



### Leseprobe aus

Kai Budischewski, Katharina Günther: Aufgabensammlung Statistik, 2. Auflage,  
ISBN 978-3-621-28740-1 © 2020 Beltz Verlag, Weinheim Basel  
<http://www.beltz.de/9783621287401>

Budischewski • Günther

**Aufgabensammlung Statistik**



Kai Budischewski, Katharina Günther

# Aufgabensammlung Statistik

Übungsaufgaben für Psychologie, Sozial- und  
Humanwissenschaften

2., überarbeitete und erweiterte Auflage

**BELTZ**

Prof. Dr. Kai Budischewski  
Hochschule Fresenius gem. GmbH  
Marienburgstr. 6  
60528 Frankfurt am Main  
E-Mail: kai.budischewski@hs-fresenius.de

Katharina Günther, M.A.  
München  
E-Mail: katharina.guenther.kriens@gmail.com

Das Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung ist ohne Zustimmung des Verlags unzulässig. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronische Systeme.



Dieses Buch ist erhältlich als:  
ISBN 978-3-621-28740-1 Print  
ISBN 978-3-621-28741-8 E-Book (PDF)

2., überarbeitete und erweiterte Auflage 2020

© 2020 Programm PVU Psychologie Verlags Union  
in der Verlagsgruppe Beltz · Weinheim Basel  
Werderstraße 10, 69469 Weinheim  
Alle Rechte vorbehalten

Lektorat: Salome Fabianek  
Umschlagbild: 9george/iStock/Getty Images Plus  
Herstellung: Uta Euler  
Satz: Reproduktionsfähige Vorlagen der Autoren  
Gesamtherstellung: Beltz Grafische Betriebe, Bad Langensalza  
Printed in Germany

Weitere Informationen zu unseren Autor\_innen und Titeln finden Sie unter: [www.beltz.de](http://www.beltz.de)

# Inhalt

<b>Vorwort zur 2. Auflage</b>	10
<b>1 Aufgaben</b>	11
1.1 Schwimmbadzeichen und Wohnsituation	11
1.2 Bälle in einer Trommel	12
1.3 Frostfrei, mild und regnerisch?	12
1.4 Anpassung der Toleranzschwelle gegenüber unhygienischen Zuständen in Küche und Bad	13
1.5 Matrixalgebra	13
1.6 Die multifunktionale Gemüsereibe (1)	14
1.7 Wie soll das nur enden?	14
1.8 Steinzeit ...	15
1.9 »Uni könnte so schön sein, wenn nur die ganzen Studis nicht wären«	16
1.10 Jägermeister	17
1.11 Hochschule Holtzhausen am Erri (HHE)	17
1.12 Multiple-Choice (1)	17
1.13 Ein neuer Meister?	18
1.14 Museum alter Theorien	19
1.15 Planet Stastik I (1)	20
1.16 Neulich auf der Pferderennbahn (1)	22
1.17 Fußball-WM, Frauen und Männer	22
1.18 Broken Home	23
1.19 Der Apfel fällt nicht weit vom Stamm	24
1.20 Multiple-Choice (2)	24
1.21 Zeig mir deine Plattensammlung – und ich sage dir, wer du bist!	25
1.22 Medium und Behaltensleistung	25
1.23 Brown-Nosing	26
1.24 Zur falschen Zeit am falschen Ort?	27
1.25 André und die Lernstörungen	28
1.26 Studieren oder surfen in Australien?	28
1.27 Verträglichkeit	29
1.28 Penthes und Sileas	29

1.29	Schönen Tag noch!	31
1.30	Glanz, glänzender, am glänzendsten	31
1.31	Nordlichter und Lederhosen	32
1.32	Auf Gleis 4 hat Einfahrt ...	34
1.33	Schadenfreude und die Angst vor Fehlern	34
1.34	Josy und der BDI	35
1.35	Die Bahnhofskneipe »Zur Pfütze«	35
1.36	ADHS-Screening	36
1.37	Intrinsische Motivation und Leistung	37
1.38	Statistik verstehen	38
1.39	Was weißt denn du von Liebe?	38
1.40	»Zwei mal drei macht vier ...«	39
1.41	Karriereplanung	39
1.42	Analphabetismus und Autofahrer	40
1.43	Das finnische Möbelhaus	41
1.44	Erfolgsmision	41
1.45	Die Esel der Spartaner	42
1.46	McKay auf der Akademie	43
1.47	»Manchmal, aber nur manchmal ...«	43
1.48	Mensa und Essen	44
1.49	Karaokebar	44
1.50	Lebensqualität von Patienten vor, während und nach der Therapie	45
1.51	Burn-out-Prophylaxe	46
1.52	Assessment-Center	46
1.53	Palzenkekse	47
1.54	Sich unersetzlich fühlen und austauschbar sein	48
1.55	Brille tragen und Geschlecht	48
1.56	EDV-Fortbildungen und Umgang mit dem PC	49
1.57	Arbeitszufriedenheit: Honeymoon oder Hangover?	50
1.58	Die Notwendigkeit, in den Urlaub fahren zu müssen	50
1.59	Die multifunktionale Gemüsereibe (2)	51
1.60	Kritische Differenz	53
1.61	Disney-Filme und Stereotype	53
1.62	Neurotizismus bei Ehepartnern	54
1.63	Neulich auf der Pferderennbahn (2)	54
1.64	Taschenrechner	56
1.65	Planet Stastik I (2)	56
1.66	Opferrituale	58
1.67	Antiaggressionstraining (AAT)	59
1.68	»Schlafen, schlafen, vielleicht auch träumen ...«	60
1.69	Pädagogischer Ansatz des Kindergartens und Schuleignung (1)	60
1.70	Zeig mir deinen Kühlschrank – und ich sage dir, wer du bist!	61
1.71	Lucy Liu vs. Kate Winslet	62

1.72	Ein gutes Gewissen ist ein sanftes Ruhekissen	62
1.73	Qualitätssicherung: Lehrevaluation	63
1.74	Pädagogischer Ansatz des Kindergartens und Schuleignung (2)	64
1.75	Arbeitssicherheit	65
1.76	Milchmischgetränke	66
1.77	Kundenzufriedenheit	66
1.78	Aufstand im Jugendamt!	67
1.79	Oh je, Mensa!	67
1.80	Faktorenanalyse, allgemein	69
1.81	Psychische Beanspruchung	69
1.82	Viele Köche verderben den Brei	70
1.83	Im Silbersack	71
1.84	Interviewereffekte	72
1.85	Metzger, Dreher und Frisöre	73
1.86	Umzugsbereitschaft und Attraktivität des Praktikumsplatzes	74

