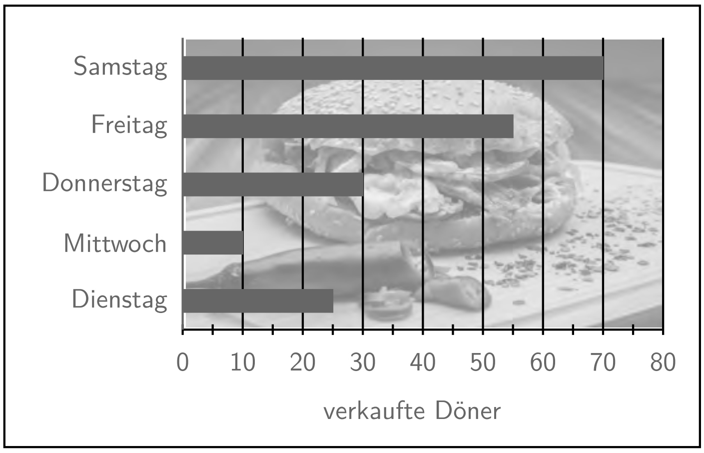


Ergänzen Sie das Baumdiagramm, und bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass ein Einbrecher den Code beim 1. Versuch knackt.

A	B	C	D	Lösung
$\frac{1}{10.000}$	$\frac{3}{1.000}$	$\frac{1}{10^3}$	1 %	

(2 Pkt.)

1.2 Auf dem Weg in den Urlaub macht die Familie an einer Autobahnraststätte Pause. Dort kauft sich die Tochter Manuela einen Döner. Der Imbiss hat von Dienstag bis Samstag geöffnet. Die Dönerverkaufszahlen sind im nebenstehenden Diagramm pro Tag darstellt.



Ermitteln Sie nachvollziehbar,wie viele Döner durchschnittlich pro Tag verkauft werden.

(2 Pkt.)

2021

Block ohne Wahlmöglichkeiten

1 Für 8 Nächte ergeben sich ohne Rabatt Gesamtkosten von

$$8 \cdot 125\,€ = 1000\,€.$$

Daraus ergibt sich der Gesamtrabatt von 15 %:

Gegeben: Grundwert (G) = 1000 €, Prozentsatz (p) = 15 %=0,15
Gesucht: Prozentwert (P)

Lösung mit Dreisatz:

$$\begin{array}{lrcll} & \textbf{Prozent} & & \textbf{Euro} & \\ & 100 & \stackrel{\wedge}{=} & 1000 & \mid :100 \\ \Longleftrightarrow & 1 & \stackrel{\wedge}{=} & 10 & \mid \cdot 15 \\ \Longleftrightarrow & 15 & \stackrel{\wedge}{=} & 150 & \end{array}$$

Lösung mit Formel:

$$\begin{aligned} P &= G \cdot p \\ &= 1000 \cdot 0{,}15 = 150 \end{aligned}$$

Der Preisnachlass bei acht Übernachtungen beträgt $\underline{\underline{150\,€}}$. (1 Pkt.)

2 Damit am Ende noch 100 € übrig sind, wird der gegebene Term $y = -8x + 300$ gleich 100 gesetzt und umgeformt:

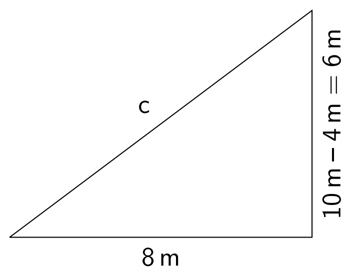
$$\begin{array}{lrcll} & 100 &=& -8x + 300 & \mid +8x \\ \Longleftrightarrow & 100 + 8x &=& 300 & \mid -100 \\ \Longleftrightarrow & 8x &=& 200 & \mid :8 \\ \Longleftrightarrow & x &=& 25 & \end{array}$$

Tom sollte jeden Tag maximal $\underline{\underline{25\,€}}$ ausgeben. (2 Pkt.)

3 Es sind zwei Seitenlängen zu 5 cm gegeben. Daher handelt es sich bei dem Dreieck ABC um ein gleichschenkliges Dreieck. Bei einem gleichschenkligen Dreieck müssen die Basiswinkel allerdings gleich sein. Diese jedoch sind zu 50° und 60° gegeben, also nicht gleich groß. Daher kann das gegebene Dreieck nicht existieren. (1 Pkt.)

4 Die Schräge (ohne die überstehenden Stücke) kann mithilfe des Satz des Pythagoras aus den gegebenen Größen ermittelt werden (siehe Skizze; Maße in cm):

$$\begin{array}{lrcll} & c^2 &=& (10-4)^2 + 8^2 & \mid \sqrt{} \\ \Longleftrightarrow & c &=& \sqrt{6^2 + 8^2} & \\ \Longleftrightarrow & c &=& \sqrt{100} & \\ \Longleftrightarrow & c &=& 10 & \end{array}$$



Zu der Länge c kommen noch die zwei überstehenden Stücke mit jeweils 75 cm = 0,75 m Länge, sodass für die Gesamtlänge gilt:

$$10\,\text{m} + 2 \cdot 0{,}75\,\text{m} = 11{,}50\,\text{m}$$

Die Dachlänge beträgt $\underline{\underline{11{,}50\,\text{m}}}$. (1 Pkt.)

5 Die Gerade schneidet die y-Achse bei $y = 4$. Demnach ist der y-Achsenabschnitt gleich 4, sodass nur A und C möglich sind. Da die Gerade zudem fallend ist, muss die Steigung negativ sein. Dies ist bei C der Fall. Demnach ist Lösung $\underline{\underline{\text{C}}}$ die richtige. (1 Pkt.)

Wahlblock 1

1.1 Da es 10 verschiedene Zahlen sind und jeweils pro Ziffer eine richtig ist, müsste im Baumdiagramm jeweils $\frac{1}{10}$ an den „richtigen" Zweigen stehen. Die Gesamtwahrscheinlichkeit ergibt sich dann aus dem Produkt der drei Einzelwahrscheinlichkeiten:

$$\frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10} = \frac{1}{10^3}$$

Die richtige Lösung ist $\underline{\underline{\text{C}}}$. (2 Pkt.)

1.2 Der durchschnittliche tägliche Verkauf ergibt sich aus dem Verhältnis der insgesamt verkauften Döner geteilt durch die Anzahl der Tage. Die täglichen Anzahlen können dabei aus dem Diagramm abgelesen werden:

$$\frac{\overbrace{25}^{\text{Di}} + \overbrace{10}^{\text{Mi}} + \overbrace{30}^{\text{Do}} + \overbrace{55}^{\text{Fr}} + \overbrace{70}^{\text{Sa}}}{5} = \frac{190}{5} = 38$$

Am Tag werden durchschnittlich $\underline{\underline{38}}$ Döner verkauft. (2 Pkt.)

