

1 Signale	1
1.1 Charakterisierung von Signalen	1
1.2 Häufig verwendete Testsignale	8
Literaturverzeichnis	16
2 Signalräume und diskrete Signaldarstellungen	17
2.1 Signalräume	17
2.1.1 Vektorräume	17
2.1.2 Metrische Räume	20
2.1.3 Normierte Räume	23
2.1.4 Räume mit Skalarprodukt	27
2.2 Orthogonalreihen	32
2.2.1 Berechnung der Koeffizienten	32
2.2.2 Orthogonale Projektion	33
2.2.3 Gram-Schmidt-Orthonormalisierungsverfahren	34
2.2.4 Die Parseval'sche Gleichung	36
2.2.5 Vollständige orthonormale Funktionensysteme	36
2.2.6 Die Fourier-Reihenentwicklung	37
2.2.7 Beispiele vollständiger orthonormaler Funktionensysteme	38
2.3 Allgemeine Reihenentwicklungen	43
2.3.1 Berechnung der Koeffizienten	44
2.3.2 Orthogonale Projektion	48
2.3.3 Orthogonale Projektion von N-Tupeln	49
Literaturverzeichnis	51
3 Zeitkontinuierliche Signale und Systeme	53
3.1 Beschreibung linearer zeitinvarianter Systeme im Zeitbereich	53
3.1.1 Impulsantwort, Faltung und Sprungantwort	54
3.1.2 Impulsantworten ausgewählter LTI-Systeme	59
3.1.3 Stabilität von LTI-Systemen	59
3.1.4 Systemantwort auf Exponentialfunktionen	61
3.2 Die Fourier-Transformation	64
3.2.1 Definition	64
3.2.2 Beispiele für die direkte Auswertung des Fourier-Integrals	66
3.2.3 Symmetrien der Fourier-Transformation	68

3.2.4	Weitere Eigenschaften der Fourier-Transformation	70
3.2.5	Einige spezielle Fourier-Korrespondenzen	76
3.2.6	Die Parseval'sche Gleichung	78
3.2.7	Fourier-Transformation periodischer Signale	79
3.2.8	Fourier-Transformation der Dirac-Impulsfolge	80
3.2.9	Die Poisson'sche Summenformel	81
3.2.10	Zeit- und bandbegrenzte Signale	82
3.2.11	Das Gibbs'sche Phänomen	83
3.3	Energiedichte und Korrelation	84
3.3.1	Definition und Eigenschaften	84
3.3.2	Energiedichte und Korrelation bei der Übertragung durch LTI-Systeme	86
3.4	Frequenzbereichsanalyse von LTI-Systemen	87
3.4.1	Betrag, Phase und Gruppenlaufzeit	87
3.4.2	Ideale und reale Filter	88
3.5	Die Hilbert-Transformation	91
3.6	Kausale Signale und die Hilbert-Transformation	94
3.7	Repräsentation von Bandpasssignalen	95
3.8	Laplace-Transformation	102
3.8.1	Die zweiseitige Laplace-Transformation	102
3.8.2	Eigenschaften der Laplace-Transformation	104
3.8.3	Inverse Laplace-Transformation	106
3.8.4	Die einseitige Laplace-Transformation	110
	Literaturverzeichnis	112
4	Diskrete Signale und Systeme	113
4.1	Abtastung zeitkontinuierlicher Signale	113
4.1.1	Ideale und reale Abtastung	113
4.1.2	Das Abtasttheorem	115
4.2	Eingangs-Ausgangs-Beziehungen diskreter LTI-Systeme	122
4.2.1	Impulsantwort, Faltung und Sprungantwort	123
4.2.2	FIR-Filter	124
4.2.3	Rekursive Filter	127
4.2.4	Frequenzgang diskreter LTI-Systeme	129
4.3	Die zeitdiskrete Fourier-Transformation	132
4.3.1	Definition und Konvergenz	132
4.3.2	Eigenschaften der zeitdiskreten Fourier-Transformation	134
4.3.3	Zeitdiskrete Fourier-Transformation sinusförmiger Signale	136
4.4	Korrelation und Energiedichte	136
4.5	Die Z-Transformation	138
4.5.1	Definition und Konvergenzeigenschaften	138
4.5.2	Inverse Z-Transformation durch Integration	141
4.5.3	Inverse Z-Transformation durch Potenzreihenentwicklung	143
4.5.4	Inverse Z-Transformation durch Partialbruchzerlegung und Vergleich	145