## 2 Lösungen 76

2.1	Schwimmabzeichen und Wohnsituation	76
2.2	Bälle in einer Trommel	78
2.3	Frostfrei, mild und regnerisch?	79
2.4	Anpassung der Toleranzschwelle gegenüber unhygienischen Zuständen in Küche und Bad	80
2.5	Matrixalgebra	82
2.6	Die multifunktionale Gemüsereibe (1)	83
2.7	Wie soll das nur enden?	85
2.8	Steinzeit ...	87
2.9	»Uni könnte so schön sein, wenn nur die ganzen Studis nicht wären«	96
2.10	Jägermeister	98
2.11	Hochschule Holtzhausen am Erll (HHE)	98
2.12	Multiple-Choice (1)	99
2.13	Ein neuer Meister?	100
2.14	Museum alter Theorien	100
2.15	Planet Stastik I (1)	105
2.16	Neulich auf der Pferderennbahn (1)	112
2.17	Fußball-WM, Frauen und Männer	114
2.18	Broken Home	116
2.19	Der Apfel fällt nicht weit vom Stamm	119
2.20	Multiple-Choice (2)	122
2.21	Zeig mir deine Plattensammlung – und ich sage dir, wer du bist!	123
2.22	Medium und Behaltensleistung	125

2.23	Brown-Nosing	127
2.24	Zur falschen Zeit am falschen Ort?	135
2.25	André und die Lernstörungen	136
2.26	Studieren oder surfen in Australien?	137
2.27	Verträglichkeit	137
2.28	Penthes und Sileas	139
2.29	Schönen Tag noch!	144
2.30	Glanz, glänzender, am glänzendsten	147
2.31	Nordlichter und Lederhosen	151
2.32	Auf Gleis 4 hat Einfahrt ...	153
2.33	Schadenfreude und die Angst vor Fehlern	155
2.34	Josy und der BDI	155
2.35	Die Bahnhofskneipe »Zur Pfütze«	156
2.36	ADHS-Screening	158
2.37	Intrinsische Motivation und Leistung	161
2.38	Statistik verstehen	167
2.39	Was weißt denn du von Liebe?	168
2.40	»Zwei mal drei macht vier ...«	170
2.41	Karriereplanung	172
2.42	Analphabetismus und Autofahrer	172
2.43	Das finnische Möbelhaus	174
2.44	Erfolgsmision	175
2.45	Die Esel der Spartaner	184
2.46	McKay auf der Akademie	186
2.47	»Manchmal, aber nur manchmal ...«	187
2.48	Mensa und Essen	188
2.49	Karaokebar	189
2.50	Lebensqualität von Patienten vor, während und nach der Therapie	194
2.51	Burn-out-Prophylaxe	195
2.52	Assessment-Center	198
2.53	Palzenkekse	199
2.54	Sich unersetzlich fühlen und austauschbar sein	201
2.55	Brille tragen und Geschlecht	202
2.56	EDV-Fortbildungen und Umgang mit dem PC	204
2.57	Arbeitszufriedenheit: Honeymoon oder Hangover?	208
2.58	Die Notwendigkeit, in den Urlaub fahren zu müssen	212
2.59	Die multifunktionale Gemüsereibe (2)	215
2.60	Kritische Differenz	217
2.61	Disney-Filme und Stereotype	217
2.62	Neurotizismus bei Ehepartnern	219
2.63	Neulich auf der Pferderennbahn (2)	220
2.64	Taschenrechner	229
2.65	Planet Stastik I (2)	234

2.66	Opferrituale	243
2.67	Antiaggressionstraining (AAT)	244
2.68	»Schlafen, schlafen, vielleicht auch träumen ...«	247
2.69	Pädagogischer Ansatz des Kindergartens und Schuleignung (1)	248
2.70	Zeig mir deinen Kühlschrank – und ich sage dir, wer du bist!	249
2.71	Lucy Liu vs. Kate Winslet	251
2.72	Ein gutes Gewissen ist ein sanftes Ruhekissen	253
2.73	Qualitätssicherung: Lehrevaluation	255
2.74	Pädagogischer Ansatz des Kindergartens und Schuleignung (2)	255
2.75	Arbeitssicherheit	257
2.76	Milchmischgetränke	257
2.77	Kundenzufriedenheit	258
2.78	Aufstand im Jugendamt!	259
2.79	Oh je, Mensa!	260
2.80	Faktorenanalyse, allgemein	270
2.81	Psychische Beanspruchung	271
2.82	Viele Köche verderben den Brei	271
2.83	Im Silbersack	274
2.84	Interviewereffekte	278
2.85	Metzger, Dreher und Frisöre	279
2.86	Umzugsbereitschaft und Attraktivität des Praktikumsplatzes	283

Literatur		289
-----------	--	-----

## Anhang 291

A	Griechische Buchstaben	291
B	Formelsammlung	291
C	Tabellen kritischer Werte	298
C.1	Standardnormalverteilung	298
C.2	Zentrale t-Verteilung	300
C.3	Wilcoxon-Vorzeichen-Rangtest	301
C.4	Zentrale Chi <sup>2</sup> -Verteilung	302
C.5	Kritische Werte für den Kolmogorov-Smirnov-Test	303
C.6	Zentrale F-Verteilung	305
C.7	Überschreitungswahrscheinlichkeiten für spezifische U-Werte	314
D	Zuordnung statistischer Verfahren zu den Aufgaben	317

## 1.29 Schönen Tag noch!

Schwierigkeit: mittel

Dauer: 20 min

Neben Ihrem Studium überlegen Sie, einen Nebenjob aufzunehmen, um sich noch mehr Fachbücher kaufen zu können. Was kommt infrage? Hiwi an der Fakultät, kellnern oder doch an der Kasse im Supermarkt? Sie überlegen.

