

2024

Abitur

Original-Prüfung
mit Lösungen

**MEHR
ERFAHREN**

Berlin

Mathematik C

+ *Online-Glossar*



STARK

Inhalt

Vorwort
Stichwortverzeichnis

Hinweise und Tipps zum Zentralabitur 2024

Die zentrale schriftliche Abiturprüfung im Fach Mathematik	I
Prüfungsrelevante Themen	I
Aufbau und Bearbeitung der Prüfungsaufgaben	I
Zur Bewertung der Prüfung	III
Zum Umgang mit diesem Buch	III
Tipps zur Vorbereitung und Bearbeitung der Prüfungsaufgaben	IV
Weiterführende Informationen	IV

Zentrale schriftliche Abiturprüfung

Jahrgang 2019

Aufgabe 1: hilfsmittelfreier Teil	2019-1
Aufgabe 2.1: Analysis: $h(t) = -0,1 \cdot t^4 + 20 \cdot t^2$	2019-8
Aufgabe 2.2: Analysis: $h(t) = 8t \cdot e^{-0,04} + 50$	2019-17
Aufgabe 3.1: Analytische Geometrie	2019-25
Aufgabe 3.2: Analytische Geometrie	2019-31
Aufgabe 4.1: Stochastik	2019-37
Aufgabe 4.2: Stochastik	2019-42

Jahrgang 2020

Aufgabe 1: hilfsmittelfreier Teil	2020-1
Aufgabe 2.1: Analysis: $f(x) = (6x - 3)e^{-x}$	2020-8
Aufgabe 2.2: Analysis: $f(x) = -0,01 \cdot (x - 8)(x + 1)^2$	2020-16
Aufgabe 3.1: Analytische Geometrie	2020-25
Aufgabe 3.2: Analytische Geometrie	2020-31
Aufgabe 4.1: Stochastik	2020-37
Aufgabe 4.2: Stochastik	2020-43

Jahrgang 2021

Aufgabe 1: hilfsmittelfreier Teil	2021-1
Aufgabe 2.1: Analysis: $f(x) = \frac{1}{12}x^3 - x^2 + 3x$ und $p(x) = -x^2 + 3,8x - 1,36$	2021-13
Aufgabe 2.2: Analysis: $f(x) = (-\frac{1}{10}x^2 + 2x) \cdot e^{-0,1x}$ und $h(x) = -\frac{3}{4}x \cdot e^{-0,1x}$	2021-22
Aufgabe 3: Analytische Geometrie	2021-32
Aufgabe 4: Stochastik	2021-40

Jahrgang 2022

Aufgabe 1: hilfsmittelfreier Teil	2022-1
Aufgabe 2.1: Analysis: $f(x) = (x + 2) \cdot e^{-x}$	2022-9
Aufgabe 2.2: Analysis: $f(x) = -\frac{1}{6}x^3 + \frac{1}{2}x^2$	2022-18
Aufgabe 3: Analytische Geometrie	2022-28
Aufgabe 4: Stochastik	2022-38

Jahrgang 2023 www.stark-verlag.de/mystark

Sobald die Original-Prüfungsaufgaben 2023 freigegeben sind, können sie als PDF auf der Plattform MyStark heruntergeladen (Zugangscode vgl. Umschlaginnenseite vorne im Buch).



MyStark: Mit dem **interaktiven Training zum hilfsmittelfreien Teil des Abiturs** lösen Sie online Aufgaben, die speziell auf diesen Prüfungsteil zugeschnitten sind. Am besten gleich ausprobieren! Ausführliche Infos inkl. Zugangscode finden Sie auf der Umschlaginnenseite vorne in diesem Buch.