Wahlblock 2

2.1 Wenn der Becher bis auf 2 cm unter den Rand gefüllt wird, entspricht dies einer Füllhöhe von $h = 12\,\text{cm} - 2\,\text{cm} = 10\,\text{cm}$. Aus dem gegebenen Durchmesser ergibt sich ein Radius $r = 4\,\text{cm}$. Daher gilt für das Volumen des Bechers:

$$V = r^2 \cdot \pi \cdot h = (4\,\text{cm})^2 \cdot 3 \cdot 10\,\text{cm} = 480\,\text{cm}^3 \mathrel{\hat{=}} 480\,\text{ml}$$

Demnach hat Frau Böck zu viel bezahlt, da sie statt 500 ml nur 480 ml bekommen hat. (2 Pkt.)

2.2 Die Länge x kann mit dem Vierstreckensatz ermittelt werden:

$$\begin{aligned} && \frac{x}{2\,\text{m}} &= \frac{20\,\text{m}}{4\,\text{m}} && \mid \cdot 2\,\text{m} \\ \Longleftrightarrow && x &= 20\,4 \cdot 2\,\text{m} && \\ \Longleftrightarrow && x &= 10\,\text{m} && \end{aligned}$$

Zur Länge x wird die Größe von Manuela ($160\,\text{cm} = 1{,}6\,\text{m}$) addiert und es ergibt sich die Höhe des Turmes: $10\,\text{m} + 1{,}6\,\text{m} = 11{,}6\,\text{m}$. Der Turm ist $\underline{\underline{11{,}6\,\text{m}}}$ hoch. (2 Pkt.)

Wahlblock 3

3.1 Bei 10 € Zinsen und 10 % Überziehungssatz kann die Summe der Überziehung des Kontos K aus dem Anteil der Tage (60) zum Gesamtjahr (360 Tage) bestimmt werden:

$$\begin{aligned} && 10 &= \frac{K \cdot 10 \cdot 60}{100 \cdot 360} && \mid \cdot (100 \cdot 360) \\ \Longleftrightarrow && 10 \cdot 100 \cdot 360 &= K \cdot 10 \cdot 60 && \mid : (10 \cdot 60) \\ \Longleftrightarrow && K &= \frac{10 \cdot 100 \cdot 360}{10 \cdot 60} && \\ \Longleftrightarrow && K &= 600 && \end{aligned}$$

Das Konto ist mit $\underline{\underline{600\,€}}$ überzogen. (2 Pkt.)

3.2 Die 30 % entsprechen einem Nachlass von 36,60 €. Der Grundwert kann daraus mithilfe des Dreisatzes oder der Formel ermittelt werden:

Gegeben: Prozentwert (P) = 36,30 €, Prozentsatz (p) = 30 %=0,3
Gesucht: Grundwert (G)

Lösung mit Dreisatz:

$$\begin{array}{lrcll} & \textbf{Prozent} & & \textbf{Euro} & \\ & 30 & \hat{=} & 36{,}60 & \mid :3 \\ \Longleftrightarrow & 10 & \hat{=} & 12{,}20 & \mid \cdot 10 \\ \Longleftrightarrow & 100 & \hat{=} & 122{,}00 & \end{array}$$

Lösung mit Formel:

$$G = \frac{P}{p} = \frac{36{,}60}{0{,}3} = 122$$

Die drei Kleidungsstücke haben ohne Nachlass $\underline{\underline{122{,}00\,€}}$ gekostet. (2 Pkt.)

1 **Finanzmathematik**

Die MM5 GmbH benötigt für die Lagerung ihrer Produkte ein neues Gebäude. Die Kaufsumme dafür beträgt 2.700.000,00 €. Aktuell verfügt die MM5 GmbH über ein Eigenkapital von lediglich 2.400.000,00 €.

1.1 Berechnen Sie, wie viele volle Jahre die MM5 GmbH ihr derzeitiges Eigenkapital bei einem Zinssatz von 1,80 % p. a. anlegen muss, um das neue Gebäude finanzieren zu können. (3 Pkt.)

Herr Marx arbeitet im Außendienst der MM5 GmbH. Von seinem Gehalt überweist er monatlich einen gleichbleibenden Betrag auf sein Sparkonto bei der DIGIBANK (siehe Anlage Seite 10).

1.2 Berechnen Sie den Zinssatz, den die Bank Herrn Marx gewährt. (2 Pkt.)

Die Firma stellt Herrn Marx einen elektrisch angetriebenen Firmenwagen zur Verfügung. Die Kosten des PKW´s betragen abzüglich der E-Auto Prämie 35.000,00 €, die zu einem Zinssatz von 2,00 % finanziert werden. Dazu unterbreitet die DIGIBANK der MM5 GmbH zwei Darlehensvarianten. (siehe Anlage Seite 10)

1.3 Vervollständigen Sie die beiden dazugehörigen Tilgungspläne für die ersten zwei Jahre und benennen Sie das jeweilige Tilgungsverfahren der Bank. (4 Pkt.)

Die Geschäftsführung der MM5 GmbH bevorzugt Angebot 2 mit einer jährlichen Annuität in Höhe von 5.407,92 €. Vertraglich wird ein Sondertilgungsrecht zur vollständigen Rückzahlung des Kredites vereinbart.

1.4 Berechnen Sie die Höhe der Sondertilgung, mit der die MM5 GmbH den Kredit nach fünf Jahren zurückzahlen kann. (2 Pkt.)

In naher Zukunft plant die MM5 GmbH den Umstieg zu rein elektrisch betriebenen Dienstfahrzeugen mit entsprechender Ladeinfrastruktur vor Ort. Dazu baut sie ab dem kommenden Jahr Kapital zur Finanzierung auf.
Zu einem bestehenden Kontoguthaben von 50.000,00 € wird zum 01.01. eines jeden Jahres eine Rate von 16.000,00 € einbezahlt. Die Bank gewährt einen festen Zinssatz von 2,50 %.

1.5 Berechnen Sie nach wie vielen Jahren die Firma frühestens mit dem Umstieg zur E-Mobilität beginnen kann, wenn sie dafür 120.000,00 € benötigt. (4 Pkt.)