4.5.5	Eigenschaften der Z-Transformation	148
4.6	Analyse diskreter LTI-Systeme	153
4.6.1	Pole und Nullstellen von FIR-Filtern	153
4.6.2	FIR-Filter mit linearer Phase	158
4.6.3	Entwurf von FIR-Filtern mit der Fenstertechnik	160
4.6.4	Pole und Nullstellen von rekursiven Filtern	166
4.6.5	Bestimmung der Impulsantwort eines rekursiven Filters	167
4.6.6	Stabilität diskreter Systeme	169
4.6.7	Minimalphasigkeit	172
4.6.8	Allpass-Filter	174
4.6.9	Entfaltung	175
4.6.10	Faktorisierung von rekursiven Systemen	176
4.7	Die Chirp-Z-Transformation	177
4.8	Zeitdiskrete Verarbeitung kontinuierlicher Signale	179
	Literaturverzeichnis	182
5	Diskrete Blocktransformationen	183
5.1	Die diskrete Fourier-Transformation (DFT)	183
5.2	Die schnelle Fourier-Transformation	190
5.2.1	Radix-2-Decimation-in-Time-FFT	190
5.2.2	Radix-2-Decimation-in-Frequency-FFT	193
5.2.3	Radix-4-FFT	194
5.2.4	Split-Radix-FFT	195
5.2.5	Weitere FFT-Algorithmen	196
5.3	Die schnelle Faltung auf Basis der FFT	198
5.4	Die diskrete Kosinustransformation	199
5.5	Die diskrete Sinustransformation	203
5.6	Die diskrete Hartley-Transformation	204
5.7	Hadamard- und Walsh-Hadamard-Transformation	206
	Literaturverzeichnis	207
6	Charakterisierung und Transformation von Zufallsprozessen	209
6.1	Eigenschaften von Zufallsvariablen	209
6.2	Zeitkontinuierliche Zufallsprozesse	213
6.2.1	Korrelationsfunktionen und Stationarität	213
6.2.2	Spektrale Leistungsdichte	216
6.2.3	Transformation stochastischer Prozesse durch lineare Systeme ..	218
6.2.4	Suchfilter (Matched-Filter)	219
6.2.5	Stationäre Bandpassprozesse	220
6.3	Die zeitkontinuierliche Karhunen-Loève-Transformation	223
6.4	Zeitdiskrete Zufallsprozesse	226
6.4.1	Korrelation und Leistungsdichte	227
6.4.2	Transformation zeitdiskreter Zufallsprozesse durch lineare Systeme	228
6.4.3	Korrelationsmatrizen	229

6.4.4	Schätzung von Autokorrelationsfolgen und Leistungsdichtespektren	231
6.5	Die diskrete Karhunen-Loève-Transformation	233
6.6	Karhunen-Loève-Transformation reellwertiger AR(1)-Prozesse	236
6.7	Whitening-Transformation	238
6.8	Independent Component Analysis	240
	Literaturverzeichnis	244
7	Multiratenysteme	245
7.1	Grundlegende Multiraten-Operationen	246
7.1.1	Filterung und Abtastratenumsetzung	246
7.1.2	Polyphasenzerlegung	248
7.1.3	Multiraten-Identitäten	250
7.1.4	Polyphasen-Interpolation und Dezimation	251
7.2	Zwei-Kanal-Filterbänke	254
7.2.1	Beziehungen zwischen Ein- und Ausgang	254
7.2.2	Quadratur-Spiegel-Filter	255
7.2.3	Perfekt rekonstruierende Zwei-Kanal-Filterbänke	256
7.2.4	Polyphasendarstellung perfekt rekonstruierender Zwei-Kanal-Filterbänke	258
7.2.5	Paraunitäre Zwei-Kanal-Filterbänke	261
7.2.6	Paraunitäre Filterbank in Lattice-Struktur	265
7.2.7	Lifting-Strukturen	267
7.3	Filterbänke in Baumstruktur	268
7.4	Gleichförmige M-Kanal-Filterbänke	271
7.4.1	Beziehungen zwischen Ein- und Ausgang gleichförmiger M-Kanal-Filterbänke	271
7.4.2	Polyphasendarstellung	273
7.4.3	Paraunitäre Filterbänke	275
7.4.4	Entwurf kritisch abgetasteter FIR-Filterbänke	276
7.5	DFT-Filterbänke	277
7.6	Kosinus-modulierte Filterbänke	279
7.6.1	Die modulierte überlappende Transformation	280
7.6.2	Kosinus-modulierte Filterbänke mit kritischer Abtastung	285
7.6.3	Überabgetastete kosinus-modulierte Filterbänke	289
7.6.4	Pseudo-QMF-Bänke	290
7.7	Überlappende orthogonale Transformationen	291
7.8	Analyse von Filterbank-Eigenschaften	293
7.8.1	Frame-Analyse	293
7.8.2	Bifrequenzanalyse	295
7.9	Beschreibung von Zufallsprozessen in Multiratenystemen	297
7.9.1	Spektren stationärer und instationärer Prozesse	297
7.9.2	Effekte der Abtastratenumsetzung	299
7.9.3	Signalstatistik in gleichförmigen Filterbänken	300
7.10	Teilbandzerlegung endlich langer Signale	303