Autoren:

Dr. Detlef Launert

Lösungen zur Abiturprüfung Berlin 2020, Aufgabe 1 Analysis, Aufgaben 2.1 und 2.2
Lösungen zur Abiturprüfung Berlin 2023, Aufgaben 1 und 2.1

Lauri Lehmann

Lösungen zur Abiturprüfung Berlin 2018, 2019;
Lösungen zur Abiturprüfung Berlin 2020, Aufgabe 1 Geometrie und Stochastik,
Aufgaben 3.1, 3.2, 4.1 und 4.2
Lösungen zur Abiturprüfung Berlin 2023, Aufgaben 2.2 und 3

Harmut Müller-Sommer

Lösungen zur Abiturprüfung Berlin 2022 Aufgaben 3 und 4 (Anteile)

Markus Porzelt

Lösungen zur Abiturprüfung Berlin 2023, Aufgabe 4

Redaktion

Lösungen zur Abiturprüfung Berlin 2021, 2022

Vorwort

Liebe Schülerinnen und Schüler,

dieses Übungsbuch ist die ideale Hilfe bei der Vorbereitung auf das **Zentralabitur 2024** für den **Grundkurs in Berlin** im Fach **Mathematik**.

- Sie erhalten im ersten Teil des Buches wichtige **Informationen** über Inhalt und Aufbau der Prüfungsaufgaben für das Abitur 2024. Dies ermöglicht Ihnen, sich gezielt auf die Abiturprüfung vorzubereiten. Darüber hinaus finden Sie viele **Hinweise und Tipps**, die Ihnen helfen, effektiv und erfolgreich an die Lösung der Prüfungsaufgaben heranzugehen.
- Der zweite Teil beinhaltet die **Original-Prüfungsaufgaben 2019 bis 2022**. Die **Original-Prüfung 2023** steht Ihnen auf der Plattform MyStark zum Download zur Verfügung. Mit diesen Aufgaben können Sie sich ein genaues Bild davon machen, wie die Prüfung in den letzten Jahren ausgesehen hat.
- Der Zugangscode auf der Umschlaginnenseite vorne in diesem Buch ermöglicht es Ihnen, Aufgaben im Rahmen eines **Online-Prüfungstrainings zum hilfsmittelfreien Teil des Abiturs** interaktiv zu lösen.
- Die Original-Prüfungsaufgaben sind zusätzlich mit **separaten Tipps zum Lösungsansatz** versehen, die Ihnen Hilfestellungen für die Lösung der Aufgabe geben. Wenn Sie mit einer Aufgabe nicht zurechtkommen, schauen Sie deshalb nicht gleich in die Lösungen, sondern nutzen Sie schrittweise die Lösungstipps, um selbst die Lösung zu finden.
- Zu allen Original-Prüfungsaufgaben wurde **eine vollständige, ausführlich kommentierte Lösung mit allen erforderlichen Rechenschritten** erstellt, die es Ihnen ermöglicht, Ihre Lösung eigenständig zu kontrollieren und die Rechenwege Schritt für Schritt nachzuvollziehen.
- Zudem finden Sie kostenlose **Webinare** zur Prüfungsvorbereitung ab Mitte März 2024 unter www.stark-verlag.de/digitale-angebote/alle-digitalen-angebote/webinare.

Sollten nach Erscheinen dieses Bandes noch wichtige Änderungen in der Abitur-Prüfung 2024 vom LISUM Berlin-Brandenburg bekannt gegeben werden, finden Sie aktuelle Informationen dazu ebenfalls bei MyStark.

Die Autoren wünschen Ihnen für die Prüfungsvorbereitung und für das Abitur viel Erfolg!

Hinweise und Tipps zum Zentralabitur 2024

Die zentrale schriftliche Abiturprüfung im Fach Mathematik

Die Grundlagen für die von Ihnen zu bearbeitenden Prüfungsaufgaben sind der Rahmenlehrplan für die gymnasiale Oberstufe in der Ausgabe von 2014 und die Bildungsstandards der KMK für die Allgemeine Hochschulreife im Fach Mathematik (Beschluss vom 18.10.2012). Die zu überprüfenden Kompetenzen sowie die inhaltsbezogenen Prüfungsgegenstände ergeben sich aus den dort genannten abschlussorientierten Standards und den fachlichen Inhalten.

Prüfungsrelevante Themen

Die Prüfungsaufgaben im Fach Mathematik basieren auf dem **Kerncurriculum**. Folgende zusätzliche Festlegungen sind dabei zu berücksichtigen:

Grundsätzlich **nicht** gefordert werden das Erläutern und Entwickeln von Beweisen. Zudem **nicht** gefordert wird die Nutzung von Grenzwerten bei der Bestimmung von Ableitung oder Integral, Potenzfunktionen mit Exponenten, die nicht Elemente der natürlichen Zahlen sind, sowie Simulationen.