Anlage zu 1. Finanzmathematik **Name: ....**

Zu Teilaufgabe 1.2

Kontoauszug vom 01.05.2021 Auszug - Nr. 12 IBAN: DE24 6210 0145 762 5415 81 BIC: DIBADEFF Herrn Matthias Marx Schmausenbuckstr. 30 90480 Nürnberg		**DIGIBANK** USt-IdNr.: DE 115 104 514 Filiale Nürnberg Treibberg 7 90403 Nürnberg
	Kontowährung in €	
Angaben zu den Umsätzen	zu Ihren Lasten	zu Ihren Gunsten
Buchungsdatum 01.04.2021 Matthias Marx Spareinlage Kundenreferenz: 2341 J4JI		**750,00**
Buchungsdatum 30.04.2021 Abrechnungszeitraum vom 01.04.2021 bis 30.04.2021 Zinsentgelt		**1,25**

Zu Teilaufgabe 1.3

Angebot 1	Tilgungsverfahren: ____________________

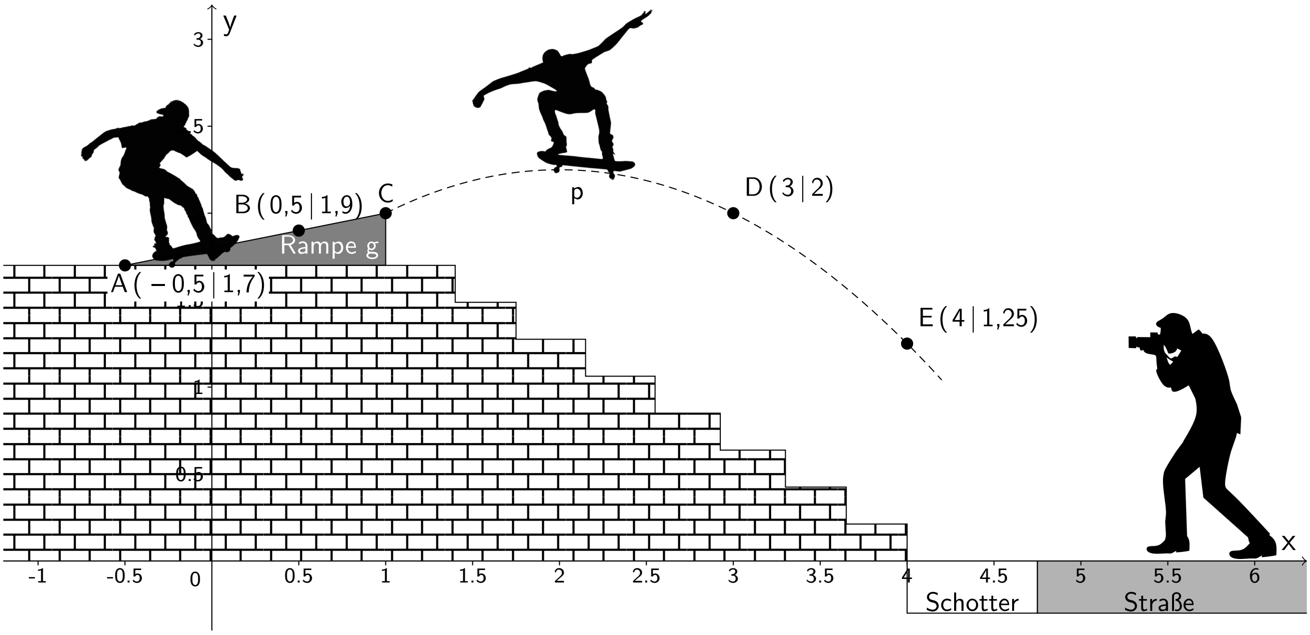
Jahr	Restschuld	Zinsen	Tilgung	Annuität
1	35.000,00 €		5.000,00 €	
2		600,00 €		5.600,00 €

Angebot 2	Tilgungsverfahren: ____________________

Jahr	Restschuld	Zinsen	Tilgung	Annuität
1	35.000,00 €	700,00 €		
2	30.292,08 €		4.802,08 €	

2 Funktionaler Zusammenhang

Michael ist ein talentierter Skateboarder. Er möchte mithilfe einer Rampe über die Stufen des Jugendzentrums bis auf die Straße springen.



2.1 Bestimmen Sie die Steigung m der geradlinig verlaufenden Rampe g durch die Punkte A (− 0,5 | 1,7) und B (0,5 | 1,9). (2 Pkt.)

Seine Flugbahn kann als parabelförmige Flugkurve p durch die Punkte D (3 | 2) und E (4 | 1,25) mit dem Formfaktor $a = -0{,}25$ dargestellt werden.

2.2 Bestimmen Sie die Funktionsgleichung der Flugparabel p. (4 Pkt.)

Freund Moritz soll Michael bei seinem Sprung fotografieren. Für das optimale Foto müssen vorab noch einige Werte berechnet werden.

2.3 Berechnen Sie die Koordinaten des Absprungpunktes C, wenn die Rampe durch die lineare Funktion $g : y = 0{,}2x + 1{,}8$ dargestellt wird. (4 Pkt.)

2.4 Berechnen Sie die maximale Höhe, die Michael auf seiner Flugbahn gegenüber der Straße erreichen wird. (2 Pkt.)

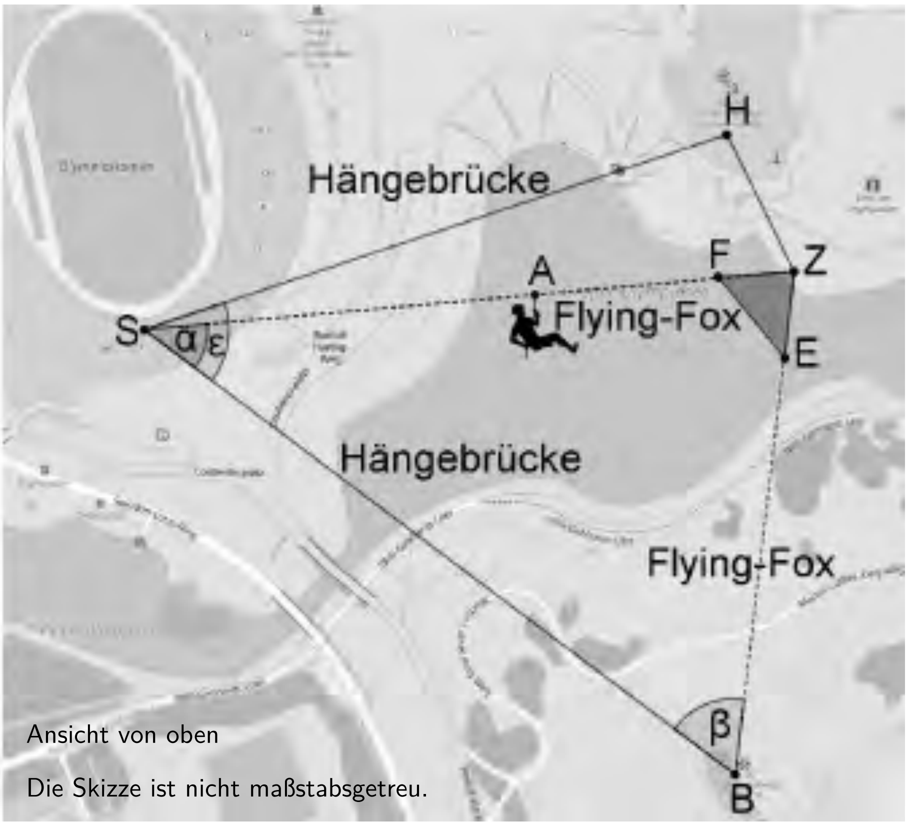
Damit Michael den Sprung stehen kann, darf er nicht auf dem Schotter am Ende der Stufen aufkommen.