Bei Ihrem nächsten Einkauf beobachten Sie, dass der Kassierer von fast jedem Kunden »einen schönen Tag noch« gewünscht bekommt. Umgehend stellen Sie folgende Forschungsfrage auf: Haben Personen, die außerordentlich viel Kundenkontakt haben, z. B. im Supermarkt an der Kasse, und daher häufig Grußformeln wie »Schönen Tag noch« hören, tatsächlich schönere Tage als Personen, die weniger Kundenkontakt haben? Sie binden die Kassierer des Supermarktes mit ein und erfassen die Häufigkeit, mit der ein Kassierer einen »Schönen Tag noch« gewünscht bekommt sowie die Zufriedenheit mit dem Tag mit dem »Happy-Day-Questionnaire (HDQ)« (Hawkins, E. & Singer, S., 1969) und erhalten folgende Tabelle:

Tabelle 23 Werte

HDQ-Werte	15	2	13	6	12	5	8	11
Anzahl »Schönen Tag noch«	9	2	8	7	5	4	6	7

- Berechnen Sie jeweils Mittelwert, Varianz und Standardabweichung für die Variablen HDQ-Werte und »Schönen Tag noch«!
- Gehen Sie davon aus, dass sowohl die Werte des HDQ als auch die Häufigkeit des »Schönen Tag noch« Intervallskalenniveau besitzen. Berechnen Sie einen adäquaten Korrelationskoeffizienten!
- Prüfen Sie inferenzstatistisch die Forschungsfrage: Gibt es einen positiven Zusammenhang zwischen der Häufigkeit »Schönen Tag noch« und den Werten des HDQ?
- Erstellen Sie die Regressionsgleichung von »Schönen Tag noch« (x) auf die Werte des HDQ. Welchen Wert im HDQ können Sie für eine Person schätzen, die elf Mal am Tag »Schönen Tag noch« hört?

## 1.30 Glanz, glänzender, am glänzendsten

Schwierigkeit: knifflig

Dauer: 45 min

Das neue Glanz-Shampoo (»tropical flash – limited edition«) Ihrer Firma soll die Haarpracht der Konsumentinnen bei konsequenter Anwendung mehr als nur zum Leuchten bringen. Sie haben eine Marktforschungsstudie durchgeführt. Dazu wurden drei Haartypen unterschieden: Sprödes Haar, leicht fettendes Haar und coloriertes/dauergewelltes Haar. Bewertet wurde der Glanz-Faktor des Haares nach der ers-

ten, zehnten und dreißigsten Anwendung von jeweils  $n = 4$  Frauen pro Haartyp. Für den Glanz-Faktor kann ein Intervallskalenniveau angenommen werden. Tabelle 24 zeigt die Daten.

**Tabelle 24** Rohwerte Glanz-Faktor der Haare von 12 Frauen zu drei Messzeitpunkten unterteilt nach drei Haartypen

Haartyp	Nach 1. Anwendung	Nach 10. Anwendung	Nach 30. Anwendung	gesamt
sprödes Haar	3	4	5	12
	4	6	8	18
	2	2	5	9
	3	4	8	15
leicht fettendes Haar	4	3	5	12
	6	6	9	21
	3	5	7	15
	3	1	2	6
coloriertes/dauer- gewelltes Haar	2	2	5	9
	1	2	3	6
	2	3	4	9
	3	4	5	12
<b>gesamt</b>	36	42	66	144

- Gibt es einen Haupteffekt für Faktor A (Haartyp)?
- Gibt es einen Haupteffekt für Faktor B (Messzeitpunkte)?
- Gibt es eine Wechselwirkung zwischen den Faktoren A und B?

### 1.31 Nordlichter und Lederhosen

Schwierigkeit: leicht

Dauer: 45 min

Zwei Studentengruppen veranstalten ein Kräfteressen der besonderen Art! In 5 Disziplinen wollen sie herausfinden, wo die coolsten Studenten leben! Die Gruppe »Nordlichter« umfasst 7 Teilnehmer. Die »Lederhosen« zählen 8 Teilnehmer.

- In der ersten Disziplin geht es um »Spätzle futtern«. Die Rangplätze sehen wie folgt aus:

**Tabelle 25** Ergebnisse beim Spätzle futtern

<b>Nordlichter</b>	3.	6.	7.	9.	10.	11.	14.	
<b>Lederhosen</b>	1.	2.	4.	5.	8.	12.	13.	15.

Welche Gruppe eröffnet den Wettbewerb mit einem Sieg und geht in Führung?  
Oder sind die Mannschaften etwa gleich stark?

**b)** Die zweite Disziplin heißt »im Regen stehen«. Wider Erwarten sind die »Nordlichter« darin sehr gut – doch reicht das zum Sieg?!

**Tabelle 26** Ergebnisse beim »im Regen stehen«

<b>Nordlichter</b>	1.	2.	3.	5.	9.	10.	11.	
<b>Lederhosen</b>	4.	6.	7.	8.	12.	13.	14.	15.

Leider erkälten sich dabei 3 »Lederhosen« und können fortan nicht mehr teilnehmen

**c)** Im dritten Durchgang wird das »Durchhaltevermögen auf der Semesteranfangsparty« abgeprüft. Es endet in einem Kopf-an-Kopf-Rennen. Anzumerken ist, dass ein »Nordlicht« und eine »Lederhose« beim Wettkampf nach Hessen durchgebrannt sind. Dies verstößt gegen die Regeln und so teilen sich die beiden die letzten beiden Plätze und werden anschließend disqualifiziert. Doch welche Gruppe kann diese Runde nun für sich entscheiden?

**Tabelle 27** Ergebnisse beim »Durchhaltevermögen auf der Semesteranfangsparty«

<b>Nordlichter</b>	1.	3.	5.	7.	9.	10.
<b>Lederhosen</b>	2.	4.	6.	8.		

**d)** Um den vierten Wettkampf zu gewinnen, ist Muskelkraft gefragt: Die Gruppen treten im »Bleistiftnotizen aus Büchern radieren« gegeneinander an. Welche Gruppe hat die stärkeren Arme und gewinnt diese Runde? Reicht es eventuell schon für einen Vorentscheid?

**Tabelle 28** Ergebnisse beim »Vergleich der Muskelkraft«

<b>Nordlichter</b>	3.	5.	6.	7.	9.	10.
<b>Lederhosen</b>	1.	2.	4.	8.		

Um die schon etwas angespannten Gemüter zu beruhigen, wird nun Bruderschaft getrunken. Die Lederhosen fangen stark an, doch nach der Hälfte haben die Nordlichter aufgeholt und die beiden inzwischen mehrfach verbrüdernten Studentengruppen liegen gleich auf. Man kommt zu dem Schluss, dass »Geschwister« sich in ihrer Coolness eigentlich nicht voneinander unterscheiden, und beschließt, den Wettstreit auf sich beruhen zu lassen!

### 1.32 Auf Gleis 4 hat Einfahrt ...

Schwierigkeit: leicht

Dauer: 15 min

Der passionierte Bahnfahrer Lukas N. wartet mal wieder am windigen Gleis auf einen verspäteten Zug (3 Minuten Verspätung!). Bahnfahren hat ja viele Vorteile: Man schont die Umwelt und man kann währenddessen arbeiten oder schlafen. Na gut, es gibt auch Nachteile: Der beliebte Böschungsbrand, die kurzfristig geänderte Wagenreihung, ein wenig zu intime Gespräche der Mitreisenden, verpasste Anschlusszüge und ein Bordbistro ohne (!) alkoholische Getränke.