Aufbau und Bearbeitung der Prüfungsaufgaben

Im Prüfungsteil A, den hilfsmittelfreien Aufgaben, stehen die Aufgaben und ihre Teilaufgaben in keinem übergeordneten Zusammenhang. Zumeist handelt es sich um kurze Aufgabenstellungen. Der Prüfungsteil A besteht aus zwei Aufgabengruppen.

Aufgabengruppe 1 besteht aus 6 Aufgaben, von denen vier bearbeitet werden müssen und Aufgabengruppe 2 besteht aus 3 Aufgaben, von denen 1 Aufgabe bearbeitet werden muss. Aufgabengruppe 1 beinhaltet Aufgaben, die den Anforderungsbereichen I und II entsprechen, Aufgabengruppe 2 beinhaltet mindestens eine Teilaufgabe mit Anforderungsbereich III.

Im Prüfungsteil B (mit Hilfsmitteln) ist jede Aufgabenstellung als strukturierte, inhaltlich zusammenhängende Aufgabe konstruiert, die in mehrere Teilaufgaben untergliedert ist. Jede dieser Aufgaben enthält entsprechende Anteile aus allen drei Anforderungsbereichen. Üblicherweise beginnen die Aufgaben mit den dem Anforderungsbereich I zugeordneten Grundaufgaben. Es empfiehlt sich immer, die Aufgabe zunächst vollständig zu lesen, da Zwischenergebnisse gelegentlich auch in nachfolgenden Aufgabenteilen enthalten sein können.

Die Wahlmöglichkeiten sind in folgender Tabelle dargestellt:

Prüfungsteil A Aufgabengruppe 1	hilfsmittelfrei 3 Aufgaben verpflichtend und aus den weiteren 3 Aufgaben muss noch 1 ausgewählt werden
Prüfungsteil A Aufgabengruppe 2	hilfsmittelfrei 3 Aufgaben, von denen 1 ausgewählt werden muss
Prüfungsteil B	mit Hilfsmitteln mindestens eine Aufgabenstellung aus dem Bereich Analysis und mindestens eine Aufgabenstellung aus dem Bereich Analytische Geometrie und Stochastik verpflichtende und wählbare Aufgabenstellungen möglich, genauere Angaben waren bei Drucklegung nicht bekannt

Für die Bearbeitung der Prüfungsaufgaben stehen **255 Minuten** zur Verfügung. Davon können maximal 100 Minuten für den Prüfungsteil A verwendet werden. 30 Minuten sind zudem als Lesezeit vorgesehen, in denen die Aufgaben gelesen werden können und eine Wahl zwischen den beiden Aufgaben in jedem Themengebiet getroffen werden kann.

2023, 2022 und **2021** galten aufgrund der Coronapandemie **Ausnahmeregelungen**. Der hilfsmittelfreie Teil bestand aus 3 **verpflichtenden** Aufgaben Analysis und die Lehrkraft wählte **zusätzlich** entweder 2 Aufgaben Analytische Geometrie **oder** 2 Aufgaben Stochastik aus.

Im nicht hilfsmittelfreien Teil mussten beide Aufgaben Analysis bearbeitet werden und die Lehrkraft wählte wiederum **zusätzlich** die Aufgabe Analytische Geometrie **oder** die Aufgabe Stochastik aus.

Die Bewertungseinheiten und Aufgabenstellungen wurden entsprechend angepasst.

Für die Frage, welche **Hilfsmittel** bei der Prüfung zugelassen sind, ist entscheidend, ob die Abiturprüfung ohne oder mit Verwendung eines Computer-Algebra-Systems (CAS) bearbeitet wird.

Grundsätzlich sind folgende Hilfsmittel zugelassen:

- Nachschlagewerk zur Rechtschreibung der deutschen Sprache
- Formelsammlung, die von der zuständigen Senatsverwaltung bzw. dem zuständigen Ministerium für die Verwendung im Abitur zugelassen und an der Schule eingeführt ist (Aufgabenstellung 2, 3 und 4).

Für die Bearbeitung **ohne CAS** sind folgende Hilfsmittel zugelassen:

Taschenrechner, die nicht programmierbar und nicht grafikfähig sind und nicht über Möglichkeiten der numerischen Differenziation oder Integration oder dem automatisierten Lösen von Gleichungen verfügen.