2.5 Zeigen Sie rechnerisch, dass Michael auf der Straße landet, die bei $x = 4{,}75$ m beginnt. (3 Pkt.)

3 Trigonometrie

Im Münchner Olympiapark soll eine neue Touristenattraktion installiert werden. Der Olympiaberg B, das Olympiastadion S und die Schwimmhalle H werden mit Hängebrücken verbunden.

Außerdem sollen zwei Flying-Fox Anlagen gebaut werden. Die Anfängerstrecke verläuft vom Olympiaberg B zum Ufer des Sees Z. Für Fortgeschrittene ist eine Anlage vom Dach des Olympiastadions S ebenfalls zum Ufer Z geplant. .



Details zur Anlage:

$|\overline{HZ}| = 140\,\text{m}$
$|\overline{SZ}| = 600\,\text{m}$
$|\overline{HS}| = 565\,\text{m}$
$\alpha = 42{,}03°$
$\beta = 59{,}75°$

Quelle „Karte“: (OpenStreetMap)
Quelle „Kletterer“: (pixabay - 153613)
Quelle „Skizze“: (ISB)

3.1 Berechnen Sie die nötige Gesamtlänge der Seile für beide Flying-Fox Anlagen. (3 Pkt.)

Aus statischen Gründen darf der Öffnungswinkel $\varepsilon \sphericalangle BSH$ zwischen den beiden Hängebrücken nicht größer als 60 ° sein.

3.2 Prüfen Sie rechnerisch, ob diese Bedingung eingehalten wird. (4 Pkt.)

Um Unfällen im Landebereich vorzubeugen, muss das dreieckige Gebiet FEZ abgesperrt werden. Die Anlagenbetreiber messen die Strecken mit $|\overline{FZ}| = 80\,\text{m}$ und $|\overline{EZ}| = 70\,\text{m}$ ab.

3.3 Berechnen Sie den Flächeninhalt dieses Gebietes. (3 Pkt.)

Zur Eröffnung der Anlage möchte der Weltmeister im Klippenspringen seinen eigenen Rekord im freien Fall von 58,80 m überbieten.
Er stoppt im Punkt A, klinkt sich aus und landet sicher im Punkt W.

Sprungdetails:
$|\overline{AS}| = 195{,}50\,\text{m}$
$|\overline{SZ}| = 600\,\text{m}$
$|\overline{WZ}| = 400\,\text{m}$

Quelle „Skizze“: (ISB)

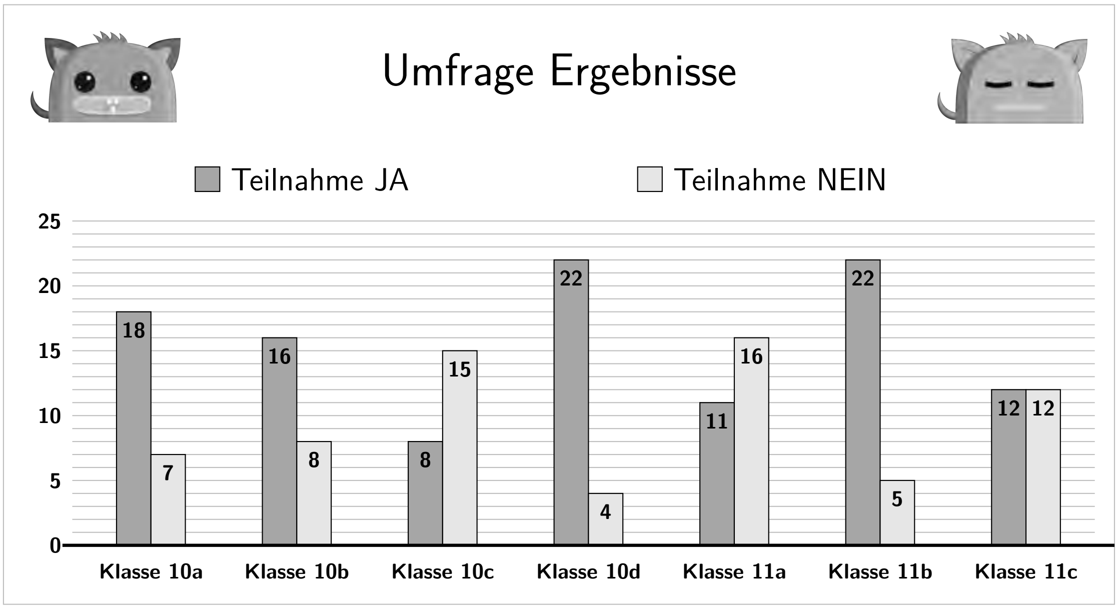
3.4 Überprüfen Sie rechnerisch, ob der Weltrekord gebrochen wurde.
(Ergebnis: $|\overline{AW}| = 60{,}17\,\text{m}$ (3 Pkt.)

Damit die Geschwindigkeit für die Benutzer der Anlage nicht zu groß wird, darf das Gefälle des Flying-Fox nicht größer als 16 % sein.

3.5 Zeigen Sie rechnerisch, dass die Vorgabe eingehalten wird. (2 Pkt.)

4 Daten und Zufall

Das vor allem bei Teenagern beliebte Smartphone - Spiel „Taschenmonster GO“ lässt die Nutzer mit den kleinen Monstern anspruchsvolle Duelle austragen. Die SMV einer Wirtschaftsschule veranstaltet ein klassenübergreifendes „Taschenmonster GO“ Turnier und hat hier für alle Schülerinnen und Schüler der 10. und 11. Klassen ihrer Schule befragt, ob sie an diesem Turnier teilnehmen wollen.