Ein weiterer, oben nicht genannter Vorteil ist es, dass man seine Zeit mit kleinen statistischen Wahrscheinlichkeitsspielereien verbringen kann! Wie war das nochmal im letzten Jahr ...?

Auf den 24 Fahrten zwischen Erfurt und Holtzhausen am Errl gab es drei Mal einen Böschungsbrand, 18 Mal eine Änderung der Wagenreihung, vier verpasste Anschlusszüge, sechs Mal ein geschlossenes Bordbistro sowie zwölf Gespräche Mitreisender, die er nun gar nicht mithören wollte. Und zu allem Überfluss betrug die durchschnittliche Verspätung 150 Sekunden (bei einer Standardabweichung  $s = 25$ )!

- Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass auf der Strecke Holtzhausen am Errl nach Erfurt ein Böschungsbrand und ein geschlossenes Bordbistro auftreten?
- Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass zusätzlich zum Böschungsbrand und dem geschlossenen Bordbistro auch noch der Anschlusszug verpasst wird?
- Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass eine geänderte Wagenreihung und zu intime Gespräche der Mitreisenden auftreten?
- Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit für eine Vollkatastrophe (Böschungsbrand, Wagenreihung, Anschlusszüge, Bordbistro und intime Gespräche)?
- Wäre es statistisch bedeutsam, wenn einmal alles glatt geht?

### 1.33 Schadenfreude und die Angst vor Fehlern

Schwierigkeit: leicht

Dauer: 5 min

In einer kleinen Studie ermittelte Forscher A aus H zwischen den Variablen »Schadenfreude ( $x$ )« und »Angst vor Fehlern ( $y$ )« bei  $n = 18$  Personen eine Pearson-Korrelation von  $r = 0,6$ .

Bitte gehen Sie folgender Fragestellung **inferenzstatistisch** nach: Existiert ein positiver Zusammenhang zwischen »Schadenfreude« und »Angst vor Fehlern«?

### 1.34 Josy und der BDI

Schwierigkeit: leicht

Dauer: 10 min

Das Leben als Therapeutin ist schwer, dachte Josy B. Da arbeitet man wochenlang mit einem depressiven Patienten, freut sich über den Rückgang der Werte im BDI-2 (von 14 auf 10 Punkte) und dann kommt dieser doofe Kollege und behauptet, dieser Rückgang habe nichts zu bedeuten, schließlich sei der BDI-2 nicht besonders reliabel (Retestreliaibilität  $r_{tt} = 0,78$ ;  $s = 2$ ).

- Bitte berechnen Sie den Standardmessfehler SMF ( $S_e$ )!
- Bitte berechnen Sie die kritische Differenz (95 %)!

### 1.35 Die Bahnhofskneipe »Zur Pfütze«

Schwierigkeit: mittel

Dauer: 45 min

Alex B, ehemaliger Psychologiestudent und jetzt Wirt der Bahnhofskneipe »Zur Pfütze« in Holtzhausen am Erri, betrachtet seine Bierverkäufe der letzten paar Monate. Dazu hat er pro Woche die verkauften Liter (in Hektolitern; 1 hl = 100 Liter) in Tabelle 29 aufgelistet.

**Tabelle 29** Verkauftes Bier in der Bahnhofskneipe »Zur Pfütze«

<b>Woche</b>	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
<b>Verkauftes Bier (hl)</b>	3	4	4	5	4	6	5	7	6	8

- Berechnen Sie eine Regressionsgerade von »Woche« ( $x$ ) auf »Verkaufte Biere« ( $y$ )!
- Mit wie viel verkauften Bierern sollte er für die 20. Woche rechnen? Berechnen Sie auch ein 95 %-Konfidenzintervall!
- Berechnen Sie eine Regressionsgerade von »Verkaufte Biere« ( $x$ ) auf »Woche« ( $y$ )!
- Ab 40 Hektolitern bekommt Alex B von seinem Großhändler günstige Einkaufsoptionen. In welcher Woche kann er damit rechnen?

$$b_1 = \frac{n \cdot \sum_{m=1}^n x_m \cdot y_m - \sum_{m=1}^n x_m \cdot \sum_{m=1}^n y_m}{n \cdot \sum_{m=1}^n x_m^2 - \left( \sum_{m=1}^n x_m \right)^2} = \frac{464}{288} = 1,611$$

$$b_0 = 9 - 1,611 \cdot 6 = -0,666$$

$$\hat{Y}(x=11) = -0,666 + 1,611 \cdot 11 = 17,055$$

Für eine Person, die elf Mal am Tag »Schönen Tag noch« hört, kann ein HDQ-Wert von 17,055 geschätzt werden.

## 2.30 Glanz, glänzender, am glänzendsten

Hier handelt es sich um eine zweifaktorielle Varianzanalyse mit Messwiederholung auf einem Faktor. Zur Berechnung werden einige Mittelwerte benötigt.

Und selbstverständlich müssen auch noch Hypothesen gebildet werden.

Die Darstellung der Lösung erfolgt in mehreren Schritten. Zuerst werden allgemeine Angaben aufgelistet, die sich aus der Aufgabenstellung ergeben. Daraufhin werden die Hypothesen für die Fragen a) bis c) dargestellt. Danach erfolgt die Berechnung der Quadratsummen. Im Anschluss erfolgen die Signifikanzprüfungen. Abschließend werden die Ergebnisse in einer Tafel der Varianzanalyse zusammengefasst.

### Allgemeine Angaben

Faktor A (Haartyp) hat  $p = 3$  Stufen

Faktor B (Messzeitpunkte) hat  $q = 3$  Stufen

Pro Zelle liegen die Werte von  $n_{\text{Zelle}} = 4$  Personen vor.

Insgesamt liegen je drei Werte von  $n = 12$  Personen vor.

### Hypothesen

**a)** Gibt es einen Haupteffekt für Faktor A (Haartyp)? Unterscheiden sich die Mittelwerte der einzelnen Stufen (sprödes Haar, leicht fettendes Haar, dauergewelltes/coloriertes Haar) voneinander?

$$H_0: \mu_{a1} = \mu_{a2} = \mu_{a3}$$

$df_A = p - 1 =$  Anzahl Parameterrestriktionen (Gleichheitszeichen in der Nullhypothese)  $= 2$

**b)** Gibt es einen Haupteffekt für Faktor B (Messzeitpunkte)? Unterscheiden sich die Mittelwerte der einzelnen Stufen (nach 1., 10., 30. Anwendung) voneinander?

$$H_0: \mu_{b1} = \mu_{b2} = \mu_{b3}$$

$df_B = q - 1 =$  Anzahl Parameterrestriktionen (Gleichheitszeichen in der Nullhypothese)  $= 2$

c) Gibt es eine Wechselwirkung zwischen den Stufen von Faktor A und den Stufen von Faktor B?