7.11 Teilbandcodierung von Bildern	306
7.12 Transmultiplexer-Filterbänke	307
Literaturverzeichnis	309
8 Die Kurzzeit-Fourier-Transformation	313
8.1 Transformation analoger Signale	313
8.1.1 Definition	313
8.1.2 Zeit-Frequenz-Auflösung	314
8.1.3 Die Unschärferelation	316
8.1.4 Das Spektrogramm	318
8.1.5 Rücktransformation	320
8.2 Transformation zeitdiskreter Signale	321
8.3 Die schnelle Faltung mittels der STFT	325
8.4 Spektrale Subtraktion auf Basis der STFT	326
Literaturverzeichnis	328
9 Die Wavelet-Transformation	329
9.1 Die zeitkontinuierliche Wavelet-Transformation	329
9.2 Wavelets für die Zeit-Skalen-Analyse	333
9.3 Integrale Rücktransformation und Energieerhaltung	335
9.4 Wavelet-Reihen	337
9.4.1 Dyadische Abtastung	337
9.4.2 Erhöhung der Frequenzauflösung durch die Aufteilung von Oktaven	339
9.5 Die diskrete Wavelet-Transformation	341
9.5.1 Das Konzept der Mehrfach-Auflösung	341
9.5.2 Signalanalyse durch Multiraten-Filterung	347
9.5.3 Wavelet-Synthese durch Multiraten-Filterung	348
9.5.4 Eigenschaften der diskreten Filter	350
9.6 Konstruktion von Wavelets durch Vorgabe von Filterkoeffizienten	351
9.6.1 Die allgemeine Vorgehensweise	351
9.6.2 Momente	357
9.6.3 Regularität	359
9.6.4 Wavelets mit endlicher Zeitdauer	359
9.7 Wavelet-Familien	360
9.7.1 Biorthogonale linearphasige Wavelets	360
9.7.2 Orthonormale Daubechies-Wavelets	365
9.7.3 Coiflets	366
9.8 Wavelet-Transformation zeitdiskreter Signale	368
9.8.1 Der À-Trous-Algorithmus	369
9.8.2 Zeitdiskretes Morlet-Wavelet	373
9.9 Die Dual-Tree-Wavelet-Transformation	374
9.10 Wavelet-basierte Bildkompression	375
9.11 Spärliche Wavelet-Repräsentationen und ihre Anwendung	376
9.11.1 Erzeugung spärlicher Repräsentationen	377

9.11.2 Wavelet-basierte Rauschreduktion	379
9.11.3 Komprimierte Abtastung	380
Literaturverzeichnis	381
10 Zeit-Frequenz-Verteilungen	383
10.1 Die Ambiguitätsfunktion	383
10.2 Die Wigner-Verteilung	387
10.2.1 Definition und Eigenschaften	387
10.2.2 Beispiele von Zeit-Frequenz-Verteilungen	390
10.2.3 Kreuzterme und Kreuz-Wigner-Verteilungen	392
10.2.4 Einfluss linearer Operationen	394
10.3 Allgemeine Zeit-Frequenz-Verteilungen	396
10.3.1 Verschiebungsinvariante Zeit-Frequenz-Verteilungen	397
10.3.2 Beispiele verschiebungsinvarianter Zeit-Frequenz-Verteilungen	399
10.3.3 Affin-invariante Zeit-Frequenz-Verteilungen	404
10.3.4 Zeitdiskrete Berechnung von Zeit-Frequenz-Verteilungen	405
10.4 Das Wigner-Ville-Spektrum	407
Literaturverzeichnis	412
11 Parameter- und Signalschätzung	413
11.1 Prinzipien der Parameterschätzung	413
11.1.1 Maximum-a-posteriori-Schätzung	413
11.1.2 Maximum-Likelihood-Schätzung	416
11.1.3 Schätzung mit minimalem quadratischen Fehler	418
11.1.4 Eigenschaften von Schätzverfahren	418
11.2 Lineare Parameterschätzung	419
11.2.1 Lineare erwartungstreue Schätzungen	419
11.2.2 Lineare Schätzungen mit minimalem mittleren quadratischen Fehler (MMSE-Schätzer)	424
11.3 Lineare Optimalfilter	431
11.3.1 Wiener-Filter ohne Einschränkung der Filterlänge	431
11.3.2 Wiener-Filter mit endlicher Länge	434
11.3.3 Lineare Prädiktion um einen Schritt	438
11.3.4 Prädiktorentwurf auf Basis endlicher Datenmengen	442
11.4 Mehrkanalige Optimalfilter	444
11.4.1 Beschreibung der mehrkanaligen Filterung	445
11.4.2 Das MINT-Theorem	448
11.4.3 Mehrkanalige lineare Optimalfilter	450
11.4.4 Blinde Quellentrennung	453
Literaturverzeichnis	455

Anhang	457
A.1 Mathematische Methoden für die Verarbeitung von N-Tupeln	457
A.1.1 Die QR-Zerlegung	457
A.1.2 Die Moore-Penrose-Pseudoinverse	458
A.1.3 Der Nullraum	460
A.1.4 Householder-Transformationen	461
A.1.5 Givens-Rotationen	464
A.2 Multivariate Gaußprozesse	466
Literaturverzeichnis	469
A.3 Verzeichnis der wichtigsten Formelzeichen	470
A.4 Korrespondenztabelle	471
Sachverzeichnis	475