4.1 Bestimmen Sie die absolute Häufigkeit für das Ereignis E_1 :„Eine Schülerin oder ein Schüler der 10. Klasse nimmt nicht am Turnier teil“. (1 Pkt.)

4.2 Bestimmen Sie die relative Häufigkeit für das Ereignis E_2 : „Eine Schülerin oder ein Schüler der 11. Klasse nimmt am Turnier teil“. (2 Pkt.)

Um bei dem Handyspiel erfolgreich zu sein, ist es notwendig, sich im Freien zu bewegen. Je größer die zurückgelegte Strecke, desto wahrscheinlicher ist es, außergewöhnlichen Monstern zu begegnen. Alle 8 Teilnehmer der Klasse 10c haben ihre Tageskilometer in einer Tabelle zusammengefasst.

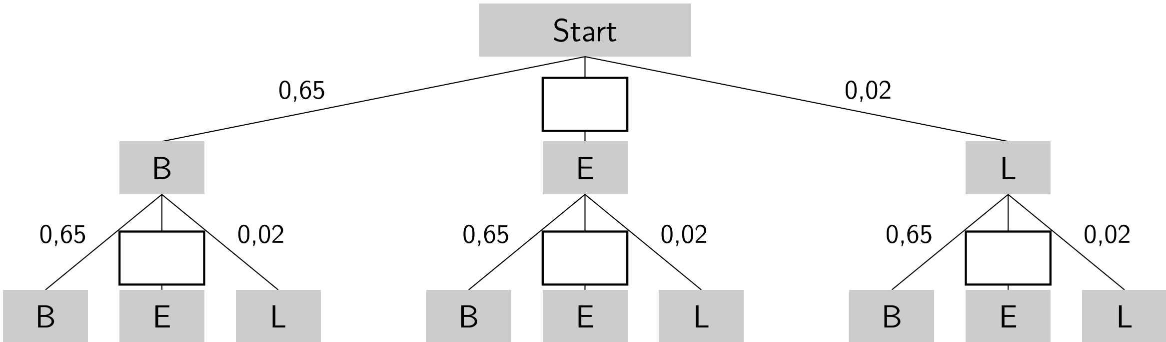
Max	Anna	Kathrin	Laura	Sevgi	Sami	Luca	Lea
0,80	1,20	2,30	1,40	0,30	21,80	2,70	1,90

4.3 Bestimmen Sie den Median, die Spannweite und das arithmetische Mittel der zurückgelegten Strecken. (Teilergebnis: $\overline{x} = 4{,}05\,\text{km}$) (4 Pkt.)

4.4 Begründen Sie, weshalb das arithmetische Mittel in diesem Fall keine geeignete Kennzahl für einen Vergleich mit einer anderen Klasse darstellt. (1 Pkt.)

Name:.....................................

Das Spiel ist so programmiert, dass das Erscheinen der verschiedenen Taschenmonster während des Aufenthalts im Freien absolut zufällig geschieht. Die Monster werden in drei Arten eingeteilt: Die Basismonster (B), die weiterentwickelten Monster (E) und die legendären Monster (L). Es taucht nur immer jeweils ein Monster auf, wobei sich die Wahrscheinlichkeiten des Erscheinens zwischen den verschiedenen Monsterarten unterscheiden.
Die Klasse 10a hat ein Zufallsexperiment durchgeführt, bei dem sich die Schülerinnen und Schüler die ersten beiden Monster notiert haben.
Folgendes Baumdiagramm zum obigen Sachverhalt wurde erstellt.



4.5 Vervollständigen Sie die fehlenden Werte des Baumdiagramms. (1 Pkt.)

4.6 Berechnen Sie die prozentuale Wahrscheinlichkeit für das Ereignis E_3: „Die ersten beiden Monster sind Basismonster (B)“. (2 Pkt.)

4.7 Berechnen Sie die prozentuale Wahrscheinlichkeit für das Ereignis E_4: „Bei den ersten beiden Monstern ist mindestens ein legendäres Taschenmonster (L) dabei“. (3 Pkt.)

Der Klassensprecher Georg meint: „Es ist unmöglich, vier Mal hintereinander ein legendäres Taschenmonster zu treffen“.

4.8 Nehmen Sie Stellung zu Georgs Aussage. (1 Pkt.)

1 Finanzmathematik

1.1 Wie viele volle Jahre die MM5 GmbH ihr derzeitiges Eigenkapital anlegen muss, wird folgendermaßen berechnet:

$$\begin{aligned} K_n &= K_0 \cdot q^n \\ 2.700.000{,}00 &= 2.400.000{,}00 \cdot 1{,}018^n \qquad | : 2.400.000{,}00 \\ \frac{2.700.000{,}00}{2.400.000{,}00} &= 1{,}018^n \qquad | : \log \\ \iff \quad n &= \log_{1{,}018}\left(\frac{27}{24}\right) \\ \iff \quad n &= 6{,}60 \end{aligned}$$

Das Eigenkapital muss 7 volle Jahre angelegt werden. (3 Pkt.)

1.2 Den Zinssatz, den Herr Marx von seiner Bank gewährt bekommt, berechnen.

$$\begin{aligned} Z &= \frac{K \cdot p \cdot t}{100 \cdot 360} \qquad | \cdot (100 \cdot 360) \\ Z \cdot 100 \cdot 360 &= K \cdot p \cdot t \qquad | : (p \cdot t) \\ p &= \frac{Z \cdot 100 \cdot 360}{K \cdot t} \qquad \text{(einsetzen der Werte)} \\ \iff \quad p &= \frac{1{,}25 \cdot 100 \cdot 360}{750{,}00 \cdot 30} \\ \Rightarrow \quad p &= 2{,}00\,\% \end{aligned}$$

Den Zinssatz, den die Bank Herrn Marx gewährt, beträgt $\underline{\underline{2{,}00\,\%}}$ p. a.. (2 Pkt.)

