

Inhalt

| | |
|--|------------|
| Einleitung | 9 |
| 1 GNU Octave und MATLAB in a Nutshell | 12 |
| 1.1 GNU Octave und MATLAB | 12 |
| 1.2 Arbeiten mit Matrizen und Vektoren | 14 |
| 1.3 Skripte und Funktionen schreiben | 19 |
| 1.4 Elementare Kontrollstrukturen und Vektorisierung | 23 |
| 1.5 Logische Ausdrücke, Zugriffe und Suchen | 27 |
| 1.6 Plotten und Visualisieren | 29 |
| 1.7 Daten importieren und exportieren | 35 |
| 2 Motivation, Modellbildung und Anwendungsbeispiele..... | 37 |
| 2.1 Die Wärmeleitungsgleichung | 39 |
| 2.2 Elektro- und Magnetostatik | 48 |
| 2.3 Transportphänomene mit Konvektion und Stoffabbau | 54 |
| 2.4 Fishers-Gleichung: Populationsmodell mit beschränktem Wachstum | 57 |
| 2.5 Klassifikation von partiellen Differentialgleichungen | 58 |
| 3 Finite Elemente in 1D | 61 |
| 3.1 Funktionen approximieren und numerisch integrieren | 61 |
| 3.2 Variationsformulierung elliptischer Randwertprobleme | 70 |
| 3.3 Ritz-Galerkin-Verfahren für elliptische Randwertprobleme..... | 82 |
| 3.4 Implementierung in 1D mit linearen Elementen | 86 |
| 3.5 Elemente höherer Ordnung..... | 99 |
| 3.6 Praxisbeispiel: Wärmeleitung in einem homogenen Stab | 110 |
| 4 Finite Elemente in 2D | 114 |
| 4.1 Variationsformulierung und Galerkin-Verfahren | 114 |
| 4.2 Assemblierung und Implementierung | 124 |
| 4.3 Ausblick auf hierarchische Basen, Elemente höherer Ordnung und isoparametrische Elemente | 145 |

| | | |
|-----------|---|------------|
| 4.4 | Fehlerabschätzungen und Konvergenzverhalten | 150 |
| 4.5 | Kondition, iterative Löser und Vorkonditionierung | 157 |
| 4.6 | Praxisbeispiel: Heizen mit offener Tür | 166 |
| 5 | Gemischte Randwerte und Gitterdatenstrukturen | 171 |
| 5.1 | Gmsh als Gittergenerator | 172 |
| 5.2 | Gitter-Datenaufbereitung und -struktur | 178 |
| 5.3 | Implementierung von gemischten Randwert-Problemen | 191 |
| 6 | Fehlerschätzer und Gitteranpassungen | 202 |
| 6.1 | Gradientenrekonstruktion und Z^2 -Fehlerindikator | 203 |
| 6.2 | Algorithmus zur Gitterverfeinerung | 210 |
| 6.3 | Ausblick: weitere Fehlerschätzer und Fehlerindikatoren | 222 |
| 6.4 | Praxisbeispiel: E-Feld um Kondensatorplatten | 225 |
| 7 | BDF-Verfahren für zeitabhängige Modelle | 230 |
| 7.1 | Vertikale Linienmethode | 230 |
| 7.2 | Steife Probleme und BDF-Mehrschrittverfahren | 234 |
| 7.3 | Fehlerabschätzung für parabolische Differentialgleichungen | 240 |
| 7.4 | Algorithmische Umsetzung und Implementierung | 241 |
| 7.5 | Adaptivität in der Zeit und Schrittweitensteuerung | 249 |
| 7.6 | Praxisbeispiel: FEM-Modell als Strecke eines Regelkreises | 258 |
| 8 | Konvektionsdominierte Gleichungen | 264 |
| 8.1 | Stromliniendiffusion | 265 |
| 8.2 | Assemblierung der zusätzlichen Terme | 270 |
| 8.3 | Numerische Experimente zur Konvergenz und Stabilität | 277 |
| 8.4 | Praxisbeispiel: Schadstofftransport im Wasser | 285 |
| 9 | Nichtlineare Modelle | 293 |
| 9.1 | Ansatz über Fixpunkt- bzw. Picard-Iteration | 294 |
| 9.2 | Praxisbeispiel 1: Populationsmodell mittels Fishers-Gleichung | 298 |
| 9.3 | Praxisbeispiel 2: Magnetostatik mit nichtlinearer Permeabilität | 304 |
| 10 | Navier-Stokes-Gleichungen und Projektionsverfahren | 316 |
| 10.1 | Navier-Stokes-Gleichungen in der Strömungsmechanik | 316 |
| 10.2 | Stokes-Gleichung | 321 |
| 10.3 | Stattelpunkt-Probleme und die Inf-Sup-Bedingung | 322 |

| | |
|---|------------|
| 10.4 Das Taylor-Hood-Element | 325 |
| 10.5 Implizites Projektionsverfahren nach Chorin | 325 |
| 10.6 Driven-Cavity-Problem und Beispielimplementierung..... | 327 |
| 10.7 Fluss um einen Zylinder als Übungsproblem | 337 |
| 11 Ausblicke auf moderne Lösungsverfahren | 342 |
| 11.1 Mehrgitterverfahren..... | 342 |
| 11.2 Domain-Decomposition und Parallelisierung | 344 |
| Literatur | 353 |
| Index | 359 |