Für die Bearbeitung **mit CAS** sind folgende Hilfsmittel zugelassen:

Für die Bearbeitung der Abiturprüfung können ein PC oder folgende Geräte Anwendung finden:

Texas Instruments TI-92, TI-Voyage, TI-Nspire
Casio Casio Classpad

Ein PC-gestütztes CAS-Abitur kann mit CAS-Software wie MuPad, Geogebra oder Derive oder mit Emulationen von o.g. CAS-Geräten durchgeführt werden.

Unternehmen

BE

In einem großen Unternehmen sind $\frac{1}{3}$ der Beschäftigten weiblich.

Aufgabenteil 1

Es werden 50 Beschäftigte zufällig ausgewählt. Die Anzahl der weiblichen Beschäftigten unter den ausgewählten kann durch eine binomialverteilte Zufallsgröße X beschrieben werden.

- a) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass mindestens 17 der ausgewählten Beschäftigten weiblich sind. 2

- b) Beschreiben Sie die Bedeutung der folgenden mathematischen Aussage im Sachzusammenhang:

$$\binom{50}{13} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{13} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{37} + \binom{50}{14} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{14} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{36} \approx 0,158$$

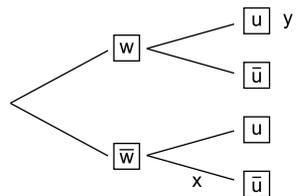
3

- c) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass unter den 50 ausgewählten Beschäftigten die Anzahl derjenigen, die nicht weiblich sind, viermal so groß ist wie die Anzahl der weiblichen. 2

- d) Begründen Sie ohne Berechnung von Wahrscheinlichkeiten, dass die Wahrscheinlichkeitsverteilung von X für 16 oder 17 den größten Wert hat. 3

Aufgabenteil 2

Unter allen Beschäftigten wurde eine Befragung zur Zufriedenheit am Arbeitsplatz durchgeführt. Dabei ergab sich, dass 3,5 % der weiblichen und 10,5 % der anderen Beschäftigten unzufrieden sind. Unter allen Beschäftigten wird eine Person zufällig ausgewählt. Das abgebildete Baumdiagramm stellt den Sachverhalt dar.



- a) Ermitteln Sie die Werte von x und y . 3

- b) Die ausgewählte Person ist an ihrem Arbeitsplatz unzufrieden. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass sie nicht weiblich ist. [Hinweis: Nutzen Sie dafür z. B. eine Vierfeldertafel.] 3

Lösungen zu Aufgabe 4.2

Aufgabenteil 1

- a) Die Zufallsgröße X: „Anzahl der ausgewählten Beschäftigten, die weiblich sind“ ist $B_{50; \frac{1}{3}}$ -binomialverteilt.

Mit der Wahrscheinlichkeit für das Gegenereignis und durch Ablesen in der Tabelle aus der Anlage ergibt sich:

$$P(X \geq 17) = 1 - P(X \leq 16) = 1 - F\left(50; \frac{1}{3}; 16\right) \approx 1 - 0,4868 = 0,5132 \approx 51,3 \%$$

Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass mindestens 17 der ausgewählten Beschäftigten weiblich sind, beträgt ungefähr 51,3 %.

- b) Der angegebene mathematische Term gibt die Summe der Wahrscheinlichkeiten $P(X = 13)$ und $P(X = 14)$ einer $B_{50; \frac{1}{3}}$ -Binomialverteilung an. Denn es gilt die Bernoulli-Formel:

$$P(X = r) = \binom{n}{r} \cdot p^r \cdot (1-p)^{n-r}$$

Und somit:

$$P(X = 13) = \binom{50}{13} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{13} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{37}$$

$$P(X = 14) = \binom{50}{14} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{14} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{36}$$

Auf den Sachzusammenhang der Aufgabe bezogen sagt der Term also Folgendes aus: Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass von den 50 ausgewählten Beschäftigten 13 oder 14 weiblich sind, beträgt ungefähr 0,158 bzw. 15,8 %.