1.3 Die vorhandenen Tilgungspläne in der Anlage sollen vervollständigt werden.

Angebot 1	Tilgungsverfahren: Ratentilgung

Die Werte in den grau hinterlegten Zellen sind gegebene Werte:

Alle Werte in Euro				
Jahr	Restschuld	Zinsen	Tilgung	Annuität
1	35.000,00	$= \frac{\overset{K}{35.000{,}00} \cdot \overset{p}{2{,}00} \cdot \overset{t}{360}}{100 \cdot 360}$ $= 700{,}00$	5.000,00	$(\overset{\text{Tilgung}}{5.000{,}00} + \overset{\text{Zinsen}}{700{,}00})$ $= 5.700{,}00$
2	$= \frac{\overset{Z}{600{,}00} \cdot 100 \cdot 360}{\underset{p}{2{,}00} \cdot \underset{t}{360}}$ $= 30.000{,}00$	600,00	$(\overset{\text{Annuität}}{5.600{,}00} - \overset{\text{Zinsen}}{600{,}00})$ $= 5.000{,}00$	5.600,00

Angebot 2	Tilgungsverfahren: Annuitätentilgung

Alle Werte in Euro

Jahr	Restschuld	Zinsen	Tilgung	Annuität
1	35.000,00	700,00	$\underset{\text{Restschule1}}{(35.000,00} - \underset{\text{Restschuld2}}{30.292,08)}$ =4.707.,92	$\underset{\text{Tilgung}}{(4.707,92} + \underset{\text{Zinsen}}{700,00)}$ =5.407,92
2	30.292,08	$= \frac{\overset{K}{30.292,08} \cdot \overset{p}{2,00} \cdot \overset{t}{360}}{100 \cdot 360}$ =605,84	4.802,08	$\underset{\text{Zinsen}}{(605,84} + \underset{\text{Tilgung}}{4.802,08)}$ =5.407,92

(4 Pkt.)

1.4 Die Geschäftsführung der MM5 GmbH bevorzugt das Angebot 2 mit einer jährlichen Annuität in Höhe von 5.407,92 € und nicht ein vertraglich vereinbartes Sondertildungsrecht in Anspruch, damit der Kredit nach 5 Jahren vollständig zurückbezahlt ist.
Es wird eine Annuitätentilgung mit Restschuld am Ende des v-ten Jahren angewandt.

$$K_v = K_0 \cdot q^v - \frac{A \cdot (q^v - 1)}{q - 1}$$
$$K_5 = 35.000,00 \cdot 1,02^5 - \frac{5.407,92 \cdot (1,02^5 - 1)}{1,02 - 1}$$
$$\Longleftrightarrow K_5 = 10.499,80\,€$$

Die Höhe der Sondertilgung nach 5 Jahren beträgt 10.499,80 €. (2 Pkt.)

1.5 Die Geschäftsführung der MM5 GmbH baut in den kommenden Jahren, beginnend mit 50.000,00 € und einer jährlichen Rate am 01.01. von 16.000,00 € Kapital auf, bis 120.000,00 € erreicht sind. Die Frage ist, wann der Zeitpunkt erreicht wird.
Es handelt sich um eine vorschüssige Kapitalmehrung.

$$K_n = K_0 \cdot q^n + r \cdot q \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$$
$$120.000,00 = 50.000,00 \cdot 1,025^n + 16.000,00 \cdot 1,025 \cdot \frac{1,025^n - 1}{1,025 - 1}$$
$$120.000,00 = 50.000,00 \cdot 1,025^n + 656.000,00 \cdot (1,025^n - 1)$$
$$120.000,00 = 50.000,00 \cdot 1,025^n + 656.000,00 \cdot 1,025^n - 656.000,00 \qquad | + 656.000,00$$
$$776.000,00 = 1,025^n \cdot (50.000,00 + 656.000,00) \qquad | : (50.000,00 + 656.000,00)$$
$$\frac{776.000,00}{706.000,00} = 1,025^n \qquad |\log()$$
$$\Longleftrightarrow \quad n = \log_{1,025}\left(\frac{776}{706}\right)$$
$$\Longleftrightarrow \quad n = 3,83 \text{ Jahre}$$

Die MM5 GmbH kann frühestens nach vier Jahren mit der Umsetzung ihrer Pläne zur E-Mobilität beginnen. (2 Pkt.)

2 Funktionaler Zusammenhang

2.1 Die Steigung der Gerade wird aus den Koordinaten der Punkte A (– 0,5 | 1,7) und B (0,5 | 1,9) bestimmt. Für den Anstieg der Gerade gilt:

$$\begin{aligned} m &= \frac{\mathbf{y_B - y_A}}{\mathbf{x_B - x_A}} \\ &= \frac{1{,}9 - 1{,}7}{0{,}5 - (-0{,}5)} \\ &= 0{,}2 \end{aligned}$$

Die Steigung lautet: $\underline{\underline{m = 0{,}2}}$. (2 Pkt.)

2.2 Die allgemeine Form einer Parabel lautet $y = ax^2 + bx + c$. Mit der Vorgabe von $a = -0{,}25$ ist demnach $y = -0{,}25x^2 + bx + c$. Durch Einsetzen der Koordinaten der Punkte D (3 | 2) und E (4 | 1,25) ergeben sich zwei Gleichungen, die entsprechend umgeformt werden können:

$$\begin{array}{lrll} \text{(I)} & 2 &= -0{,}25 \cdot 3^2 + b \cdot 3 + c & \\ \Longleftrightarrow & 2 &= -2{,}25 + 3b + c & \mid + 2{,}25 \\ \Longleftrightarrow & 4{,}25 &= 3b + c & \\ \text{(II)} & 1{,}25 &= -0{,}25 \cdot 4^2 + b \cdot 4 + c & \\ \Longleftrightarrow & 1{,}25 &= -4 + 4b + c & \mid + 4 \\ \Longleftrightarrow & 5{,}25 &= 4b + c & \mid - 4b \\ \Longleftrightarrow & c &= 5{,}25 - 4b & \end{array}$$

Der aus Gleichung (II) bestimmte Term für c kann nun in Gleichung (I) eingesetzt werden:

$$\begin{array}{lrll} & 4{,}25 &= 3b + 5{,}25 - 4b & \\ \Rightarrow & 4{,}25 &= -b + 5{,}25 & - 5{,}25 \\ \Longleftrightarrow & -1 &= -b & \mid \cdot (-1) \\ \Longleftrightarrow & b &= 1 & \end{array}$$

Dies kann nun wiederum in c eingesetzt werden:

$$c = 5{,}25 - 4 \cdot 1 = 1{,}25$$

Die allgemeine Form der Parabel lautet $\underline{\underline{y = -0{,}25x^2 + x + 1{,}25}}$. (4 Pkt.)

