

1	Differenzialgleichungen erster Ordnung	1
1.1	Definition und Grundbegriffe	2
1.2	Richtungsfeld und numerische Lösung	7
1.2.1	Idee der numerischen Lösung	10
1.2.2	Unterschiedliche Einschrittverfahren	12
1.2.3	Beispiel zur numerischen Lösung	14
1.3	Separable Gleichungen	16
1.4	Lineare Gleichungen erster Ordnung	21
1.4.1	Homogene Gleichung	21
1.4.2	Inhomogene Gleichung: Variation der Konstanten	21
1.5	Allgemeine Bemerkung zur Lösung einer Differenzialgleichung	26
	Übungsaufgaben	28
2	Eigenschaften der Lösungen	31
2.1	Differenzialgleichungssysteme erster Ordnung	32
2.2	Existenz und Eindeutigkeit einer Lösung	36
2.2.1	Lipschitz-Stetigkeit	36
2.2.2	Eindeutigkeitssatz	40
2.2.3	Existenzsatz	45
2.3	Differenzialgleichungen höherer Ordnung	47
2.3.1	Zurückführung auf ein System erster Ordnung	49
2.3.2	Lösbarkeit und Eindeutigkeit	52
2.4	Lineare Differenzialgleichungen	54
2.4.1	Beispiel: Euler-Differenzialgleichung	58
2.4.2	Beispiel: Legendre-Differenzialgleichung	60
	Übungsaufgaben	69
3	Beispiel: Freie gedämpfte Schwingung	73
3.1	Differenzialgleichung der gedämpften Schwingung	74
3.2	Exponentialansatz und charakteristische Gleichung	76
3.3	Ungedämpfte Schwingung: $\mu = 0$	78

3.4	Schwache Dämpfung: $0 < \mu < \omega_0$	80
3.5	Aperiodischer Grenzfall: $\mu = \omega_0$	82
3.6	Starke Dämpfung: $\mu > \omega_0$	84
3.7	Übersicht	85
	Übungsaufgaben	88
4	Lineare DGLs mit konstanten Koeffizienten	91
4.1	Definition und Grundbegriffe	92
4.2	Homogene Gleichung	94
4.2.1	Fundamentalsatz der Algebra	95
4.2.2	Nur einfache Nullstellen	99
4.2.3	Allgemeiner Fall	103
4.2.4	Beweis des Hauptsatzes für homogene Gleichungen	105
4.3	Inhomogene Gleichung	109
4.3.1	Form der Inhomogenität	109
4.3.2	Keine Resonanz	112
4.3.3	Resonanz	117
4.3.4	Reelle Gleichungen reell lösen?	121
4.3.5	Analytische Lösung mit einem Computerprogramm	121
	Übungsaufgaben	123
5	Beispiel: Erzwungene Schwingung	125
5.1	Differenzialgleichung der erzwungenen Schwingung	126
5.2	Ungedämpfte Schwingung	128
5.2.1	Fall $\Omega \neq \omega_0$	128
5.2.2	Fall $\Omega = \omega_0$; Resonanz	130
5.3	Gedämpfte Schwingung	131
	Übungsaufgaben	139
6	Ausblick: Eine partielle Differenzialgleichung	141
6.1	Differenzialgleichung der schwingenden Saite	142
6.2	Separationsansatz	143
6.2.1	Lösung der separierten Gleichungen	145
6.2.2	Einzellösungen und Summen	147
6.3	Anfangsbedingungen der angezupften Saite	149
6.3.1	Entwicklung in Eigenfunktionen	151
6.3.2	Beispiel: Lineares mittiges Anzupfen	153
	Übungsaufgaben	159
A	Komplexe Zahlen	161
A.1	Körper der komplexen Zahlen	161
A.1.1	Definition	161
A.1.2	Zusammenhang mit reellen Zahlen	162

A.2	Eigenschaften komplexer Zahlen	163
A.2.1	Komplexe Konjugation	164
A.2.2	Betrag	165
A.2.3	Fundamentalsatz der Algebra	167
A.3	Exponentialreihe und Euler-Formel	167
A.3.1	Eigenschaften der Exponentialreihe	167
A.3.2	Euler-Formel	168
A.4	Polarkoordinaten	171
A.4.1	Multiplikation komplexer Zahlen	173
A.4.2	n -te Einheitswurzeln	174
B	Lösungen der Übungsaufgaben	179
	Stichwortverzeichnis	205