- c) Dass unter den 50 ausgewählten Beschäftigten die Anzahl derjenigen, die nicht weiblich sind, viermal so groß ist wie die Anzahl der weiblichen, bedeutet, dass genau 10 Personen weiblich und 40 Personen nicht weiblich sind.

Wer dies nicht sofort sieht, kann die Anzahl a der weiblichen Personen leicht berechnen:

$$a + 4a = 50 \Leftrightarrow 5a = 50 \Leftrightarrow a = 10$$

Es muss also die Wahrscheinlichkeit $P(X = 10)$ bestimmt werden:

$$P(X = 10) = B\left(50; \frac{1}{3}; 10\right) = \binom{50}{10} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{10} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{40} \approx 0,0157 = 1,57 \%$$

Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass unter den 50 ausgewählten Beschäftigten die Anzahl derjenigen, die nicht weiblich sind, viermal so groß ist wie die Anzahl der weiblichen, beträgt ungefähr 1,57 %.

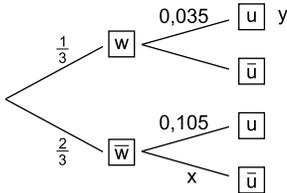
- d) Das Maximum einer Binomialverteilung befindet sich beim Erwartungswert $\mu = E(X)$. Es gilt:

$$\mu = E(X) = n \cdot p = 50 \cdot \frac{1}{3} \approx 16,67$$

Die Wahrscheinlichkeitsverteilung für X hat folglich ihren größten Wert für eine der beiden natürlichen Zahlen, die 16,67 benachbart sind, also für 16 oder 17.

Aufgabenteil 2

- a) Die Angaben aus dem Aufgabentext lassen sich in das Baumdiagramm eintragen:



Mithilfe der Pfadregeln lassen sich die Werte von x und y berechnen:

$$x = P_{\bar{w}}(\bar{u}) = 1 - P_{\bar{w}}(u) = 1 - 0,105 = 0,895 = \underline{\underline{89,5 \%}} \quad (\text{Summenregel})$$

$$y = P(w \cap u) = P(w) \cdot P_w(u) = \frac{1}{3} \cdot 0,035 \approx 0,0117 = \underline{\underline{1,17 \%}} \quad (\text{Multiplikationsregel})$$

- b) Gesucht ist die bedingte Wahrscheinlichkeit $P_u(\bar{w})$, dass eine ausgewählte Person, die an ihrem Arbeitsplatz unzufrieden ist, nicht weiblich ist.

Es lässt sich eine Vierfeldertafel aufstellen:

	w	\bar{w}	Summe
u	$P(w \cap u) \approx 1,17 \%$ (vgl. Teilaufgabe a)	$P(\bar{w} \cap u) = \frac{2}{3} \cdot 0,105$ $= 0,07 = 7 \%$	$P(u) = 1,17 \% + 7 \%$ $= 8,17 \%$
\bar{u}	$P(w \cap \bar{u})$ $= 33,33 \% - 1,17 \%$ $= 32,16 \%$	$P(\bar{w} \cap \bar{u})$ $= 66,67 \% - 7 \%$ $= 59,67 \%$	$P(\bar{u}) = 32,16 \% + 59,67 \%$ $= 91,83 \%$
Summe	$P(w) = \frac{1}{3} \approx 33,33 \%$	$P(\bar{w}) = \frac{2}{3} \approx 66,67 \%$	100 %

Für die Lösung der Teilaufgabe b relevant sind die grau unterlegten Felder. Es ist nicht erforderlich, die Vierfeldertafel vollständig anzugeben.

Für die bedingte Wahrscheinlichkeit $P_u(\bar{w})$ gilt:

$$P_u(\bar{w}) = \frac{P(\bar{w} \cap u)}{P(u)} = \frac{7 \%}{8,17 \%} \approx 0,857 = \underline{\underline{85,7 \%}}$$

Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass eine ausgewählte Person, die an ihrem Arbeitsplatz unzufrieden ist, nicht weiblich ist, beträgt ungefähr 85,7 %.



© **STARK Verlag**

www.stark-verlag.de
info@stark-verlag.de

Der Datenbestand der STARK Verlag GmbH ist urheberrechtlich international geschützt. Kein Teil dieser Daten darf ohne Zustimmung des Rechteinhabers in irgendeiner Form verwertet werden.

STARK