Hier wird es mit den Hypothesen schon so aufwendig, dass nur eine Texthypothese aufgestellt wird.

$H_0$ : Es gibt keine Wechselwirkung zwischen den Stufen der Faktoren A und B.

$$df_{AB} = (p - 1) \cdot (q - 1) = 4$$

**Tabelle 114** Roh- und Mittelwerte Glanz-Faktor der Haare von 12 Frauen zu 3 Messzeitpunkten unterteilt nach drei Haartypen

Faktor A: Haartyp	Faktor B: Messzeitpunkte			Personmittelwerte
	Nach 1. Anwendung (b1)	Nach 10. Anwendung (b2)	Nach 30. Anwendung (b3)	
sprödes Haar (a1)	3	4	5	$\bar{x}_{m=1}=4$
	4	6	8	$\bar{x}_{m=2}=6$
	2	2	5	$\bar{x}_{m=3}=3$
	3	4	8	$\bar{x}_{m=4}=5$
	$\bar{x}_{j=1;k=1}=3$	$\bar{x}_{j=1;k=2}=4$	$\bar{x}_{j=1;k=3}=6,5$	$\bar{x}_{j=1}=4,5$
leicht fettendes Haar (a2)	4	3	5	$\bar{x}_{m=5}=4$
	6	6	9	$\bar{x}_{m=6}=7$
	3	5	7	$\bar{x}_{m=7}=5$
	3	1	2	$\bar{x}_{m=8}=2$
	$\bar{x}_{j=2;k=1}=4$	$\bar{x}_{j=2;k=2}=3,75$	$\bar{x}_{j=2;k=3}=5,75$	$\bar{x}_{j=2}=4,5$
dauergewelltes, coloriertes Haar (a3)	2	2	5	$\bar{x}_{m=9}=3$
	1	2	3	$\bar{x}_{m=10}=2$
	2	3	4	$\bar{x}_{m=11}=3$
	3	4	5	$\bar{x}_{m=12}=4$
	$\bar{x}_{j=3;k=1}=2$	$\bar{x}_{j=3;k=2}=2,75$	$\bar{x}_{j=3;k=3}=4,25$	$\bar{x}_{j=3}=3$
<b>Bedingungs- mittelwerte</b>	$\bar{x}_{k=1}=3$	$\bar{x}_{k=2}=3,5$	$\bar{x}_{k=3}=5,5$	$\bar{x}=4$

$$QS_A = q \cdot n_{Zelle} \cdot \sum_{j=1}^p (\bar{x}_{\cdot j} - \bar{x})^2$$

$$QS_A = 3 \cdot 4 \cdot [(4,5 - 4)^2 + (4,5 - 4)^2 + (3 - 4)^2] = 12 \cdot [0,25 + 0,25 + 1] = 12 \cdot 1,5 = 18$$

$$QS_B = p \cdot n_{Zelle} \cdot \sum_{k=1}^q (\bar{x}_{..k} - \bar{x})^2$$

$$QS_B = 3 \cdot 4 \cdot [(3-4)^2 + (3,5-4)^2 + (5,5-4)^2] = 12 \cdot [1 + 0,25 + 2,25] = 12 \cdot 3,5 = 42$$

$$QS_{AB} = n_{Zelle} \cdot \sum_{k=1}^q \sum_{j=1}^p (\bar{x}_{.jk} - \bar{x}_{.j} - \bar{x}_{..k} + \bar{x})^2$$

$$QS_{AB} = 4 \cdot [(3-4,5-3+4)^2 + (4-4,5-3,5+4)^2 + (6,5-4,5-5,5+4)^2] +$$

$$4 \cdot [(4-4,5-3+4)^2 + (3,75-4,5-3,5+4)^2 + (5,75-4,5-5,5+4)^2] +$$

$$4 \cdot [(2-3-3+4)^2 + (2,75-3-3,5+4)^2 + (4,25-3-5,5+4)^2]$$

$$QS_{AB} = 4 \cdot [0,25+0+0,25+0,25+0,0625+0,0625+0+0,065+0,0625]$$

$$QS_{AB} = 4 \cdot 1 = 4$$

$$QS_{P_{in_A}} = \sum_{k=1}^q \sum_{j=1}^p \sum_{m=1}^{n_{Zelle}} (\bar{x}_{mjk} - \bar{x}_{.j})^2 = q \cdot \sum_{j=1}^p \sum_{m=1}^{n_{Zelle}} (\bar{x}_{mjk} - \bar{x}_{.j})^2$$

$$QS_{P_{in_A}} = 3 \cdot [(4-4,5)^2 + (6-4,5)^2 + (3-4,5)^2 + (5-4,5)^2 + (4-4,5)^2 + (7-4,5)^2] +$$

$$3 \cdot [(5-4,5)^2 + (2-4,5)^2 + (3-3)^2 + (2-3)^2 + (3-3)^2 + (4-3)^2]$$

$$QS_{P_{in_A}} = 3 \cdot [0,25+2,25+2,25+0,25+0,25+6,25+0,25+6,25+0+1+0+1]$$

$$QS_{P_{in_A}} = 3 \cdot 20 = 60$$

$$df_{P_{in_A}} = p \cdot (n_{Zelle} - 1) = 3 \cdot 3 = 9$$

$$QS_{Res} = \sum_{k=1}^q \sum_{j=1}^p \sum_{m=1}^{n_{Zelle}} (x_{mjk} - \bar{x}_{.jk} - \bar{x}_{mj.} + \bar{x}_{.j})^2$$