2.3 Die Koordinate des Absprungpunktes C ist auch der Schnittpunkt mit der Parabel p. Durch Gleichsetzen beider Funktionen und mithilfe der Lösungsformel werden die Koordinaten des Absprungpunktes ermittelt.

$$\begin{aligned} p(x) &= g(x) \\ -0{,}25x^2 + x + 1{,}25 &= 0{,}2x + 1{,}8 \qquad \mid - 0{,}2x - 1{,}8 \\ -0{,}25x^2 + 0{,}8x - 0{,}55 &= 0 \\ \Longleftrightarrow \quad x_{1;2} &= \frac{-0{,}8 \pm \sqrt{0{,}8^2 - 4 \cdot (-0{,}25) \cdot (-0{,}55)}}{2 \cdot (-0{,}25)} \end{aligned}$$

2021

$$\iff \quad x_{1;2} = \frac{-0{,}8 \pm \sqrt{0{,}64 - 0{,}55}}{-0{,}5}$$

$$\iff \quad x_{1;2} = \frac{-0{,}8 \pm 0{,}3}{-0{,}5}$$

$$\iff x_1 = 1 \quad \text{oder} \quad (x_2 = 2{,}2)$$

Dabei kommt (z.B. im Vergleich mit der Abbildung) nur $x_1 = 1$ als Lösung in Frage. $x_1 = 1$ in die Geradengleichung $g: y = 0{,}2x + 1{,}8$ einsetzen, ergibt die y-Koordinate vom Punkt C.

$$y = 0{,}2 \cdot 1 + 1{,}8 = 2 \quad \Rightarrow \quad C\,(1\,|\,2)$$

Der Absprungpunkt befindet sich bei $\underline{\underline{C\,(1\,|\,2)}}$. (4 Pkt.)

2.4 Die maximale Höhe, die Michael auf seiner Flugbahn gegenüber der Straße erreichen wird, ist die y-Koordinate des Scheitelpunktes. Um diese zu bestimmen, kann die quadratische Funktion entweder in Scheitelpunktform gebracht werden (quadr. Ergänzung) oder es wird die Formel verwendet:

quadr. Ergänzung

$$\begin{aligned} y &= -0{,}25x^2 + x + 1{,}25 \\ &= -0{,}25(x^2 - 4x - 5) \\ &= -0{,}25(x^2 - 2 \cdot 2x + 2^2 - 2^2 - 5) \\ &= -0{,}25(x^2 - 2 \cdot 2x + 2^2 - 9) \\ &= -0{,}25(x^2 - 2 \cdot 2x + 2^2) + 2{,}25 \\ &= -0{,}25(x - 2)^2 + 2{,}25 \end{aligned}$$

Formel

$a = -0{,}25;\ b = 1;\ c = 1{,}25$

$$\mathbf{S}\left(-\frac{\mathbf{b}}{\mathbf{2a}}\,\middle|\,\mathbf{c} - \frac{\mathbf{b^2}}{\mathbf{4a}}\right)$$

$$S\left(-\frac{2}{2 \cdot (-0{,}25)}\,\middle|\,1{,}25 - \frac{1^2}{4 \cdot (-0{,}25)}\right)$$

$$S\,(2\,|\,2{,}25)$$

Die maximale Flughöhe ist demnach $\underline{\underline{2{,}25\,\text{m}}}$. (2 Pkt.)

2.5 Es soll gezeigt werden, dass Michael auf der Straße landet, die bei $x = 4{,}75$ beginnt. Um diese zu bestimmen, werden die Nullstellen der quadratische Funktion gesucht.

$$-0{,}25x^2 + x + 1{,}25 = 0$$

$$\iff \quad x_{1;2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot (-0{,}25) \cdot 1{,}25}}{2 \cdot (-0{,}25)}$$

$$\iff \quad x_{1;2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 1{,}25}}{-0{,}5}$$

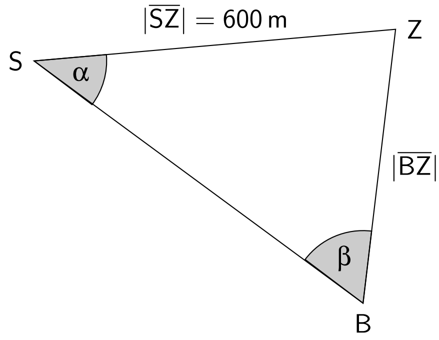
$$\iff \quad x_{1;2} = \frac{-1 \pm 1{,}5}{-0{,}5}$$

$$\iff (x_1 = -1) \quad \text{oder} \quad x_2 = 5$$

Die relevante Lösung ist hier $x = 5$, aus welcher sich ergibt, dass Michael auf der Straße landet, da diese bereits bei $x = 4{,}75$ beginnt. (3 Pkt.)

3 Trigonometrie

3.1 Die Gesamtlänge entspricht der Länge der beiden Flying-Fox-Anlagen, also $\overline{SZ}$ und $\overline{BZ}$. Dabei ist $|\overline{SZ}| = 600\,\text{m}$ gegeben. Die Länge $|\overline{BZ}|$ kann mit dem Sinussatz im Dreieck SBZ bestimmt werden:



$$\frac{|\overline{BZ}|}{\sin\alpha} = \frac{|\overline{SZ}|}{\sin\beta} \qquad |\cdot\sin\alpha$$

$$\Longleftrightarrow \quad |\overline{BZ}| = \frac{600\,\text{m}\cdot\sin(42{,}03^\circ)}{\sin(59{,}75^\circ)}$$

$$\Longleftrightarrow \quad |\overline{BZ}| = 456{,}03\,\text{m}$$

Damit kann die Gesamtlänge der Seile ermittelt werden:

$$|\overline{SZ}| + |\overline{BZ}| = 600\,\text{m} + 456{,}03\,\text{m} = 1056{,}03\,\text{m}$$

Die Gesamtlänge der Seile beträgt $\underline{\underline{1056{,}03\,\text{m}}}$. (3 Pkt.)