$$QS_{Res} = (3-3-4+4,5)^2 + (4-3-6+4,5)^2 + (2-3-3+4,5)^2 + (3-3-5+4,5)^2 +$$

$$(4-4-4+4,5)^2 + (6-4-6+4,5)^2 + (2-4-3+4,5)^2 + (4-4-5+4,5)^2 +$$

$$(5-6,5-4+4,5)^2 + (8-6,5-6+4,5)^2 + (5-6,5-3+4,5)^2 + (8-6,5-5+4,5)^2 +$$

$$(4-4-4+4,5)^2 + (6-4-7+4,5)^2 + (3-4-5+4,5)^2 + (3-4-2+4,5)^2 +$$

$$(3-3,75-4+4,5)^2 + (6-3,75-7+4,5)^2 + (5-3,75-5+4,5)^2 + (1-3,75-2+4,5)^2 +$$

$$(5-5,75-4+4,5)^2 + (9-5,75-7+4,5)^2 + (7-5,75-5+4,5)^2 + (2-5,75-2+4,5)^2 +$$

$$(2-2-3+3)^2 + (1-2-2+3)^2 + (2-2-3+3)^2 + (3-2-4+3)^2 +$$

$$(2-2,75-3+3)^2 + (2-2,75-2+3)^2 + (3-2,75-3+3)^2 + (4-2,75-4+3)^2 +$$

$$(5-4,25-3+3)^2 + (3-4,25-2+3)^2 + (4-4,25-3+3)^2 + (5-4,25-4+3)^2$$

$$QS_{Res} = 0,25+0,25+0,25+0,25+0,25+0,25+0,25+0,25+0,25+1+0+0+1+$$

$$0,25+0,25+2,25+2,25+0,0625+0,0625+0,5625+0,0625+0,0625+0,0625+$$

$$0,5625+0,5625+1,5625+0+0+0+0+0,5625+0,0625+0,0625+0,0625+$$

$$0,5625+0,0625+0,0625+0,0625$$

$$QS_{Res} = 14$$

$$df_{Res} = p \cdot (q-1) \cdot (n_{Zelle} - 1) = 3 \cdot 2 \cdot 3 = 18$$

Puh, das ist eine aufwendige Rechnerei. Kann man sich das Ganze einfacher machen? Ja, indem man ein Statistikprogramm verwendet und nicht alles per Hand rechnet ...

## Signifikanzprüfung

### a) Glanzfaktor nach Haartyp

$$F_A = \frac{QS_A / df_A}{QS_{P\_in\_A} / df_{P\_in\_A}} = \frac{MQS_A}{MQS_{P\_in\_A}} = \frac{9}{6,667} = 1,350 \quad F_{(0,95;2;9)} = 4,2565$$

Der empirische F-Wert (1,350) ist nicht extremer als der kritische (4,2565), also nicht signifikant, also  $H_0$ . Es kann nicht behauptet werden, dass sich die Stufen des Faktors A bezüglich des Glanz-Faktors voneinander unterscheiden.

### b) Glanzfaktor nach Anwendungen

$$F_A = \frac{QS_B / df_B}{QS_{Res} / df_{Res}} = \frac{MQS_B}{MQS_{Res}} = \frac{21}{0,778} = 26,992 \quad F_{(0,95;2;18)} = 3,5546$$

Der empirische F-Wert (26,992) ist extremer als der kritische (3,5546), also signifikant, also  $H_1$ . Mit einer Irrtumswahrscheinlichkeit von 5 % kann behauptet werden, dass sich die Stufen des Faktors B bezüglich des Glanz-Faktors voneinander unterscheiden.

### c) Wechselwirkung Haartyp und Anwendungen

$$F_{AB} = \frac{QS_{AB} / df_{AB}}{QS_{Res} / df_{Res}} = \frac{MQS_{AB}}{MQS_{Res}} = \frac{1}{0,778} = 1,285 \quad F_{(0,95;4;18)} = 2,9277$$

Der empirische F-Wert (1,285) ist nicht extremer als der kritische (2,9277), also nicht signifikant, also  $H_0$ . Es kann nicht behauptet werden, dass es eine Wechselwirkung zwischen den Stufen der Faktoren A und B gibt.

**Tabelle 115** Tafel der Varianzanalyse

Quelle der Variation	QS	df	MQS	F	sig.
<b>Faktor A</b>	18	2	9	1,350	n. s.
<b>Personen innerhalb A</b>	60	9	6,667		
<b>Faktor B</b>	42	2	21	26,992	sig.
<b>Wechselwirkung AB</b>	4	4	1	1,285	n. s.
<b>Residuum</b>	14	18	0,778		
<b>Total</b>	138	35			

## 2.31 Nordlichter und Lederhosen

### a) Disziplin »Spätzle futtern«

Vergleich von Rangplätzen → ordinalskaliert → zwei unabhängige Stichproben  
→ Mann-Whitney-U-Test  
Ungerichtete Fragestellung, daher auch ungerichtete (zweiseitige) Hypothesen.

Hypothesen:

$H_0$ : Die Rangplätze sind zwischen Nordlichtern und Lederhosen gleich verteilt.  $\eta_N = \eta_L$

$H_1$ : Die Rangplätze sind zwischen Nordlichtern und Lederhosen ungleich verteilt.  $\eta_N \neq \eta_L$

In die Berechnung der u-Werte fließen die Rangplatzsummen (rs) ein.

$n_{\text{Nordlichter}} = 7$        $rs_{\text{Nordlichter}} = 59$        $n_{\text{Lederhosen}} = 8$        $rs_{\text{Lederhosen}} = 61$

$$u_1 = n_1 \cdot n_2 + \frac{n_1 \cdot (n_1 + 1)}{2} - rs_1 \quad \text{bzw.} \quad u_2 = n_1 \cdot n_2 + \frac{n_2 \cdot (n_2 + 1)}{2} - rs_2$$

$$u_1 = 7 \cdot 8 + \frac{7 \cdot (7 + 1)}{2} - 59 \qquad u_2 = 7 \cdot 8 + \frac{8 \cdot (8 + 1)}{2} - 61$$

$$u_1 = 56 + 28 - 59 = 25 \qquad u_2 = 56 + 36 - 61 = 31$$

Mit dem kleineren Wert geht man nun in Tabelle C.7! In Tabelle C.7 kann als Überschreitungswahrscheinlichkeit abgelesen werden:  $p(u = 25) = 0,389$ . Da die dort angegebenen Überschreitungswahrscheinlichkeiten einseitig sind, hier aber zweiseitige (ungerichtete) Hypothesen vorliegen, muss die Überschreitungswahrscheinlichkeit noch verdoppelt werden.

Von Signifikanz kann gesprochen werden, wenn die Überschreitungswahrscheinlichkeit kleiner als 0,05 (kleiner als 5 %) ist. Das ist hier nicht der Fall, also nicht signifikant, also  $H_0$ . Die Rangplätze der Nordlichter und Lederhosen unterscheiden sich bezogen auf die Disziplin »Spätzle futtern« nicht.

Die Disziplin »Spätzle futtern« konnte keine Hinweise liefern, wo die cooleren Studenten leben!

### b) Disziplin »im Regen stehen«

Vergleich von Rangplätzen → ordinalskaliert → zwei unabhängige Stichproben  
→ Mann-Whitney-U-Test  
Ungerichtete Fragestellung, daher auch ungerichtete (zweiseitige) Hypothesen.

Hypothesen:

$H_0$ : Die Rangplätze sind zwischen Nordlichtern und Lederhosen gleich verteilt.  $\eta_N = \eta_L$

$H_1$ : Die Rangplätze sind zwischen Nordlichtern und Lederhosen ungleich verteilt.  $\eta_N \neq \eta_L$

In die Berechnung der u-Werte fließen die Rangplatzsummen (rs) ein.

$$n_{\text{Nordlichter}} = 7 \quad rs_{\text{Nordlichter}} = 41 \quad n_{\text{Lederhosen}} = 8 \quad rs_{\text{Lederhosen}} = 79$$

$$u_1 = n_1 \cdot n_2 + \frac{n_1 \cdot (n_1 + 1)}{2} - rs_1 \quad \text{bzw.} \quad u_2 = n_1 \cdot n_2 + \frac{n_2 \cdot (n_2 + 1)}{2} - rs_2$$

$$u_1 = 7 \cdot 8 + \frac{7 \cdot (7 + 1)}{2} - 41 \quad u_2 = 7 \cdot 8 + \frac{8 \cdot (8 + 1)}{2} - 79$$

$$u_1 = 56 + 28 - 41 = 43 \quad u_2 = 56 + 36 - 79 = 13$$

Mit dem kleineren Wert geht man nun in Tabelle C.7! In Tabelle C.7 kann als Überschreitungswahrscheinlichkeit abgelesen werden:  $p(u = 13) = 0,047$ . Da die dort angegebenen Überschreitungswahrscheinlichkeiten einseitig sind, hier aber zweiseitige (ungerichtete) Hypothesen vorliegen, muss die Überschreitungswahrscheinlichkeit noch verdoppelt werden.

Von Signifikanz kann gesprochen werden, wenn die Überschreitungswahrscheinlichkeit kleiner als 0,05 (kleiner als 5 %) ist. Das ist hier nicht der Fall, also nicht signifikant, also  $H_0$ . Die Rangplätze von Nordlichtern und Lederhosen unterscheiden sich auch dieses Mal nicht. Die Disziplin »im Regen stehen« konnte auch nicht klären, wo die cooleren Studenten leben!

### c) Disziplin »Durchhaltevermögen auf der Semesteranfangsparty«

Vergleich von Rangplätzen → ordinalskaliert → zwei unabhängige Stichproben

→ Mann-Whitney-U-Test

Ungerichtete Fragestellung, daher auch ungerichtete (zweiseitige) Hypothesen

Hypothesen:

$H_0$ : Die Rangplätze sind zwischen Nordlichtern und Lederhosen gleich verteilt.  $\eta_N = \eta_L$

$H_1$ : Die Rangplätze sind zwischen Nordlichtern und Lederhosen ungleich verteilt.  $\eta_N \neq \eta_L$

In die Berechnung der u-Werte fließen die Rangplatzsummen (rs) ein.

$$n_{\text{Nordlichter}} = 6 \quad rs_{\text{Nordlichter}} = 35 \quad n_{\text{Lederhosen}} = 4 \quad rs_{\text{Lederhosen}} = 20$$

$$u_1 = n_1 \cdot n_2 + \frac{n_1 \cdot (n_1 + 1)}{2} - rs_1 \quad \text{bzw.} \quad u_2 = n_1 \cdot n_2 + \frac{n_2 \cdot (n_2 + 1)}{2} - rs_2$$

$$u_1 = 6 \cdot 4 + \frac{6 \cdot (6 + 1)}{2} - 35 \quad u_2 = 6 \cdot 4 + \frac{4 \cdot (4 + 1)}{2} - 20$$

$$u_1 = 24 + 21 - 35 = 10 \quad u_2 = 24 + 10 - 20 = 14$$

Mit dem kleineren Wert geht man nun in Tabelle C.7! In Tabelle C.7 kann als Überschreitungswahrscheinlichkeit abgelesen werden:  $p(u = 10) = 0,381$ . Da die dort angegebenen Überschreitungswahrscheinlichkeiten einseitig sind, hier aber zweiseitige (ungerichtete) Hypothesen vorliegen, muss die Überschreitungswahrscheinlichkeit noch verdoppelt werden.

Von Signifikanz kann gesprochen werden, wenn die Überschreitungswahrscheinlichkeit kleiner als 0,05 (kleiner als 5 %) ist. Das ist hier nicht der Fall, also nicht signifikant, also  $H_0$ . Gute Güte! Es muss doch mal signifikant werden!

**d) Disziplin »Bleistiftnotizen aus Büchern radieren«**

Vergleich von Rangplätzen → ordinalskaliert → zwei unabhängige Stichproben  
 → Mann-Whitney-U-Test  
 Ungerichtete Fragestellung, daher auch ungerichtete (zweiseitige) Hypothesen.

Hypothesen:

$H_0$ : Die Rangplätze sind zwischen Nordlichtern und Lederhosen gleich verteilt.  $\eta_N = \eta_L$

$H_1$ : Die Rangplätze sind zwischen Nordlichtern und Lederhosen ungleich verteilt.  $\eta_N \neq \eta_L$

In die Berechnung der u-Werte fließen die Rangplatzsummen (rs) ein.

$n_{\text{Nordlichter}} = 6$        $rs_{\text{Nordlichter}} = 40$        $n_{\text{Lederhosen}} = 4$        $rs_{\text{Lederhosen}} = 15$

$$u_1 = n_1 \cdot n_2 + \frac{n_1 \cdot (n_1 + 1)}{2} - rs_1 \quad \text{bzw.} \quad u_2 = n_1 \cdot n_2 + \frac{n_2 \cdot (n_2 + 1)}{2} - rs_2$$

$$u_1 = 6 \cdot 4 + \frac{6 \cdot (6 + 1)}{2} - 40 \qquad u_2 = 6 \cdot 4 + \frac{4 \cdot (4 + 1)}{2} - 15$$

$$u_1 = 24 + 21 - 40 = 5 \qquad u_2 = 24 + 10 - 15 = 19$$

Mit dem kleineren Wert geht man nun in Tabelle C.7! In Tabelle C.7 kann als Überschreitungswahrscheinlichkeit abgelesen werden:  $p(u = 5) = 0,086$ . Da die dort angegebenen Überschreitungswahrscheinlichkeiten einseitig sind, hier aber zweiseitige (ungerichtete) Hypothesen vorliegen, muss die Überschreitungswahrscheinlichkeit noch verdoppelt werden.