3.2 Der Winkel ε soll überprüft werden. Dieser setzt sich zusammen aus $\alpha = 42{,}03^\circ$ und dem Winkel $\sphericalangle ZSH$. Um diesen zu ermitteln wird im Dreieck SZH der Kosinussatz verwendet (Maße in cm):

$$|\overline{HZ}|^2 = |\overline{HS}|^2 + |\overline{SZ}|^2 - 2\cdot|\overline{HS}|\cdot|\overline{SZ}|\cdot\cos\sphericalangle ZSH \quad |-(|\overline{HS}|^2 + |\overline{SZ}|^2)$$

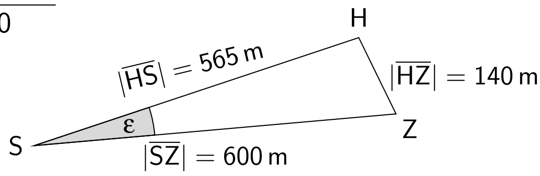
$$\Longleftrightarrow \quad -2\cdot|\overline{HS}|\cdot|\overline{SZ}|\cdot\cos\sphericalangle ZSH = |\overline{HZ}|^2 - |\overline{HS}|^2 - |\overline{SZ}|^2$$

$$\Longleftrightarrow \quad -2\cdot 565\cdot 600\cdot\cos\sphericalangle ZSH = 140^2 - 565^2 - 600^2 \qquad |\cdot(-1)$$

$$\Longleftrightarrow \quad 2\cdot 565\cdot 600\cdot\cos\sphericalangle ZSH = -140^2 + 565^2 + 600^2 \qquad |:(2\cdot 565\cdot 600)$$

$$\Longleftrightarrow \quad \cos\sphericalangle ZSH = \frac{600^2 + 565^2 - 140^2}{2\cdot 565\cdot 600}$$

$$\Rightarrow \quad \sphericalangle ZSH = 13{,}37^\circ$$



Daraus folgt für den gesuchten Winkel:

$$\varepsilon = \alpha + \sphericalangle ZSH = 42{,}03^\circ + 13{,}37^\circ = 55{,}40^\circ$$

Die geforderte Bedingung wird demnach eingehalten. (4 Pkt.)

3.3 Der gesuchte Flächeninhalt ergibt sich aus den Längen der gegebenen Seiten und dem eingeschlossenen Winkel $\sphericalangle FZE$:

$$A_{FEZ} = \frac{1}{2}\cdot|\overline{EZ}|\cdot|\overline{FZ}|\cdot\sin\sphericalangle FZW$$

Für den unbekannten Winkel gilt $\sphericalangle FZW = \sphericalangle SZB$. Die Größe dieses Winkels ergibt sich aus der Innenwinkelsumme im Dreieck SBZ:

$$\alpha + \beta + \sphericalangle SZB = 180^\circ \qquad -(\alpha+\beta)$$

$$\Longleftrightarrow \quad \sphericalangle SZB = 180^\circ - 42{,}03^\circ - 59{,}75^\circ$$

$$\Longleftrightarrow \quad \sphericalangle SZB = 78{,}22^\circ$$

ALGEBRA

1 Prozent- und Zinsrechnung

$PW = \frac{GW \cdot p}{100}$

$Z = \frac{K \cdot p \cdot t}{100 \cdot 360}$

2 Binomische Formeln

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

$(a+b) \cdot (a-b) = a^2 - b^2$

3 Potenzen (mit $a, b \neq 0$)

$a^0 = 1$

$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$

$a^m \cdot b^m = (a \cdot b)^m$

$a^m : a^n = a^{m-n}$

$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$

$a^m : b^m = (a : b)^m$

4 Wurzeln (mit $a, b > 0$)

$\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b}$

$\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$

$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$

$\sqrt{a} : \sqrt{b} = \sqrt{a : b}$

5 Logarithmus (mit $a, b > 0$ und $a \neq 1$)

$a^x = b \leftrightarrow x = \log_a b$

$\log_a u^n = n \cdot \log_a u$

$\lg u^n = n \cdot \lg u$

FUNKTIONEN

6 Lineare Funktionen

Normalform

$g : y = m \cdot x + t$

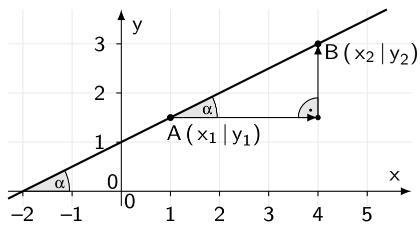
Zweipunkteform

$\frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

Steigung

$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

$m = \tan \alpha$



7 Quadratische Gleichungen und Funktionen (mit $a \neq 0$)

allgemeine Gleichung

$a \cdot x^2 + b \cdot x + c = 0$

allgemeine Form

$p : y = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$

Lösungsformel

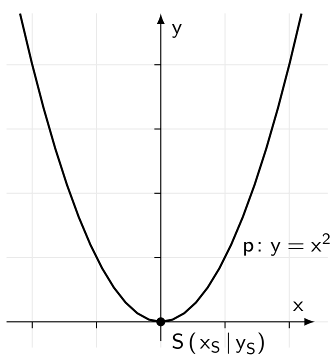
$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a}$

Scheitelform

$p : y = a \cdot (x - x_s)^2 + y_s$

Scheitelpunktkoordinaten

$S(x_s \mid y_s) = S\left(-\frac{b}{2 \cdot a} \,\middle|\, c - \frac{b^2}{4 \cdot a}\right)$



8 Exponentialfunktion

$y = b \cdot a^x$ mit $a, b \in \mathbb{R}^+$

*Die Merkhilfe stellt keine Formelsammlung im klassischen Sinne dar. Bezeichnungen werden nicht erklärt und Voraussetzungen für die Gültigkeit der Formeln in der Regel nicht dargestellt.

PERFEKT VORBEREITET AUF DEN MSA 10. Klasse Bayern 2022

ENTWICKELT VON PÄDAGOGEN

- ✓ Original-Prüfungaufgaben mit Lösungen 2016 - 2021
- ✓ Anschauliche, ausführliche und nachvollziehbare Lösungswege
- ✓ Ideal zur Vorbereitung auf einzelne Arbeiten während des Schuljahres
- ✓ Mit Merkhilfen zu den einzelnen Themengebieten
- ✓ Digitalisierte Original-Prüfungen, Schritt für Schritt vorgerechnet

Mathe - Trainer für Wirtschaftsschule MSA 2022

DIGITALES COACHING

- ✓ Neue **Lernplattform** mit geschützem Mitgliederbereich
- ✓ Themenbezogene, kurze, verständliche Lernvideos
- ✓ Individuelles Online-Coaching
- ✓ Prüfungsvorbereitung Online
- ✓ Immer auf dem aktuellsten Stand

Alle weiteren Informationen auf www.lern.de

SCAN ME

Hier wachsen kluge Köpfe

lernverlag®
www.lern-verlag.de

Bestell-Nr. :
EAN 9783743000841

Wirtschaftsschule 10. Klasse | Mittlerer Schulabschluss | Bayern

ISBN 978-3-7430-0084-1

€ 11,90

9 783743 000841 >

lern.de Bildungsgesellschaft mbH
lernverlag
Fürstenrieder Straße 52
80686 München
E-Mail: kontakt@lern-verlag.de