Von Signifikanz kann gesprochen werden, wenn die Überschreitungswahrscheinlichkeit kleiner als 0,05 (kleiner als 5 %) ist. Das ist hier nicht der Fall, also nicht signifikant, also  $H_0$ . Sapperlot! Schiet! Anscheinend gibt es keine Unterschiede zwischen Nordlichtern und Lederhosen!

## 2.32 Auf Gleis 4 hat Einfahrt ...

Zuerst sollte man alles herausschreiben.

$$p(\text{Böschungsbrand}) = \frac{3}{24} = \frac{1}{8} = 0,125 = p(BB)$$

$$p(\text{Änderung Wagenreihung}) = \frac{18}{24} = \frac{3}{4} = 0,75 = p(\text{ÄW})$$

$$p(\text{verpasster Anschluss}) = \frac{4}{24} = \frac{1}{6} = 0,167 = p(VA)$$

$$p(\text{geschlossenes Bistro}) = \frac{6}{24} = \frac{1}{4} = 0,25 = p(GB)$$

$$p(\text{Gespräche hören}) = \frac{12}{24} = \frac{1}{2} = 0,5 = p(GH)$$

- a) Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass auf der Strecke Holtzhausen am Erri nach Erfurt ein Böschungsbrand und ein geschlossenes Bordbistro auftreten?

$$p(BB \text{ und } GB) = p(BB) \cdot p(GB) = 0,125 \cdot 0,25 = 0,03125$$

- b) Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass zusätzlich zum Böschungsbrand und dem geschlossenen Bordbistro auch noch der Anschlusszug verpasst wird?

$$p(BB \wedge GB \wedge VA) = p(BB) \cdot p(GB) \cdot p(VA) = 0,125 \cdot 0,25 \cdot 0,167 = 0,0052$$

- c) Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass eine geänderte Wagenreihung und zu intime Gespräche der Mitreisenden auftreten?

$$p(\ddot{A}W \wedge GH) = p(\ddot{A}W) \cdot p(GH) = 0,75 \cdot 0,5 = 0,375$$

- d) Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit für eine Vollkatastrophe (Böschungsbrand, Wagenreihung, Anschlusszüge, Bordbistro und intime Gespräche)?

$$p(BB \wedge \ddot{A}W \wedge VA \wedge GB \wedge GH) = p(BB) \cdot p(\ddot{A}W) \cdot p(VA) \cdot p(GB) \cdot p(GH) \\ = 0,125 \cdot 0,75 \cdot 0,167 \cdot 0,25 \cdot 0,5 = 0,0020$$

- e) Wäre es statistisch bedeutsam, wenn einmal alles glatt geht?

$$p(\text{kein Böschungsbrand}) = \frac{21}{24} = 0,875$$

$$p(\text{keine Änderung Wagenreihung}) = \frac{6}{24} = 0,25$$

$$p(\text{kein verpasster Anschluss}) = \frac{20}{24} = 0,833$$

$$p(\text{kein geschlossenes Bistro}) = \frac{18}{24} = 0,75$$

$$p(\text{keine Gespräche hören}) = \frac{12}{24} = 0,5$$

$$p(\text{alles klappt}) = 0,875 \cdot 0,25 \cdot 0,833 \cdot 0,75 \cdot 0,5 = 0,0683$$

Tja, statistisch bedeutsam hieße, die Wahrscheinlichkeit für Zufall ist kleiner als 0,05. Das ist hier nicht der Fall!

## 2.33 Schadenfreude und die Angst vor Fehlern

Zur Überprüfung, ob ein statistisch bedeutsamer Zusammenhang besteht, verwendet man hier den t-Test für Korrelationen. Doch zuvor muss man Hypothesen aufstellen!

### t-Test für Korrelationen

Als Hypothesen schreibt man:

$H_0$ : Es besteht kein positiver Zusammenhang zwischen »Schadenfreude«  $\rho \leq 0$   
und »Angst vor Fehlern«.

$H_1$ : Es besteht ein positiver Zusammenhang zwischen »Schadenfreude«  $\rho > 0$   
und »Angst vor Fehlern«.

Hier errechnet sich:

$$t = \frac{r \cdot \sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r^2}} = \frac{0,6 \cdot \sqrt{16}}{\sqrt{1-0,36}} = \frac{0,6 \cdot 4}{\sqrt{0,64}} = \frac{2,4}{0,8} = 3 \quad df = 18 - 2 = 16$$

Tabelle C.2 ist einseitig ausgerichtet, die Hypothesen sind ebenfalls einseitig (gerichtet). So schaut man in der Tabelle bei einer Fläche von 0,95 und 16 Freiheitsgraden nach dem kritischen t-Wert:  $t_{(0,95;16)} = 1,746$ .

Der empirisch ermittelte t-Wert ist extremer als der kritische, also signifikant. Man entscheidet sich für die  $H_1$ . Unter Berücksichtigung einer Irrtumswahrscheinlichkeit von 5 % kann behauptet werden, dass zwischen »Schadenfreude« und »Angst vor Fehlern« eine positive Korrelation besteht.

## 2.34 Josy und der BDI

**a)** Bitte berechnen Sie den Standardmessfehler  $SMF (S_e)$ !

Der Standardmessfehler ( $SMF, S_e$ ) ist definiert als

$$SMF = S_x \cdot \sqrt{1 - \text{Reliabilität}} = 2 \cdot \sqrt{1 - 0,78} = 2 \cdot \sqrt{0,22} = 0,938$$

**b)** Bitte berechnen Sie die kritische Differenz (95 %)!

Die kritische Differenz ( $Diff_{krit}$ ) ist definiert als

$$Diff_{krit} = z_{\alpha/2} \cdot S_x \cdot \sqrt{(1 - \text{Reliabilität}_{\text{Test 1}}) + (1 - \text{Reliabilität}_{\text{Test 2}})}$$

Über den z-Wert in der Formel kann die Größe der kritischen Differenz verändert werden (z. B. 90 %, 95 %).

Für eine 95 % kritische Differenz wird der z-Wert  $z = 1,96$  verwendet.

$$Diff_{krit} = 1,96 \cdot 2 \cdot \sqrt{(1-0,78) + (1-0,78)} = 3,92 \cdot \sqrt{0,44} = 2,60$$

Wir können Josy B. beruhigen! Die empirische Differenz von 4 Punkten ist größer als die kritische Differenz, d. h. der Unterschied zwischen den beiden Messwerten ist